Chuyên đề: HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

Bài 3: DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI-BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

PHẦN 1: DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Tam thức bậc hai

Tam thức bậc hai (đối với x) là biểu thức dạng ax^2+bx+c. Trong đó a,b,c là những số cho trước với $a\neq 0$.

Nghiệm của phương trình $ax^2+bx+c=0$ được gọi là ***nghiệm của tam thức bậc hai*** $f(x)=ax^2+bx+c$; $\Delta=b^2-4ac$ và $\Delta'=b'^2-ac$ theo thứ tự được gọi là biệt thức và biệt thức thu gọn của tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$.

2. Dấu của tam thức bậc hai

Dấu của tam thức bậc hai được thể hiện trong bảng sau

$f(x)=ax^2+bx+c,\ (a\neq 0)$	
$\Delta<0$	$a.f(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$
$\Delta=0$	$a.f(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{b}{2a}\right\}$
$\Delta>0$	$a.f(x)>0,\ \forall x\in(-\infty;x_1)\cup(x_2;+\infty)$
	$a.f(x)<0,\ \forall x\in(x_1;\ x_2)$

Nhận xét: Cho tam thức bậc hai ax^2+bx+c

- $ax^2+bx+c>0,\forall x\in R\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}$;
- $ax^2+bx+c\geq 0,\forall x\in R\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta\leq 0\end{cases}$
- $ax^2+bx+c<0,\forall x\in R\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta<0\end{cases}$;
- $ax^2+bx+c\leq 0,\forall x\in R\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta\leq 0\end{cases}$

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

DẠNG TOÁN 1: XÉT DẤU CỦA BIỂU THỨC CHỨA TAM THỨC BẬC HAI.

1. Phương pháp giải.

Dựa vào định lí về dấu của tam thức bậc hai để xét dấu của biểu thức chứa nó.

* Đối với đa thức bậc cao $P(x)$ ta làm như sau

- Phân tích đa thức $P(x)$ thành tích các tam thức bậc hai (hoặc có cả nhị thức bậc nhất)
- Lập bảng xét dấu của $P(x)$. Từ đó suy ra dấu của nó .

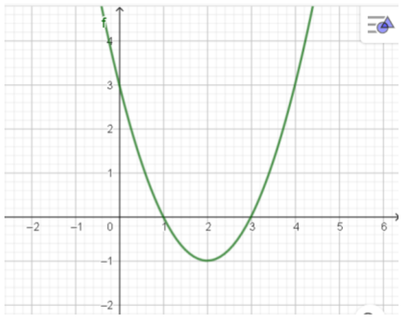
* Đối với phân thức $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ (trong đó $P(x)$, $Q(x)$ là các đa thức) ta làm như sau

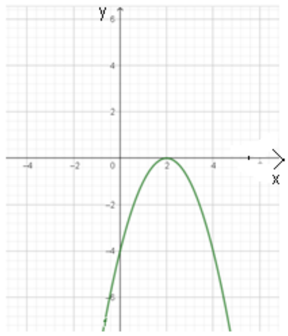
- Phân tích đa thức $P(x)$, $Q(x)$ thành tích các tam thức bậc hai (hoặc có cả nhị thức bậc nhất)
- Lập bảng xét dấu của $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$. Từ đó suy ra dấu của nó.

2. Bài tập tự luận

Ví dụ 1: Cho đồ thị của tam thức bậc hai $f(x)$. Hãy tìm nghiệm và lập bảng xét dấu của $f(x)$

a) b)





Lời giải:

a) Đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ $x=1;\ x=3$ nên $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt $x=1;\ x=3$.

Từ đồ thị ta suy ra:

$f(x)>0$ khi $x\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$

$f(x)<0$ khi $x\in(1;3)$

Do đó ta có bảng xét dấu của $f(x)$

Do đó ta có bảng xét dấu của $f(x)$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f(x)$		+	0	$-$	0 |	+	

b) Đồ thị tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ $x=2$ nên $f(x)$ có một nghiệm $x=2$

Từ đồ thị ta suy ra:

$f(x)<0, \forall x\neq 2.$

$f(x)=0 \Leftrightarrow x=2.$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		-	0	$-$	

Ví dụ 2: Xét dấu các tam thức bậc hai sau:

a) $3x^2-4x+1$ b) x^2+2x+1

c) $-x^2+3x-2$ d) $-x^2+x-1$

Lời giải:

a) Dễ thấy $f(x)=3x^2-4x+1$ có $\Delta'=1>0, a=3>0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1=\dfrac{1}{3}; x_2=1.$

Do đó ta có bảng xét dấu $f\ \ x$:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f(x)$		+	0	$-$	0	+	

Suy ra $f(x)>0$ với mọi $x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$ và $f(x)<0$ với mọi $x\in\left(\dfrac{1}{3};1\right)$.

b) $g(x)=x^2+2x+1$ có $\Delta=0$ và $a=1>0$ nên $g(x)$ có nghiệm kép $x=-1$ và $g(x)>0$ với mọi $x\neq -1.$

c) Dễ thấy $h(x)=-x^2+3x-2$ có $\Delta=1>0, a=-1<0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1=1; x_2=2$.

Do đó ta có bảng xét dấu $h(x)$:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$h(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Suy ra $h(x)<0$ với mọi $x\in(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$ và $h(x)>0$ với mọi $x\in(1;2)$.

d) $k(x)=-x^2+x-1$ có $\Delta=-3<0$ và $a=-1<0$ nên $k(x)<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Ví dụ 3: Xét dấu tam thức:

a) $f(x)=-x^2+5x-6$

b) $f(x)=2x^2+2x+5$.

