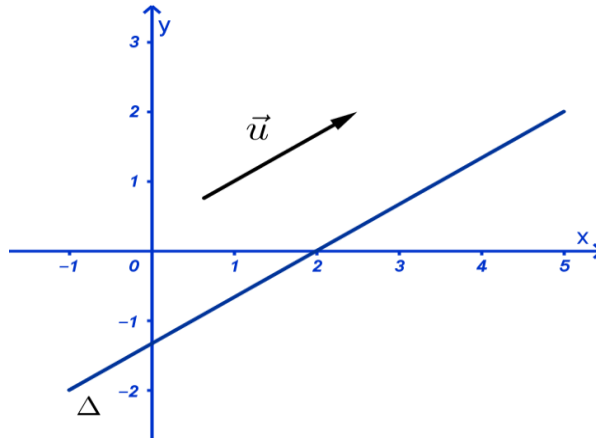


BÀI 1: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Vectơ \vec{u} được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ nếu $\vec{u} \neq \vec{0}$ và giá của \vec{u} song song hoặc trùng với Δ .

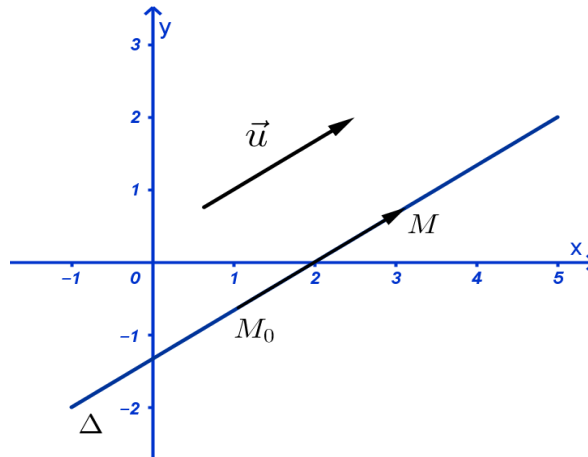


2. Phương trình tham số của đường thẳng

2. phương trình tham số của đường thẳng

a) Định nghĩa: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d đi qua $M_0(x_0, y_0)$ và có VTCP $\vec{u}(u_1, u_2)$.

Phương trình tham số của d :
$$\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases}$$



b) Liên hệ giữa vectơ chỉ phương và hệ số góc của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases}$ Nếu $u_1 \neq 0$ thì từ phương

trình (1) ta có

$y = k(x - x_0) + y_0$ trong đó $k = \frac{u_1}{u_2}$ là hệ số góc của đường thẳng Δ .

Ví dụ 3. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 5 - 6t \\ y = 2 + 8t \end{cases}$

1. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đường thẳng Δ ? Tại sao?

A. $A(5; 2)$.

B. $B(2; 4)$.

C. $C(8; -2)$.

D. $D(3; 6)$.

2. Trong các vectơ sau, vectơ nào là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ ?

A. $\vec{u} = (-3; 4)$

B. $\vec{v} = (3; 4)$

C. $\vec{a} = (6; -8)$

D. $\vec{u} = \left(1; \frac{-4}{3}\right)$

Hướng dẫn giải:

Ví dụ 1. a. Điểm $A(5; 2)$ thuộc đường thẳng Δ vì thay tọa độ của $A(5; 2)$ vào phương trình ta được

$$\begin{cases} 5 = 5 - 6t \\ 2 = 2 + 8t \end{cases} \Leftrightarrow t = 0$$

Điểm $B(2; 4)$ không thuộc đường thẳng Δ vì thay tọa độ của $B(2; 4)$ vào phương trình ta được .

$$\begin{cases} 2 = 5 - 6t \\ 4 = 2 + 8t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \\ t = \frac{1}{4} \end{cases} \text{ vô nghiệm.}$$

Điểm $C(8; -2)$ thuộc đường thẳng Δ vì thay tọa độ của $C(8; -2)$ vào phương trình ta được .

$$\begin{cases} 8 = 5 - 6t \\ -2 = 2 + 8t \end{cases} \Leftrightarrow t = \frac{-1}{2}$$

Điểm $D(3; 6)$ không thuộc đường thẳng Δ vì thay tọa độ của $D(3; 6)$ vào phương trình ta được .

$$\begin{cases} 3 = 5 - 6t \\ 6 = 2 + 8t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{3} \\ t = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ vô nghiệm.}$$

b. VTCP của Δ là $\vec{c} = (-6; 8)$ suy ra đáp án A, C, D đúng

Ví dụ 2: Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ trong các trường hợp sau:

- Δ đi qua điểm $A(2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2; -1)$.
- Δ đi qua hai điểm $A(2; 3)$ và $B(1; -1)$.

