

HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG MAPLE

Maple là phần mềm tính toán được dùng phổ biến. Nó cung cấp đầy đủ các công cụ phục vụ cho việc tính toán số và tính toán biểu trưng (tính toán trừu tượng trên các tham biến), vẽ đồ thị,...cho nhiều phân ngành như Đại số tuyến tính, Toán rời rạc, Toán tài chính, Thống kê, Lý thuyết số, Phương trình vi phân,...Công cụ tính toán như Maple giúp chúng ta được giải phóng khỏi những tính toán phức tạp vốn mất nhiều thời gian và đặc biệt là giúp chúng ta tránh được sai sót, nhầm lẫn khi tính toán.

Nội dung tài liệu

I. Các phép tính cơ bản	1
II. Tính toán trên ma trận	4
III. Giải phương trình vi phân.....	7
IV. Vẽ đồ thị hàm số.....	8
V. Tính toán cực trị.....	13
VI. Lập trình.....	13

I. Các phép tính cơ bản

1. Xây dựng biểu thức

- 1) Các phép toán: +, -, *, /
- 2) Các hàm sơ cấp
 - ✓ $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\tan(x)$, $\cotan(x)$,
 - ✓ $\exp(x)$,
 - ✓ $\ln(x)$, $\log[a](x)$,
 - ✓ $\text{abs}(x)$,
 - ✓ $\max(x_1, x_2, \dots)$, $\min(x_1, x_2, \dots)$,
 - ✓ $\text{sqrt}(x)$,
 - ✓ $\text{GAMMA}(x)$, $\text{Beta}(x, y)$
- 3) Các hằng số: Pi, I, infinity, true, false, ...
- 4) Lệnh gán T:= biểu thức

2. Khai triển biểu thức: lệnh *expand*.

```
> expand((x+1)*(x+2));
```

$$x^2 + 3x + 2$$

```
> expand((x+1)/(x+2));
```

$$\frac{x}{x+2} + \frac{1}{x+2}$$

```
> expand(sin(x+y));
```

$$\sin(x) \cos(y) + \cos(x) \sin(y)$$

```
> expand(cos(2*x));
```

$$2 \cos^2(x) - 1$$

```
> expand(exp(a+ln(b)));
```

$$\exp(a) b$$

3. Xác định giá trị: lệnh *evalf*

```
> evalf(Pi);
```

$$3.141592654$$

```
> evalf(5/3*exp(-2+3*I)*sin(Pi/4),15);
```

$$-0.157898022493763 + 0.0225078172647505 I$$

```
> evalf(cos(1) + sin(1)*I);
```

$$0.5403023059 + 0.8414709848 I$$

```
> evalf(3/4*x^2+1/3*x-sqrt(2));
```

$$0.7500000000 x^2 + 0.3333333333 x - 1.414213562$$

```
> int(exp(x^3), x=0..1);
```

```
> evalf("");
```

$$1.341904418$$

```
> evalf(Int(tan(x), x=0..Pi/4));
```

$$0.3465735903$$

```
> x:=0.25;
```

```
> evalf(x^5+x^3+x+1);
```

$$1.266601563$$

4. Tính đạo hàm và tích phân

a. Tính đạo hàm: lệnh *diff*

```
> diff(sin(x), x);
```

$$\cos(x)$$

```
> diff(sin(x), y);
```

0

```
> diff(sin(x), x$3);
```

-cos(x)

```
> diff(x*sin(cos(x)), x);
```

sin(cos(x)) - xcos(cos(x))sin(x)

```
> diff(tan(x), x);
```

1 + tan²(x)

```
> diff(x^2+x*y^3, x, y$2);
```

6 y

b. Tính nguyên hàm và tích phân: lệnh *int*

```
> int( sin(x), x );
```

-cos(x)

```
> int( sin(x), x=0..Pi );
```

2

```
> int( x/(x^3-1), x );
```

$\frac{1}{3}\ln(-1+x) - \frac{1}{6}\ln(x^2+x+1) + \frac{1}{3}\sqrt{3}\arctan\left(\frac{1}{3}(2x+1)\sqrt{3}\right)$

```
> int( exp(-x^2)*ln(x), x=0..infinity );
```