Lời giải:

a) $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1=2,\ x_2=3$ và có hệ số $a=-1<0$.

Ta có bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b)Tam thức có $\Delta'=-9<0$ và hệ số $a=2>0$ nên $f(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Ví dụ 4: Xét dấu biểu thức $f(x)=\dfrac{2x^2-x-1}{x^2-4}$

Lời giải:

Ta có $2x^2-x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{1}{2}\\ x=1\end{array}\right.$; $x^2-4=0\Leftrightarrow x=\pm2$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$		-2		$-\frac{1}{2}$		1		2		$+\infty$
$2x^2-x-1$		$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
x^2-4		$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	||	$-$	0	$+$	0	$-$	||	$+$	

Ví dụ 5: Tìm x để biểu thức : $f(x)=(3x-x^2)(x^2-6x+9)$ nhận giá trị dương

Lời giải:

Ta có $3x^2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right.$; $x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Lập bảng xét dấu (Hoặc sử dụng phương pháp khoảng) ta có $x \in \; 0;3$.

Ví dụ 6: Xét dấu biểu thức: $P \; x \; = x - \dfrac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$

Lời giải:

Ta có $x - \dfrac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4} = \dfrac{-x^3 + 2x^2 + 5x - 6}{-x^2 + 3x + 4} = \dfrac{x - 1 \;\; -x^2 + x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$

Ta có $-x^2 + x + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 3 \end{array}\right.$, $-x^2 + 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 4 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		-1		1		3		4		$+\infty$
$x - 1$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$-x^2 + x + 6$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$-x^2 + 3x + 4$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	
$x - \dfrac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$		$-$	0	$+$	||	$-$	0	$+$	0	$-$	||	$+$	

Suy ra $x - \dfrac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$ dương khi và chỉ khi $x \in \; -2;-1 \; \cup \; 1;3 \; \cup \; 4;+\infty$,

$x - \dfrac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$ âm khi và chỉ khi $x \in \; -\infty;-2 \; \cup \; -1;1 \; \cup \; 3;4$.

Ví dụ 7: Tùy theo giá trị của tham số *m*, hãy xét dấu của các biểu thức $f(x) = x^2 + 2mx + 3m - 2$

Lời giải:

Tam thức $f(x)$ có $a = 1 > 0$ và $\Delta' = m^2 - 3m + 2$.

* Nếu $1 < m < 2 \Rightarrow \Delta' < 0 \Rightarrow f(x) > 0 \;\; \forall x \in R$.

* Nếu $\left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 2 \end{array}\right. \Rightarrow \Delta' = 0 \Rightarrow f(x) \geq 0 \;\; \forall x \in R$ và $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -m$

* Nếu $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < 1 \end{array}\right. \Rightarrow \Delta' > 0 \Rightarrow f(x)$ có hai nghiệm

$x_1 = -m - \sqrt{m^2 - 3m + 2}$ và $x_2 = -m + \sqrt{m^2 - 3m + 2}$. Khi đó:

+) $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$

+) $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (x_1; x_2)$.

3. Bài tập trắc nghiệm:

Ví dụ 1: Xét dấu của các tam thức sau

a) $3x^2 - 2x + 1$

A. $3x^2 - 2x + 1 \geq 0, \; \forall x \in \mathbb{R}$

B. $3x^2 - 2x + 1 > 0, \; \forall x \in \mathbb{R}$

C. $3x^2 - 2x + 1 < 0, \; \forall x \in \mathbb{R}$

D. $3x^2 - 2x + 1 \leq 0, \; \forall x \in \mathbb{R}$

b) $-x^2 + 4x + 5$

A. $-x^2+4x+5>0 \Leftrightarrow x\in(-1;5)$ **B.** $-x^2+4x+5<0 \Leftrightarrow x\in(-1;5)$

C. $-x^2+4x+5>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1)\cup(5;+\infty)$ **D.** $-x^2+4x+5<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1)$

c) $-4x^2+12x-9$

A. $-4x^2+12x-9<0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{3}{2}\right\}$ **B.** $-4x^2+12x-9>0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}$

C. $-4x^2+12x-9<0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}$ **D.** $-4x^2+12x-9>0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{3}{2}\right\}$

d) $3x^2-2x-8$

A. $3x^2-2x-8<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\frac{4}{3}\right)\cup(2;+\infty)$ **B.** $3x^2-2x-8<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\frac{4}{3}\right)$

C. $3x^2-2x-8<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\frac{4}{3};2\right)$ **D.** $3x^2-2x-8>0 \Leftrightarrow x\in\left(-\frac{4}{3};2\right)$

e) $25x^2+10x+1$

A. $25x^2+10x+1>0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{5}\right\}$ **B.** $25x^2+10x+1<0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{5}\right\}$

C. $25x^2+10x+1<0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{5}\right\}$ **D.** $25x^2+10x+1>0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{5}\right\}$

f) $-2x^2+6x-5$

A. $-2x^2+6x-5>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ **B.** $-2x^2+6x-5\le 0\ \forall x\in\mathbb{R}$

C. $-2x^2+6x-5\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}$ **D.** $-2x^2+6x-5<0\ \forall x\in\mathbb{R}$

Lời giải:

a) Ta có $\Delta'=-2<0,\ a=3>0$ suy ra $3x^2-2x+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

b) Ta có $-x^2+4x+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=5 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
$-x^2+4x+5$		$-$	0	$+$	$\vert$	$-$	