Hướng dẫn giải :

- Δ đi qua điểm $A(2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2; -1)$ có phương trình tham số là:

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$$

- Δ đi qua hai điểm $A(2; 3)$ và $B(1; -1)$ nên có VTCP.

Ví dụ 3: Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $C(4; -3)$ có hệ số góc $k = \frac{2}{3}$ là

A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 3 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$

3. Vecto pháp tuyến của đường thẳng

Định nghĩa: Vecto \vec{n} là một vecto pháp tuyến của đường thẳng Δ nếu $\vec{n} \neq \vec{0}$ và \vec{n} vuông góc với vecto chỉ phương của Δ .

Nhận xét

- Nếu \vec{n} là vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ thì vectơ $k\vec{n}$, ($k \neq 0$) cũng là vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ .

Một đường thẳng hoàn toàn được xác định nếu biết một điểm mà đường thẳng đi qua và một vectơ pháp tuyến của nó.

4. Phương trình tổng quát của đường thẳng

Định nghĩa: Phương trình $\Delta: ax + by + c = 0$ với a và b không đồng thời bằng 0, được gọi là phương trình tổng quát của đường thẳng.

Ví dụ 1: a. VTCP $\vec{u} = (u_1; u_2)$; VTPT $\vec{n} = (-u_2; u_1)$.

b. VTPT $\vec{n} = (a; b)$; VTCP $\vec{u} = (-b; a)$

Nhận xét: Nếu đường thẳng Δ có phương trình $ax + by + c = 0$ thì Δ có VTPT $\vec{n} = (a; b)$; VTCP $\vec{u} = (-b; a)$

b. Ví dụ:

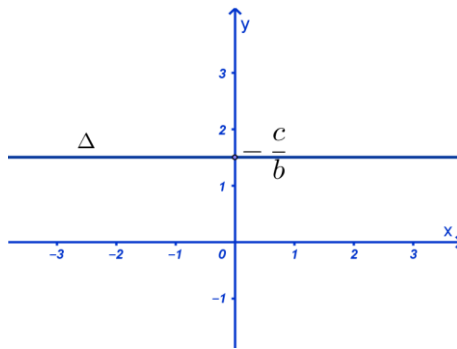
Ví dụ 2: Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(2;2)$ và $B(4;3)$ nên có VTCP $\vec{AB} = (2;1)$ nên có VTPT là $\vec{n} = (-1;2)$. Phương trình đường thẳng Δ là: $x - 2y + 2 = 0$.

Ví dụ 3: VTPT $\vec{n} = (3;4)$; VTCP $\vec{u} = (-4;3)$.

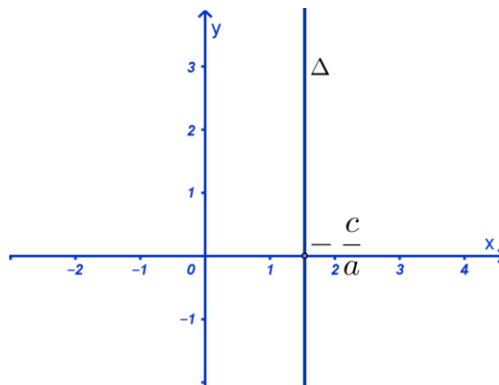
c. Các trường hợp đặc biệt

Cho đường thẳng Δ có phương trình $\Delta: ax + by + c = 0$ (1)

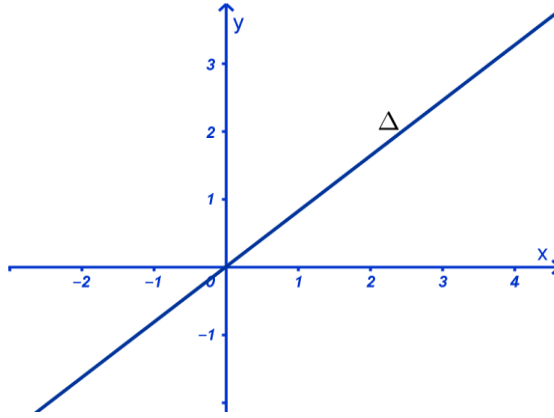
- Nếu $a = 0$ thì (1) $\Leftrightarrow y = \frac{-c}{b}$ Đường thẳng này vuông góc với trục Oy tại điểm $\left(0; -\frac{c}{b}\right)$.