$-\frac{1}{4}\sqrt{\pi}\gamma - \frac{1}{2}\sqrt{\pi}\ln(2)$

5. Giải phương trình và bất phương trình đại số: lệnh *solve*

Ví dụ 1. Giải phương trình

```
> eq := x^4-5*x^2+6*x=2;
```

eq := x⁴ - 5 x² + 6 x = 2

```
> solve(eq, x);
```

-1 + sqrt(3), -1 - sqrt(3), 1, 1

Ví dụ 2. Giải hệ phương trình

```

> eqns := {u+v+w=1, 3*u+v=3, u-2*v-w=0};
      eqns := {u + v + w = 1, 3u + v = 3, u - 2v - w = 0}
> sols := solve(eqns, {u,v,w});
      sols := {u = 4/5, v = 3/5, w = -2/5}

```

Ví dụ 3. Giải bất phương trình

```

> solve( x^2+x>5, x );
RealRange(-infinity, Open(-1/2 - 1/2*sqrt(21))),
RealRange(Open(-1/2 + 1/2*sqrt(21)), infinity)

```

6. Khai triển thành chuỗi: lệnh *series*

```

> series(x/(1-x-x^2), x=0, 6);
      x + x^2 + 2 x^3 + 3 x^4 + 5 x^5 + O(x^6)
> series(x+1/x, x=1, 3 );
      2 + (x - 1)^2 + O((x - 1)^3)

```

7. Tính tổng: lệnh *sum*

```

> sum(k^2, k=0..4);
      30
> sum(k^2, k=0..n);
      1/3 (n + 1)^3 - 1/2 (n + 1)^2 + 1/6 n + 1/6
> sum(1/k^2, k=1..infinity);
      1/6 Pi^2

```

II. Tính toán trên ma trận

1. Mô tả ma trận

Cách 1. Lệnh matrix: `A:=matrix(m,n, [dãy phần tử])`

```
> A:= matrix(2,2,[sin(x), x^2+x+3, exp(x), cos(x^2)]);
```

$$A := \begin{bmatrix} \sin(x) & x^2 + x + 3 \\ \exp(x) & \cos(x^2) \end{bmatrix}$$

Cách 2: `A:= array([[Dòng 1],[Dòng 2],..., [Dòng n]])`;

```
> A:= array( [[1,2,3],[4,5,1]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Các phép toán trên ma trận

a. *Phép cộng, nhân ma trận. Lệnh evalm.*

```
> with(linalg);  
> A:= matrix(2,2,[1,x,2,1-x]);  
> B:= matrix(2,2,[1,0,1,1]);  
> evalm(A+B);  
> evalm(A*B);
```

b. *Tính định thức. Lệnh det*

```
> with(linalg);  
> A:=matrix(2,2,[cos(x), -sin(x), sin(x), cos(x)]);
```

$$A := \begin{bmatrix} \cos(x) & -\sin(x) \\ \sin(x) & \cos(x) \end{bmatrix}$$

```
> det(A);
```

1

c. *Tính giá trị riêng. Lệnh eigenvals*

```
> with(linalg);  
> A:= matrix(3,3,[1,0,0,2,1,2,1,0,1]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
[1 0 1]
```

```
> eigenvals(A);
```

```
1, 1, 1
```

d. Tính vector riêng. Lệnh *eigenvects*

```
> v:=eigenvects(A);
```

```
v := [1, 3, {[0, 1, 0]}]
```

```
v[1][1]: giá trị riêng
```

```
v[1][2]: bội
```

```
v[1][3]: vector riêng
```

e. Tính ma trận chuyển vị. Lệnh *transpose*

```
> with(linalg);
```

```
> A := array( [[1,2,3],[4,5]] );
```

```
A := [ [1 2 3 ]
       [4 5 A[2, 3]] ]
```

```
> transpose(A);
```

```
[1 4 ]
[ 5 ]
[2 5 ]
[ 3 ]
[3 A[2, 3]]
```

f. Tính ma trận nghịch đảo. Lệnh *inverse*