Suy ra $-x^2+4x+5>0 \Leftrightarrow x\in(-1;5)$ và $-x^2+4x+5<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1)\cup(5;+\infty)$

c) Ta có $\Delta'=0,\ a<0$ suy ra $-4x^2+12x-9<0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}$

d) Ta có $3x^2-2x-8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-\frac{4}{3} \end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\dfrac{4}{3}$		2		$+\infty$
$3x^2-2x-8$	$+$	0	$-$	$\mid$	$+$	

Suy ra $3x^2-2x-8>0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\dfrac{4}{3}\right)\cup(2;+\infty)$ và $3x^2-2x-8<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\dfrac{4}{3};2\right)$

e) Ta có $\Delta'=0,\ a>0$ suy ra $25x^2+10x+1>0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{5}\right\}$

f) Ta có $\Delta'=-1<0,\ a<0$ suy ra $-2x^2+6x-5<0\ \forall x\in\mathbb{R}$

Nhận xét:

Cho tam thức bậc hai ax^2+bx+c. Xét nghiệm của tam thức, nếu:

* Vô nghiệm khi đó tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$ cùng dấu với a với mọi x

* Nghiệm kép khi đó tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$ cùng dấu với a với mọi $x\neq-\dfrac{b}{2a}$

* Có hai nghiệm $f(x)$ cùng dấu với a khi và chỉ khi $x\in(-\infty;x_1)\cup(x_2;+\infty)$ (ngoài hai nghiệm) và $f(x)$ trái dấu với a khi và chỉ khi $x\in(x_1;x_2)$ (trong hai nghiệm)(ta có thể nhớ câu là trong trái ngoài cùng)

Ví dụ 2: Xét dấu của các biểu thức sau

a) $(-x^2+x-1)(6x^2-5x+1)$

A. $(-x^2+x-1)(6x^2-5x+1)$ dương khi và chỉ khi $x\in\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2}\right)$

B. $(-x^2+x-1)(6x^2-5x+1)$ âm khi và chỉ khi $x\in\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2}\right)$

C. $(-x^2+x-1)(6x^2-5x+1)$ dương khi và chỉ khi $x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$

D. $(-x^2+x-1)(6x^2-5x+1)$ âm khi và chỉ khi $x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$

b) $\dfrac{x^2-x-2}{-x^2+3x+4}$

A. $\dfrac{x^2-x-2}{-x^2+3x+4}$ âm khi và chỉ khi $x\in(2;4)$,

B. $\dfrac{x^2-x-2}{-x^2+3x+4}$ dương khi và chỉ khi $x\in(2;4)$,

C. $\dfrac{x^2-x-2}{-x^2+3x+4}$ dương khi và chỉ khi $x\in(-\infty;-1)\cup(-1;2)$.

D. $\dfrac{x^2-x-2}{-x^2+3x+4}$ âm khi và chỉ khi $x\in(-1;2)\cup(4;+\infty)$.

c) x^3-5x+2

A. x^3-5x+2 âm khi và chỉ khi $x\in\left(-1-\sqrt{2};-1+\sqrt{2}\right)\cup\left(2;+\infty\right)$

B. x^3-5x+2 dương khi và chỉ khi $x\in\left(-1-\sqrt{2};-1+\sqrt{2}\right)$

C. x^3-5x+2 âm khi và chỉ khi $x\in\left(-1-\sqrt{2};-1+\sqrt{2}\right)$

D. x^3-5x+2 dương khi và chỉ khi $x\in\left(-1-\sqrt{2};-1+\sqrt{2}\right)\cup\left(2;+\infty\right)$

d) $x-\dfrac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$

A. $x-\dfrac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$ dương khi và chỉ khi $x\in\left(-2;-1\right)\cup\left(4;+\infty\right)$

B. $x-\dfrac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$ dương khi và chỉ khi $x\in\left(4;+\infty\right)$

C. $x-\dfrac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$ âm khi và chỉ khi $x\in\left(-\infty;-2\right)\cup\left(3;4\right)$

D. $x-\dfrac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$ âm khi và chỉ khi $x\in\left(-\infty;-2\right)\cup\left(-1;1\right)\cup\left(3;4\right)$

Lời giải:

a) Ta có $-x^2+x-1=0$ vô nghiệm, $6x^2-5x+1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$ hoặc $x=\dfrac{1}{3}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$-x^2+x-1$		$-$	0	$-$	|	$-$	
$6x^2-5x+1$		$+$	|	$-$	0	$+$	
$\left(-x^2+x-1\right)\left(6x^2-5x+1\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Suy ra $\left(-x^2+x-1\right)\left(6x^2-5x+1\right)$ dương khi và chỉ khi $x\in\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2}\right)$

$\left(-x^2+x-1\right)\left(6x^2-5x+1\right)$ âm khi và chỉ khi $x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$

b) Ta có $x^2-x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$, $-x^2+3x+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=4\end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
x^2-x-2		$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
$-x^2+3x+4$		$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	
$\dfrac{x^2-x-2}{-x^2+3x+4}$		$-$	||	$-$	0	$+$	||	$-$	

Suy ra $\dfrac{x^2-x-2}{-x^2+3x+4}$ dương khi và chỉ khi $x\in\left(2;4\right)$, $\dfrac{x^2-x-2}{-x^2+3x+4}$ âm khi và chỉ khi