- Nếu $b = 0$ thì (1) $\Leftrightarrow x = \frac{-c}{a}$ Đường thẳng này vuông góc với trục Ox tại điểm $\left(-\frac{c}{a}; 0\right)$.

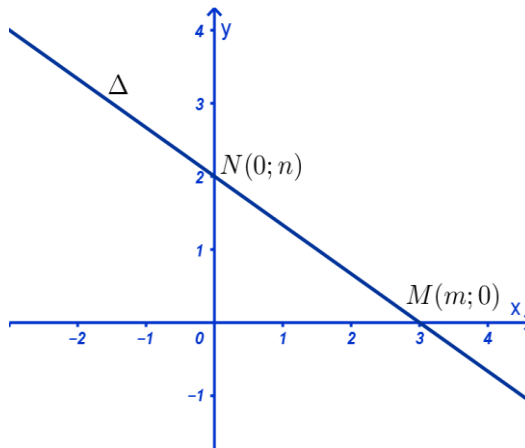


- Nếu $c = 0$ thì (1) $\Leftrightarrow ax + by = 0$. Đường thẳng này đi qua gốc tọa độ.



- Nếu a, b, c đều khác 0 thì (1) $\Leftrightarrow \frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$ (2).

Khi đó phương trình (2) được gọi là phương trình đường thẳng theo đoạn chắn. Đường thẳng này cắt trục Ox tại điểm $M(m;0)$ và cắt trục Oy tại điểm $N(0;n)$.



Ví dụ 4.

Áp dụng công thức phương trình đoạn chắn ta được phương trình đường thẳng MN là:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

5. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$.

Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (a_1; b_1)$; Δ_2 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (a_2; b_2)$

Tọa độ giao điểm của Δ_1 và Δ_2 là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

Ta có các trường hợp sau:

- Hệ phương trình (1) có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0) \Leftrightarrow \Delta_1$ cắt Δ_2 tại điểm duy nhất

$$M_0(x_0; y_0).$$

- Hệ phương trình (1) có vô số nghiệm $\Delta_1 \equiv \Delta_2$
- Hệ phương trình (1) có vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta_1$ và Δ_2 không có điểm chung hay $\Delta_1 \parallel \Delta_2$

Chú ý.

- $\Delta_1 \parallel \Delta_2$ thì vectơ pháp tuyến của Δ_1 là vectơ pháp tuyến của Δ_2 và ngược lại, vectơ chỉ phương của Δ_1 là vectơ chỉ phương của Δ_2 và ngược lại.

Ví dụ 1: Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ Suy ra đường thẳng d và Δ_1 cắt nhau.

a. Xét hệ phương trình $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases}$ hệ phương trình vô nghiệm nên $d \parallel \Delta_2$.

b. Xét hệ phương trình $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x - 2y + 2 = 0 \end{cases}$ hệ phương trình có vô số nghiệm nên 2 đường thẳng trùng nhau.

Ví dụ 2: Đáp số

a. $d_1 \parallel \Delta$.

b. Δ cắt d_2 .

c. $d_3 \parallel \Delta$

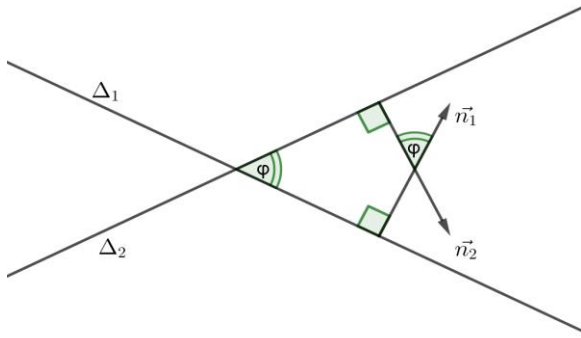
6. Góc giữa hai đường thẳng

VD1. Đáp số: Góc $AID = 120^\circ$ và góc $DIC = 30^\circ$

Định nghĩa: Cho hai đường thẳng cắt nhau Δ_1 và Δ_2 . Góc nhỏ nhất trong bốn góc do Δ_1 và Δ_2 cắt nhau tạo thành là góc giữa Δ_1 và Δ_2 . Kí hiệu (Δ_1, Δ_2)