```
> with(linalg):
```

```
Warning, new definition for norm
```

```
Warning, new definition for trace
```

```
> A := array( [[1,x],[2,3]] );
```

```
A := [ [1 x]
       [2 3] ]
```

```
> inverse(A);
```

$$\begin{bmatrix} 3 & x \\ -\frac{3}{-3+2x} & -\frac{x}{-3+2x} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -\frac{2}{-3+2x} & -\frac{1}{-3+2x} \end{bmatrix}$$

III. Giải phương trình vi phân

1. Phương trình vi phân thường. Lệnh *dsolve*.

a. Tìm nghiệm tổng quát

```
> eqns := diff(y(x), x$2) - y(x) = sin(x)*x;
> dsolve(eqns, y(x));
```

$$y(x) = -1/2 \cos(x) - 1/2 x \sin(x) + C1 \exp(x) + C2 \exp(-x)$$

b. Tìm nghiệm bài toán Côsi

```
> dsolve({diff(v(t), t)+2*t=0, v(1)=5}, v(t));
```

$$v(t) = -t^2 + 6$$

```
> eqn := diff(y(t), t$2) + 5*diff(y(t), t) + 6*y(t) = 0;
eqn := -- y(t) + 5 -- y(t) + 6 y(t) = 0
        dt^2          dt
```

```
> dsolve({eqn, y(0)=0, D(y)(0)=1}, y(t));
y(t) = -exp(-3 t) + exp(-2 t)
```

c. Giải hệ phương trình vi phân

```
> sys := diff(y(x), x)=z(x)-y(x)-x, diff(z(x), x)=y(x);
> fcns := {y(x), z(x)};
> dsolve({sys, y(0)=0, z(0)=1}, fcns);
```

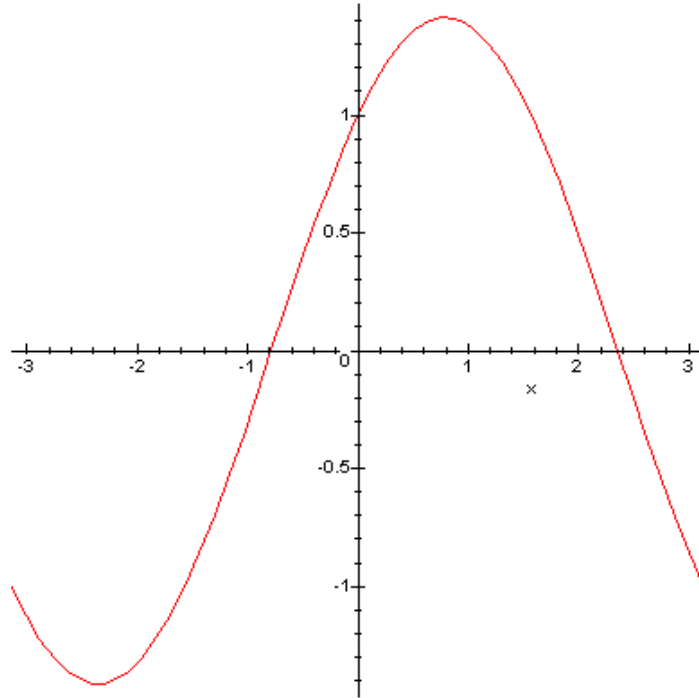
2. Phương trình đạo hàm riêng. Lệnh *pdesolve*.