$x \in (-\infty;-1) \cup (-1;2) \cup (4;+\infty)$.

c) Ta có $x^3 - 5x + 2 = (x-2)(x^2 + 2x - 1)$

Ta có $x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{2}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-1-\sqrt{2}$		$-1+\sqrt{2}$		2		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	$-$	0	$-$	$\vert$	$+$	
x^2+2x-1		$+$	0	$-$	$\vert$	$+$	0	$+$	
x^3-5x+2		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra $x^3 - 5x + 2$ dương khi và chỉ khi $x \in (-1-\sqrt{2};-1+\sqrt{2}) \cup (2;+\infty)$, $x^3 - 5x + 2$ âm khi và chỉ khi $x \in (-\infty;-1-\sqrt{2}) \cup (-1+\sqrt{2};2)$.

d) Ta có $x - \dfrac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4} = \dfrac{-x^3 + 2x^2 + 5x - 6}{-x^2 + 3x + 4} = \dfrac{(x-1)(-x^2 + x + 6)}{-x^2 + 3x + 4}$

Ta có $-x^2 + x + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 3 \end{array}\right.$, $-x^2 + 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 4 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		-1		1		3		4		$+\infty$
$x-1$		$-$	$\vert$	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$-x^2+x+6$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	$\vert$	$-$	
$-x^2+3x+4$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$x - \dfrac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

Suy ra $x - \dfrac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$ dương khi và chỉ khi $x \in (-2;-1) \cup (1;3) \cup (4;+\infty)$, $x - \dfrac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$ âm khi và chỉ khi $x \in (-\infty;-2) \cup (-1;1) \cup (3;4)$.

4-Bài tập trắc nghiệm luyện tập.

Câu 1: Xét dấu các tam thức sau

a) $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$

A. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (\frac{1}{2};1)$;

B. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;\frac{1}{2}) \cup (1;+\infty)$.

C. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;\frac{1}{2}) \cup (1;+\infty)$.

D. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;\frac{1}{2})$.

b) $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

A. $g(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **B.** $g(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **C.** $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **D.** $g(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

c) $h(x) = -2x^2 + x - 1$.

A. $g(x) > 0 \quad \forall x \in R$.

B. $g(x) \leq 0 \quad \forall x \in R$.

C. $g(x) \geq 0 \quad \forall x \in R$.

D. $g(x) < 0 \quad \forall x \in R$.

Lời giải:

a) Tam thức $f(x)$ có $a=-2<0$, có hai nghiệm $x_1=\frac{1}{2}$; $x_2=1$

* $f(x)>0$ (trái dấu với a) $\Leftrightarrow x\in(\frac{1}{2};1)$

* $f(x)<0$ (cùng dấu với a) $\Leftrightarrow x\in(-\infty;\frac{1}{2})\cup(1;+\infty)$.

b) Tam thức $g(x)$ có $a=\frac{1}{4}>0$, có $\Delta=0$ $\Rightarrow g(x)>0$ (cùng dấu với a) $\forall x\neq\frac{1}{2}$ và $g(\frac{1}{2})=0$.

c) Tam thức $g(x)$ có $a=-2>0$, có $\Delta=-7<0$ $\Rightarrow g(x)<0$ (cùng dấu với a) $\forall x\in R$.

Câu 2: Xét dấu các biểu thức sau

a) $f(x)=(x^2-5x+4)(2-5x+2x^2)$

A.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		2		4		$+\infty$
x^2-5x+4		+	|	+	0	–	|	–	0	+	
$2x^2-5x+2$		+	0	–	|	+	0	+	|	+	
f(x)		+	0	+	0	+	0	–	0	+	

B.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		2		4		$+\infty$
x^2-5x+4		+	|	+	0	–	|	+	0	+	
$2x^2-5x+2$		+	0	+	|	–	0	+	|	+	
f(x)		+	0	–	0	+	0	+	0	+	

C.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		2		4		$+\infty$
x^2-5x+4		+	|	+	0	+	|	–	0	+	
$2x^2-5x+2$		+	0	–	|	+	0	+	|	+	
f(x)		+	0	–	0	+	0	–	0	+	

D.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		2		4		$+\infty$
x^2-5x+4		+	|	+	0	–	|	–	0	+	
$2x^2-5x+2$		+	0	–	|	–	0	+	|	+	
f(x)		+	0	–	0	+	0	–	0	+	

b) $f(x)=x^2-3x-2-\frac{8}{x^2-3x}$.

A.

x	$-\infty$		-1		0		1		2		3		4		$+\infty$
x^2-3x		+	|	+	0	+	|	–	|	–	0	+	|	+	

x^2-3x-4	+ 0 – | + | – | – | – 0 +
x^2-3x+2	+ | + | + 0 – 0 + | + | +
f(x)	+ ‖ – 0 + ‖ – ‖ + 0 – ‖ +

B.

x	$-\infty$ -1 0 1 2 3 4 $+\infty$
x^2-3x	+ | + 0 – | + | – 0 + | +
x^2-3x-4	+ 0 – | – | + | – | – 0 +
x^2-3x+2	+ | + | + 0 – 0 + | + | +
f(x)	+ ‖ – 0 + ‖ – ‖ + 0 – ‖ +

C.