- Nếu $\Delta_1 // \Delta_2$ hoặc $\Delta_1 \equiv \Delta_2$ thì $(\Delta_1, \Delta_2) = 0^\circ$.
- Nếu $\Delta_1 \perp \Delta_2$ thì $(\Delta_1, \Delta_2) = 90^\circ$

Đặt $\varphi = (\Delta_1, \Delta_2)$ thì $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$.



Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$

Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (a_1, b_1)$, Δ_2 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (a_2, b_2)$

Ta có
$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

Chú ý.

- $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 = 0$.
- Nếu phương trình $\Delta_1 : y = k_1x + b_1$ và $\Delta_2 : y = k_2x + b_2$ thì
 - $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow k_1k_2 = -1$.

$$\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 = k_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$$

7. Công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

. Công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ và điểm $M_0(x_0; y_0)$, khoảng cách từ

M_0 đến đường thẳng Δ được xác định bởi công thức $d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

Ví dụ 1.a. $d(M; d) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 3 - 11|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{4}{5}$

b. đường thẳng $d : 3x - 2y - 5 = 0$. Khoảng cách $d(M; d) = \frac{|3 \cdot 3 - 2 \cdot (-1) - 5|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = \frac{6\sqrt{13}}{13}$

Ví dụ 2. $M(1; 1) \in d_1$ Tacó:

$$d(d_1; d_2) = d(M; d_2) = \frac{|3 - 3m|}{\sqrt{2}} = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{3} \\ m = \frac{3 + 2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

PHIẾU HỌC TẬP 1

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng $(d): x - 2y + 3 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của đường thẳng (d) .

- A.** $\vec{n} = (1; -2)$. **B.** $\vec{n} = (2; 1)$. **C.** $\vec{n} = (-2; 3)$. **D.** $\vec{n} = (1; 3)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -2 + 3t \end{cases}$. Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng (d) ?

- A.** $\vec{u} = (-4; 3)$. **B.** $\vec{u} = (4; 3)$. **C.** $\vec{u} = (3; 4)$. **D.** $\vec{u} = (1; -2)$.

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng đi qua điểm $M(-2; 2)$ và nhận $\vec{n} = (3; -2)$ làm vector pháp tuyến có phương trình tổng quát là

- A.** $3x - 2y + 10 = 0$. **B.** $3x - 2y - 10 = 0$.
C. $-2x + 2y + 10 = 0$. **D.** $-2x + 2y - 10 = 0$.

Câu 4. Khoảng cách từ điểm $M(3; 0)$ đến đường thẳng $\Delta: 2x + y + 4 = 0$ là

- A.** $d(M, \Delta) = \frac{11}{\sqrt{5}}$. **B.** $d(M, \Delta) = 5\sqrt{2}$. **C.** $d(M, \Delta) = 2\sqrt{5}$. **D.** $d(M, \Delta) = 2$.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy , phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm $A(-2; 4)$ và $B(-6; 1)$ là:

- A.** $3x + 4y - 10 = 0$. **B.** $3x - 4y + 22 = 0$.
C. $3x - 4y + 8 = 0$. **D.** $3x - 4y - 22 = 0$.

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$. Nếu đường thẳng Δ qua điểm $M(1; -1)$ và Δ song song với d thì Δ có phương trình

- A.** $x - 2y - 3 = 0$. **B.** $x + 2y + 1 = 0$.
C. $x - 2y + 5 = 0$. **D.** $x - 2y + 3 = 0$.

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy , tính góc giữa hai đường thẳng: $d_1: 5x + y - 3 = 0$; $d_2: 5x - y + 7 = 0$.

- A.** $76^\circ 13'$. **B.** 45° . **C.** $22^\circ 37'$. **D.** $62^\circ 32'$.

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - y + 3 = 0$, $\Delta_2: 2x - 2y - 11 = 0$. Khoảng cách giữa 2 hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 là

- A.** $\frac{17}{2\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{17}{2}$. **C.** $\frac{17}{4\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{17}{\sqrt{2}}$.