```
> eq:= diff(f(x,y), x, x)+5*diff(f(x,y), x, y)=3;
> pdesolve(eq, f(x,y));
f(x,y) = 3/2*x^2+_F1(y)+_F2(y-5*x)
```

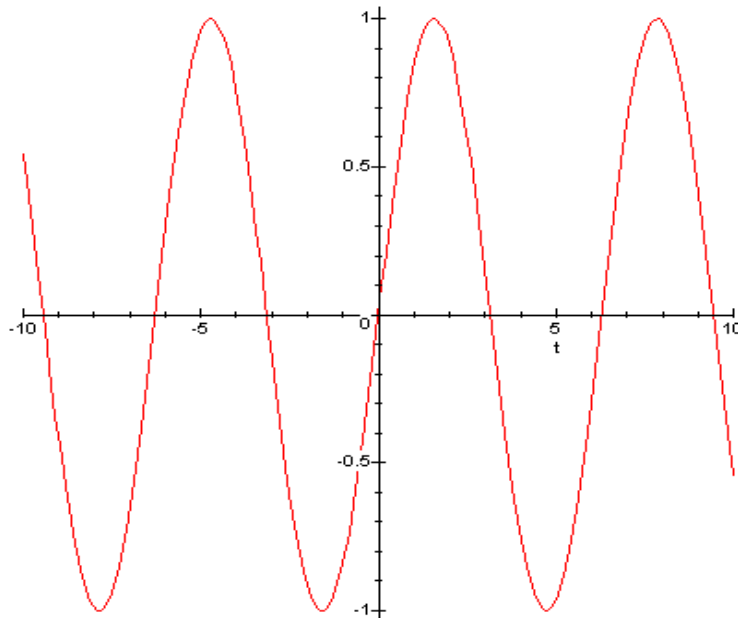
IV. Vẽ đồ thị hàm số

1. Hàm một biến, đồ thị 2D. Lệnh *plot*.

```
> plot(cos(x) + sin(x), x=-Pi..Pi);
```

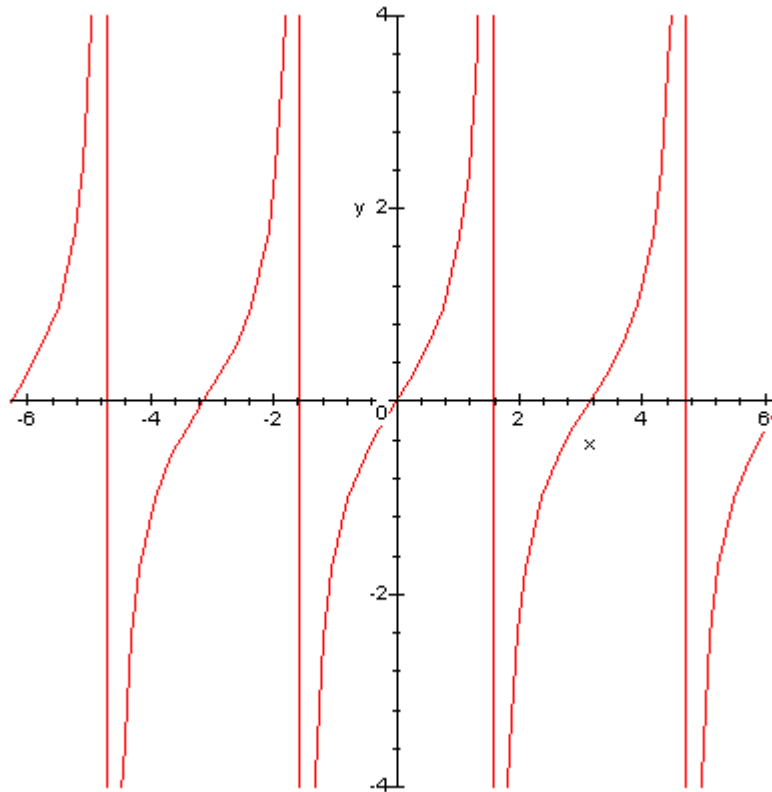