x	$-\infty$ -1 0 1 2 3 4 $+\infty$
x^2-3x	+ | + 0 – | – | + 0 + | +
x^2-3x-4	+ 0 – | – | – | + | – 0 +
x^2-3x+2	+ | + | + 0 – 0 + | + | +
f(x)	+ ‖ – 0 + ‖ – ‖ + 0 – ‖ +

D.

x	$-\infty$ -1 0 1 2 3 4 $+\infty$
x^2-3x	+ | + 0 – | – | – 0 + | +
x^2-3x-4	+ 0 – | – | – | – | – 0 +
x^2-3x+2	+ | + | + 0 – 0 + | + | +
f(x)	+ ‖ – 0 + ‖ – ‖ + 0 – ‖ +

Lời giải:

a) Ta có: $x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow x=1; x=4$

$$2-5x+2x^2=0 \Leftrightarrow x=2; x=\frac{1}{2}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$ $\frac{1}{2}$ 1 2 4 $+\infty$
x^2-5x+4	+ | + 0 – | – 0 +
$2x^2-5x+2$	+ 0 – | – 0 + | +
f(x)	+ 0 – 0 + 0 – 0 +

b) Ta có: $f(x)=\frac{(x^2-3x)^2-2(x^2-3x)-8}{x^2-3x}=\frac{(x^2-3x+2)(x^2-3x-4)}{x^2-3x}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$ -1 0 1 2 3 4 $+\infty$
x^2-3x	+ | + 0 – | – | – 0 + | +
x^2-3x-4	+ 0 – | – | – | – | – 0 +
x^2-3x+2	+ | + | + 0 – 0 + | + | +
f(x)	+ ‖ – 0 + ‖ – ‖ + 0 – ‖ +

Câu 3: Xét dấu các biểu thức sau

a) $\dfrac{1}{x+9}-\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{2}$

A. $f(x)\ge 0 \Leftrightarrow x\in(-6;-3)\cup(2;0)$

B. $f(x)<0 \Leftrightarrow (-\infty;-6)\cup(-3;2)\cup(0;+\infty)$

C. $f(x)\le 0 \Leftrightarrow (-\infty;-6)\cup(-3;2)\cup(0;+\infty)$

D. $f(x)<0 \Leftrightarrow x\in(-6;-3)\cup(2;0)$

b) x^4-4x+1.

A. $f(x)\le 0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{4\sqrt{2}-2}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{4\sqrt{2}-2}}{2};+\infty\right)$

B. $f(x)>0 \Leftrightarrow \left(\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{4\sqrt{2}-2}}{2};\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{4\sqrt{2}-2}}{2}\right)$

C. $f(x)\ge 0 \Leftrightarrow \left(\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{4\sqrt{2}-2}}{2};\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{4\sqrt{2}-2}}{2}\right)$

D. $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{4\sqrt{2}-2}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{4\sqrt{2}-2}}{2};+\infty\right)$

c) $\dfrac{3x+7}{x^2-x-2}+5$

A. $\dfrac{5x^2-2x-3}{x^2-x-2}<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1)\cup\left(-\dfrac{3}{5};1\right)\cup(2;+\infty)$

B. $\dfrac{5x^2-2x-3}{x^2-x-2}>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1)\cup\left(-\dfrac{3}{5};1\right)$

C. $\dfrac{5x^2-2x-3}{x^2-x-2}<0 \Leftrightarrow x\in\left(-1;-\dfrac{3}{5}\right)\cup(1;2)$

D. $\dfrac{5x^2-2x-3}{x^2-x-2}>0 \Leftrightarrow x\in\left(-1;-\dfrac{3}{5}\right)\cup(1;2)$

d) x^3-3x+2

A. $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-2;+\infty)$

B. $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-2)$

C. $f(x)<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-2)$

D. $f(x)<0 \Leftrightarrow x\in(-2;+\infty)\setminus\{1\}$

Lời giải:

a) Ta có: $f(x)=\dfrac{2x-2(x+9)-x(x+9)}{2x(x+9)}=\dfrac{-x^2-9x-18}{2x(x+2)}$

$\Rightarrow f(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-6;-3)\cup(2;0)$

$f(x)<0 \Leftrightarrow (-\infty;-6)\cup(-3;2)\cup(0;+\infty)$

b) Ta có: $f(x)=x^4+2x^2+1-2(x^2+2x+1)=(x^2+1)^2-\left[\sqrt{2}(x+1)\right]^2$

$\Rightarrow f(x)=\left(x^2-\sqrt{2}x+1-\sqrt{2}\right)\left(x^2+\sqrt{2}x+1+\sqrt{2}\right)$

$\Rightarrow f(x)>0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{4\sqrt{2}-2}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{4\sqrt{2}-2}}{2};+\infty\right)$

$f(x)<0 \Leftrightarrow \left(\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{4\sqrt{2}-2}}{2};\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{4\sqrt{2}-2}}{2}\right)$

c) $\dfrac{5x^2-2x-3}{x^2-x-2}>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1)\cup\left(-\dfrac{3}{5};1\right)\cup(2;+\infty)$

Và $\dfrac{5x^2-2x-3}{x^2-x-2}<0 \Leftrightarrow x\in\left(-1;-\dfrac{3}{5}\right)\cup(1;2)$

d) $f(x)=(x-1)^2(x+2) \Rightarrow f(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-2;+\infty)\setminus\{1\}$

$f(x)<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-2)$

Câu 4: Tùy theo giá trị của tham số m $g(x)=(m-1)x^2+2(m-1)+m-3$, Khẳng định nào sau đây đúng là sai?