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy , tìm điểm M nằm trên $\Delta: x + y - 1 = 0$ và cách $N(-1; 3)$ một khoảng bằng 5.

- A.** $(-2; 1)$. **B.** $(2; 1)$. **C.** $(2; -1)$. **D.** $(-2; -1)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy , hai đường thẳng $d_1: 4x + 3y - 18 = 0$; $d_2: 3x + 5y - 19 = 0$ cắt nhau tại điểm có tọa độ là

- A.** $(3; 2)$ **B.** $(-3; 2)$ **C.** $(3; -2)$. **D.** $(-3; -2)$.

- Câu 11.** Hai đường thẳng $d_1 : 12x - 6y + 10 = 0$ và $d_2 : \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ là hai đường thẳng.
- A.** song song. **B.** cắt nhau. **C.** trùng nhau. **D.** vuông góc.
- Câu 12.** Cho đường thẳng Δ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Đường thẳng Δ đi qua điểm.
- A.** $M(1; -2)$. **B.** $N(3; 5)$. **C.** $P(-1; -2)$. **D.** $Q(-3; 5)$.
- Câu 13.** Tìm m để $\Delta \perp \Delta'$, với $\Delta : 2x + y - 4 = 0$ và $\Delta' : y = (m+1)x + 3$.
- A.** $m = -\frac{3}{2}$. **B.** $m = -\frac{1}{2}$. **C.** $m = \frac{1}{2}$. **D.** $m = \frac{3}{2}$.
- Câu 14.** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $d_1 : 3x - y + 5 = 0$, $d_2 : x + 3y + 5 = 0$ và điểm $I(1; 2)$. Gọi H là giao điểm của d_1 và d_2 . Viết phương trình đường thẳng đi qua I và cắt d_1, d_2 lần lượt tại E và F sao cho $\frac{1}{HE^2} + \frac{1}{HF^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- A.** $x + 2y - 3 = 0$. **B.** $2x + y - 3 = 0$. **C.** $x - y - 3 = 0$. **D.** $x + y - 3 = 0$.
- Câu 15.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d_1 : x - 2y + 3 = 0$ và hai điểm $A(1; 3); B(-2; 4)$. Điểm $M(x; y) \in d_1$ sao cho $|\overline{MA} + \overline{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $x + 2y$ là
- A.** $\frac{123}{25}$. **B.** $-\frac{19}{5}$. **C.** $\frac{19}{5}$. **D.** $\frac{19}{10}$.

PHIẾU HỌC TẬP 2

Vận dụng 1: Một chiếc phi cơ bắt đầu chạy trên đường băng 300m rồi cất cánh, độ cao của nó tăng so với vận tốc 14 m/s, còn khoảng cách trên mặt đất tăng với vận tốc 64 m/s.

a) Chọn hệ trục tọa độ với gốc tọa độ đặt tại vị trí ban đầu của máy bay, trục hoành thể hiện độ di chuyển trên mặt đất, trục tung thể hiện độ cao của phi cơ, gốc thời gian tính tại thời điểm phi cơ cất cánh. Viết phương trình chuyển động của phi cơ theo thời gian t theo từng trục Ox, Oy .

b) Tìm vị trí của phi cơ sau 15 giây cất cánh.



Vận dụng 2: Một trường THPT cần thuê xe đi du lịch. Sau khi tìm hiểu thị trường, thì công ty X báo giá dịch vụ là 1.000.000 đồng/ ngày và cộng với 10.000 đồng/1 km. Còn công ty Y báo giá dịch vụ là 20.000 đồng/1 km. Theo em, nhà trường nên chọn xe hợp đồng thuê xe của công ty nào để giá thuê thấp hơn?



Vận dụng 3: Một gia đình cần thuê Công ty sửa thiết bị gia đình, có liên hệ với hai công ty A và B.

- Công ty A có lời chào hợp đồng: cho 1 nhân viên đến nhà, chủ hộ phải trả 50.000 đồng cước phí

và cộng 50.000 đồng cho mỗi giờ dịch vụ sửa chữa.

-Công ty B có lời chào hợp đồng: cho 1 nhân viên đến nhà, chủ hộ phải trả 75.000 đồng cho mỗi giờ dịch vụ sửa chữa.

Em hãy tính xem nên chọn hợp đồng với Công ty nào để chi phí thấp hơn?