```
> plot(sin(t), t);
```



(Khi không chỉ ra miền xác định, Maple sẽ lấy miền mặc định là [-10,10])

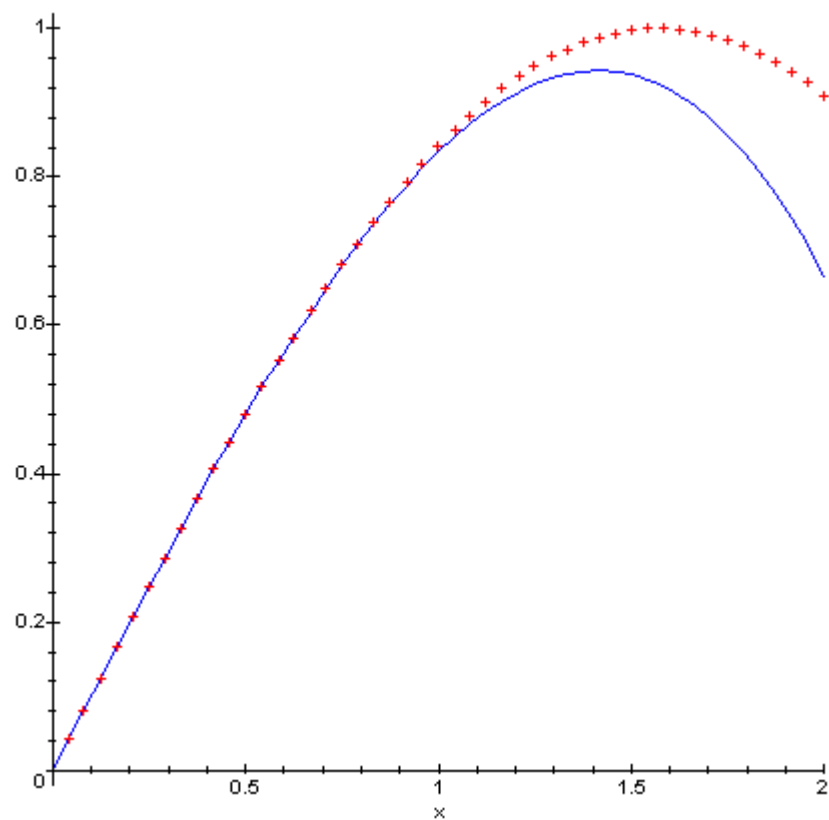

```
> plot(tan(x), x=-2*Pi..2*Pi, y=-4..4);
```



(Chỉ ra cả miền xác định & miền giá trị)

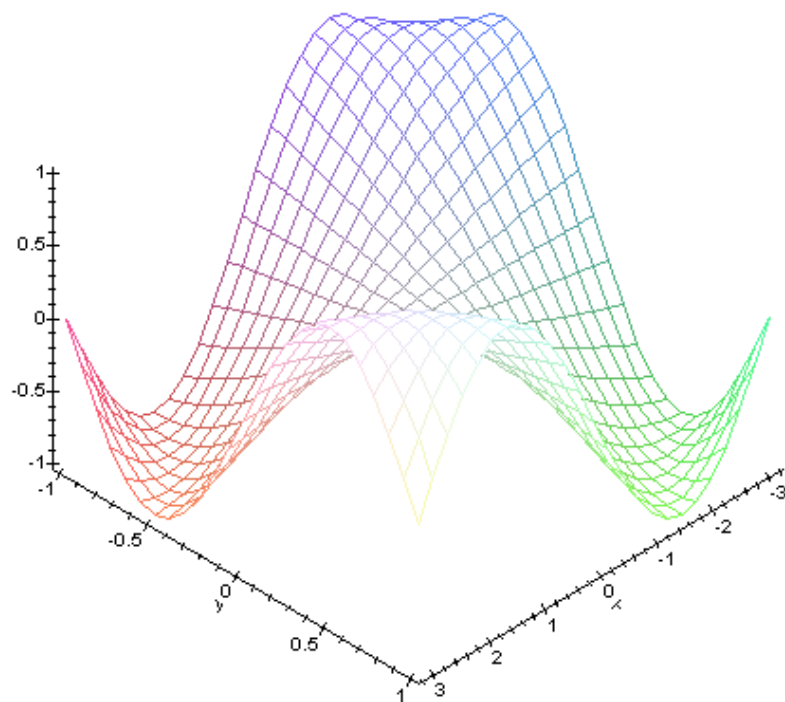
```
> plot([sin(x), x-x^3/6], x=0..2, color=[red,blue],  
style=[point,line]);
```

(Vẽ đồ thị nhiều hàm số. Danh sách các hàm số để trong cặp ngoặc vuông, tham số *color* chỉ ra thứ tự màu sắc cho từng đồ thị, tham số *style* chỉ ra kiểu nét vẽ theo thứ tự cho các đồ thị).

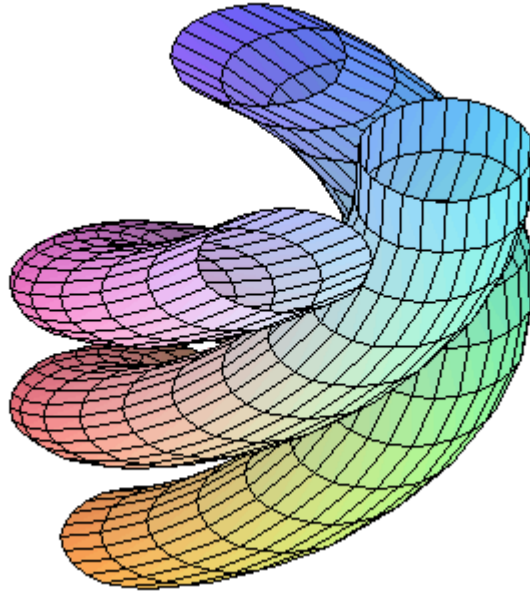


2. Hàm hai biến, đồ thị 3D. Lệnh `plot3d`.