A. $m=1 \Rightarrow g(x)<0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$

B. $T=\left[0;\dfrac{3}{2}\right]$ có hai nghiệm phân biệt

C. $m<1 \Rightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta'<0 \end{cases} \Rightarrow g(x)<0 \quad \forall x\in R$.

D. Cả A, B, C đều sai

Lời giải:

Nếu $m=1 \Rightarrow g(x)=-2<0 \quad \forall x\in R$

Nếu $m\neq 1$, khi đó $g(x)$ là tam thức bậc hai có $a=m-1$ và $\Delta'=2(m-1)$, do đó ta có các trường hợp sau:

* $T=\left[0;\dfrac{3}{2}\right]$ có hai nghiệm phân biệt

$x_1=\dfrac{m-1-\sqrt{2(m-1)}}{m-1}$ và $x_2=\dfrac{m-1+\sqrt{2(m-1)}}{m-1}$.

$\Rightarrow g(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;x_1)\cup(x_2;+\infty)$; $g(x)<0 \Leftrightarrow x\in(x_1;x_2)$.

* $m<1 \Rightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta'<0 \end{cases} \Rightarrow g(x)<0 \quad \forall x\in R$

➢ **DẠNG TOÁN 2: BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ LIÊN QUAN ĐẾN TAM THỨC BẬC HAI LUÔN MANG MỘT DẤU.**

Phương pháp: Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$

$$ax^2+bx+c>0,\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta<0 \\ a>0 \end{cases}$$

$$ax^2+bx+c\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta\leq 0 \\ a>0 \end{cases}$$

$$ax^2+bx+c<0,\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta<0 \\ a<0 \end{cases}$$

$$ax^2+bx+c\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\le 0\\ a<0\end{cases}$$

1. Bài tập tự luận:

Ví dụ 1: Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì

a) Phương trình $mx^2-(3m+2)x+1=0$ luôn có nghiệm

b) Phương trình $(m^2+5)x^2-(\sqrt{3}m-2)x+1=0$ luôn vô nghiệm

Lời giải

a) Với $m=0$ phương trình trở thành $-2x+1=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ suy ra phương trình có nghiệm

Với $m\ne 0$, ta có $\Delta=(3m+2)^2-4m=9m^2+8m+4$

Vì tam thức $9m^2+8m+4$ có $a_m=9>0,\ \Delta'_m=-20<0$ nên $9m^2+8m+4>0$ với mọi m

Do đó phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi m.

b) Ta có $\Delta=(\sqrt{3}m-2)^2-4(m^2+5)=-m^2-4\sqrt{3}m-16$

Vì tam thức $-m^2-4\sqrt{3}m-8$ có $a_m=-1<0,\ \Delta'_m=-4<0$ nên $-m^2-4\sqrt{3}m-8<0$ với mọi m

Do đó phương trình đã cho luôn vô nghiệm với mọi m.

Ví dụ 2:

a) Tìm m để $f(x)=-x^2-2x+m$ luôn âm với mọi x

b) Tìm m để $f(x)=-3x^2-x+4m\le 0$ với mọi x

c) Tìm m để $f(x)=x^2-2x-m+3$ luôn dương với mọi x

d) Tìm m để $g(x)=mx^2-2(m-1)x+m-3$ không âm với mọi x.

Lời giải

a) $f(x)=-x^2-2x+m$ ($a=-1<0$)

$\Delta'=(-1)^2-(-1).m=1+m$

Để $f(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$ thì $\begin{cases}\Delta'<0\\ a<0\end{cases}\Leftrightarrow 1+m<0\Leftrightarrow m<-1$

b) $f(x)=-3x^2-x+4m$ $(a=-3<0)$

$\Delta=(-1)^2-4(-3).4m=1+48m$

Để $f(x)=-3x^2-x+4m\le 0$ với mọi x thì $\begin{cases}\Delta\le 0\\ a<0\end{cases}\Leftrightarrow 1+48m<0\Leftrightarrow m<-\frac{1}{48}$

c) $f(x)=x^2-2x-m+3$ ($a=1>0$)

$\Delta'=(-1)^2-1.(-m+3)=m-2.$

Để $f(x)=x^2-2x-m+3$ luôn dương với mọi x thì $\begin{cases}\Delta'<0\\ a>0\end{cases}\Leftrightarrow m-2<0\Leftrightarrow m<2$

d) Tìm m để $g(x)=mx^2-2(m-1)x+m-3$ không âm với mọi x.

Xét $m=0$ thì $g\left(x\right)=2x-3\ge 0\Leftrightarrow x\ge \frac{3}{2}$. Do đó $m=0$ không thỏa mãn.

Xét $m\ne 0$, khi đó $g\left(x\right)$ là tam thức bậc hai có

$\Delta'=(m-1)^2-m.(m-3)=m+1.$

Để $g\left(x\right)=mx^2-2\left(m-1\right)x+m-3$ không âm với mọi x, tức là $g\left(x\right)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ thì

$\begin{cases}\Delta'\le 0\\ a>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m+1\le 0\\ m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le -1\\ m>0\end{cases}\Leftrightarrow m\in\varnothing$

Vậy không có giá trị nào của m thỏa yêu cầu bài toán

Ví dụ 3: Cho $f(x)=x^2+\left(m+1\right)x+2m+3$ (m tham số)

Tìm các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai sau dương với mọi $x\in\mathbb{R}$

Lời giải

Đặt $f\left(x\right)=x^2+\left(m+1\right)x+2m+3$ có hệ số $a=1>0$

Ta có $\Delta=\left(m+1\right)^2-4\left(2m+3\right)=m^2-6m-11$

*) Nếu $\Delta>0$ thì $f\left(x\right)\le 0$ khi $x\in\left[x_1;x_2\right]$ với x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=0$.

Khi đó không thỏa mãn $f\left(x\right)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

*) Nếu $\Delta=0$ thì $f\left(x\right)=0$ khi $x=-\frac{b}{2a}$, khi đó không thỏa mãn $f\left(x\right)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

*) Nếu $\Delta<0\Leftrightarrow 3-2\sqrt{5}<m<3+2\sqrt{5}$ thì $1.f\left(x\right)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ (thỏa mãn đề bài)

Vậy $3-2\sqrt{5}<m<3+2\sqrt{5}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ví dụ 4: Chứng minh rằng hàm số sau có tập xác định là $\mathbb{R}$ với mọi giá trị của m.

a) $y=\dfrac{mx}{\left(2m^2+1\right)x^2-4mx+2}$

b) $y=\sqrt{\dfrac{2x^2-2\left(m+1\right)x+m^2+1}{m^2x^2-2mx+m^2+2}}$

Lời giải:

a) ĐKXĐ: $\left(2m^2+1\right)x^2-4mx+2\ne 0$

Xét tam thức bậc hai $f\left(x\right)=\left(2m^2+1\right)x^2-4mx+2$

Ta có $a=2m^2+1>0,\ \Delta'=4m^2-2\left(2m^2+1\right)=-2<0$

Suy ra với mọi m ta có $f\left(x\right)=\left(2m^2+1\right)x^2-4mx+2>0\ \forall x\in\mathbb{R}$

Do đó với mọi m ta có $\left(2m^2+1\right)x^2-4mx+2\ne 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$

b) ĐKXĐ: $\dfrac{2x^2-2\left(m+1\right)x+m^2+1}{m^2x^2-2mx+m^2+2}\ge 0$ và $m^2x^2-2mx+m^2+2\ne 0$

Xét tam thức bậc hai $f\left(x\right)=2x^2-2\left(m+1\right)x+m^2+1$ và

Ta có $a_f = 2 > 0,\ \Delta_f' = (m+1)^2 - 2(m^2+1) = -m^2 + 2m - 1 = -(m-1)^2 \le 0$

Suy ra với mọi m ta có $f(x) = 2x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 1 \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ (1)

Xét tam thức bậc hai $g(x) = m^2x^2 - 2mx + m^2 + 2$

Với $m = 0$ ta có $g(x) = 2 > 0$, xét với $m \ne 0$ ta có

$a_g = m^2 > 0,\ \Delta_g' = m^2 - m^2(m^2+2) = -m^2(m^2+1) < 0$

Suy ra với mọi m ta có $g(x) = m^2x^2 - 2mx + m^2 + 2 > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra với mọi m thì $\dfrac{2x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 1}{m^2x^2 - 2mx + m^2 + 2} \ge 0$ và $m^2x^2 - 2mx + m^2 + 2 \ne 0$

đúng với mọi giá trị của x

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$

Ví dụ 5: Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì

a) Phương trình $x^2 - 2(m+2)x - (m+3) = 0$ luôn có nghiệm

b) Phương trình $(m^2+1)x^2 + (\sqrt{3}m - 2)x + 2 = 0$ luôn vô nghiệm

Lời giải:

a) Ta có $\Delta = (m+2)^2 + m + 3 = m^2 + 5m + 7$

Vì tam thức $m^2 + 5m + 7$ có $a_m = 1 > 0,\ \Delta'_m = -2 < 0$ nên $x = -4,\ x = 0$ với mọi m

Do đó phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi m.

b) Ta có $\Delta = (\sqrt{3}m - 2)^2 - 8(m^2+1) = -5m^2 - 4\sqrt{3}m - 4$

Vì tam thức $-5m^2 - 4\sqrt{3}m - 4$ có $a_m = -5 < 0,\ \Delta'_m < 0$ nên $-5m^2 - 4\sqrt{3}m - 4 < 0$ với mọi m. Do đó phương trình đã cho luôn vô nghiệm với mọi m.

Ví dụ 6: Chứng minh rằng hàm số sau có tập xác định là $\mathbb{R}$ với mọi giá trị của m.

a) $y = \sqrt{m^2x^2 - 4mx + m^2 - 2m + 5}$

b) $y = \dfrac{2x + 3m}{\sqrt{x^2 + 2(1-m)x + 2m^2 + 3}}$

Lời giải:

Bài 4.90: a) ĐKXĐ: $m^2x^2 - 4mx + m^2 - 2m + 5 \ge 0$ (*)

Với $m = 0$ thì điều kiện (*) đúng với mọi x

Với $m \ne 0$ xét tam thức bậc hai $f(x) = m^2x^2 - 4mx + m^2 - 2m + 5$

Ta có $a = m^2 > 0,\ \Delta' = 4m^2 - 8(2m^2+1) = -12m^2 - 8 < 0$

Suy ra $f(x) = m^2x^2 - 4mx + m^2 - 2m + 5 \ge 0\ \forall x \in \mathbb{R}$

Do đó với mọi m ta có $m^2x^2 - 4mx + m^2 - 2m + 5 \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$

b) ĐKXĐ: $x^2 + 2(1-m)x + 2m^2 + 3 > 0$

Xét tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + 2(1-m)x + 2m^2 + 3$

Ta có $a=1>0,\ \Delta'=(1-m)^2-(2m^2+3)=-m^2-2m-2<0$

(Vì tam thức bậc hai $f(m)=-m^2-2m-2$ có $a_m=-1<0,\ \Delta'_m=-1<0$)