```
> plot3d(sin(x*y), x=-Pi..Pi, y=-1..1);
```



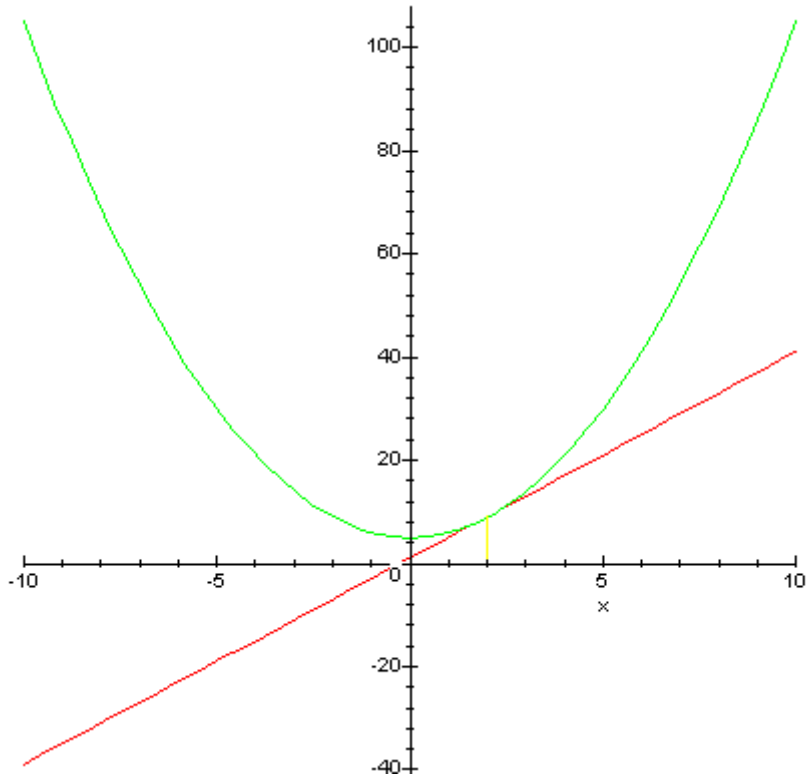
```
> c1:= [cos(u)-2*cos(0.4*v), sin(u)-2*sin(0.4*v), v];  
> c2:= [cos(u)+2*cos(0.4*v), sin(u)+2*sin(0.4*v), v];  
> c3:= [cos(u)+2*sin(0.4*v), sin(u)-2*cos(0.4*v), v];  
> plot3d({c1,c2,c3},u=0..2*Pi,v=0..10,grid=[25,15]);
```



(vẽ nhiều mặt cong cùng nhau: {c1, c2, c3}, ở đây c1, c2, c3 được mô tả dưới dạng tham số {u,v})

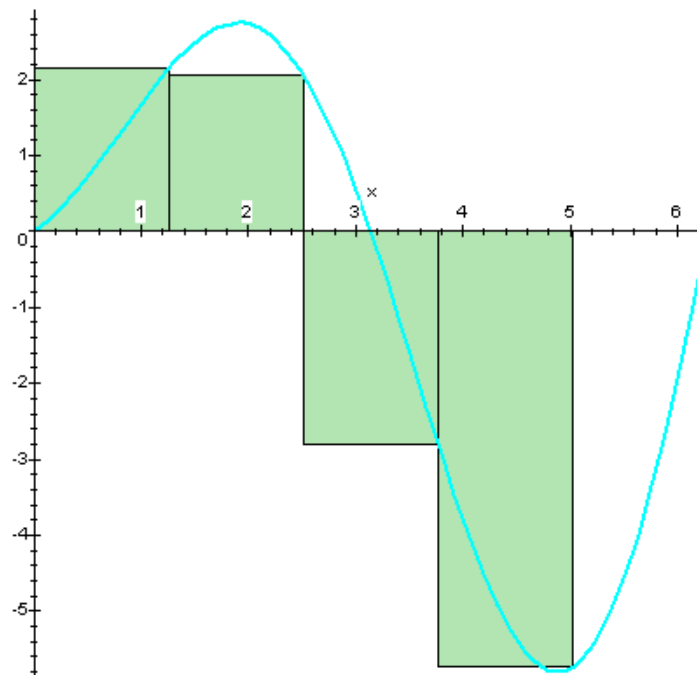
3. Vẽ tiếp tuyến. Lệnh *showtangent*.

```
> with(student):  
> showtangent(x^2+5, x = 2);
```



4. Vẽ đồ thị kèm biểu đồ. Lệnh *rightbox*, *leftbox*, *middlebox*.

```
> with (student):
> rightbox(sin(x)*x+sin(x), x=0..2*Pi, 4, color=CYAN);
```



V. Tính toán cực trị

1. Tìm cực trị hàm số. Hàm *maximize* và *minimize*.

Cú pháp:

```
minimize(expr)
minimize(expr, vars)
minimize(expr, vars, ranges)
```

```
maximize(expr)
maximize(expr, vars)
maximize(expr, vars, ranges)
```

```
> minimize(x^2+y^2+3);
                                     3

> minimize(sin(x));
                                     -1

> minimize(abs(x)+abs(7*x+3)-abs(x-5), x);
                                     -5

> minimize(x^2 + y^2, {x});
                                     y^2

> minimize(x^2 + y^2, {x, y}, {x=-10..10, y=10..20});
```

2. Tìm điểm cực trị theo ràng buộc (phương án tối ưu)

```
> with(simplex):
> cnsts := {3*x+4*y-3*z <= 23, 5*x-4*y-3*z <= 10,
  7*x+4*y+11*z <= 30}:
> obj := -x + y + 2*z:
> maximize(obj, cnsts union {x>=0, y>=0, z>=0});

                                     {x = 0, y = 49/8, z = 1/2}
```

VI. Lập trình

1. Cấu trúc điều khiển

a. Rẽ nhánh

if conditional expression then statement sequence

elif conditional expression then statement sequence
else statement sequence
fi

Ví dụ:

```
> a := 3; b := 5;
                                     a := 3
                                     b := 5
> if (a > b) then a else b fi;
                                     5
```

b. Lặp xác định

for <name> *from* <expr> *to* <expr> *do* <statement sequence> *od*;

hoặc

for <name> *in* <expr> *do* <statement sequence> *od*;

Ví dụ 1:

```
> sum := 0;
> for i from 11 to 100 do
    sum := sum + i
> od;
> print(sum);
```

Ví dụ 2:

```
> bob := [1, 2, 4, 5, 7];
> sum := 0;
> for m in bob do
    sum := sum + m
> od;
> print(sum);
```

Ví dụ 3:

```
> for i from 6 by 2 to 100 do print(i) od;
```

c. Lặp không xác định

while <expr> *do* <statement> *od*;

2. Hàm và thủ tục

```
> p:= proc(x,y) if x^2 < y then cos(x*y) else x*sin(x*y) fi
end:
> h:= proc(x) x^2 end:
> plot3d(p,-2..2,-1..h);
```