Suy ra với mọi m ta có $x^2+2(1-m)x+2m^2+3>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$

2-Bài tập trắc nghiệm

Ví dụ 1: Tìm các giá trị của m để biểu thức sau luôn âm

a) $f(x)=mx^2-x-1$

A. $-\frac{1}{4}<m<0$ **B.** $-\frac{1}{4}<m$ **C.** $m<0$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-\frac{1}{4}\end{array}\right.$

b) $g(x)=(m-4)x^2+(2m-8)x+m-5$

A. $m<4$ **B.** $m\le 4$ **C.** $m>4$ **D.** $m\le 2$

Lời giải:

a) Với $m=0$ thì $f(x)=-x-1$ lấy cả giá trị dương(chẳng hạn $f(-2)=1$) nên $m=0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán

Với $m\ne 0$ thì $f(x)=mx^2-x-1$ là tam thức bậc hai dó đó

$$f(x)<0,\ \forall x\Leftrightarrow\begin{cases} a=m<0 \\ \Delta=1+4m<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m<0 \\ m>-\frac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow -\frac{1}{4}<m<0$$

Vậy với $-\frac{1}{4}<m<0$ thì biểu thức $f(x)$ luôn âm.

b) Với $m=4$ thì $g(x)=-1<0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Với $m\ne 4$ thì $g(x)=(m-4)x^2+(2m-8)x+m-5$ là tam thức bậc hai dó đó

$$g(x)<0,\ \forall x\Leftrightarrow\begin{cases} a=m-4<0 \\ \Delta'=(m-4)^2-(m-4)(m-5)<0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} m<4 \\ m-4<0\end{cases}\Leftrightarrow m<4$$

Vậy với $m\le 4$ thì biểu thức $g(x)$ luôn âm.

Ví dụ 2: Tìm các giá trị của m để biểu thức sau luôn dương

a) $h(x)=\dfrac{-x^2+4(m+1)x+1-4m^2}{-4x^2+5x-2}$

A. $m<-\frac{5}{8}$ **B.** $m\le-\frac{5}{8}$ **C.** $m>-\frac{5}{8}$ **D.** $m<-\frac{3}{8}$

b) $k(x)=\sqrt{x^2-x+m}-1$

A. $m>\frac{1}{4}$ **B.** $m\ge\frac{1}{4}$ **C.** $m\le\frac{1}{4}$ **D.** $m>\frac{3}{4}$

Lời giải:

a) Tam thức $-4x^2+5x-2$ có $a=-4<0,\ \Delta=-7<0$ suy ra $-4x^2+5x-2<0\ \forall x$

Do đó $h(x)$ luôn dương khi và chỉ khi $h'(x)=-x^2+4(m+1)x+1-4m^2$ luôn âm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-1<0 \\ \Delta'=4(m+1)^2+(1-4m^2)<0 \end{cases} \Leftrightarrow 8m+5<0 \Leftrightarrow m<-\frac{5}{8}$$

Vậy với $m<-\frac{5}{8}$ thì biểu thức $h(x)$ luôn dương.

b) Biểu thức $k(x)$ luôn dương $\Leftrightarrow \sqrt{x^2-x+m}-1>0,\ \forall x$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-x+m}>1,\ \forall x \Leftrightarrow x^2-x+m>0,\ \forall x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1>0 \\ \Delta=1-4m<0 \end{cases} \Leftrightarrow m>\frac{1}{4}$$

Vậy với $m>\frac{1}{4}$ thì biểu thức $k(x)$ luôn dương.

3-Bài tập trắc nghiệm luyện tập:

Câu 1: Tìm các giá trị của m để biểu thức sau luôn âm

a) $f(x)=-x^2-2x-m$

A. $-\frac{1}{4}<m$ **B.** $m<0$ **C.** $-\frac{1}{4}<m<0$ **D.** $\mathbb{R}$

b) $g(x)=4mx^2-4(m-1)x+m-3$

A. $m<1$ **B.** $m>-1$ **C.** $m\le -1$ **D.** $m<-1$

Lời giải:

a) $f(x)<0,\ \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1<0 \\ \Delta'=1-4m<0 \end{cases} \Leftrightarrow m>\frac{1}{4}$

Vậy với $-\frac{1}{4}<m<0$ thì biểu thức $f(x)$ luôn âm.

b) Với $m=0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán

Với $m\neq 0$ thì $g(x)=4mx^2-4(m-1)x+m-3$ là tam thức bậc hai do đó

$$g(x)<0,\ \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a=4m<0 \\ \Delta'=4(m-1)^2-4m(m-3)<0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ 4m+4<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ m<-1 \end{cases} \Leftrightarrow m<-1$$

Vậy với $m<-1$ thì biểu thức $g(x)$ luôn âm.

Câu 2: Tìm m để

a) $3x^2-2(m+1)x-2m^2+3m-2\ge 0\ \ \forall x\in R$

A. $m<1$ **B.** $m>-1$ **C.** $m\le -1$ **D.** Vô nghiệm

b) Hàm số $y=\sqrt{(m+1)x^2-2(m-1)x+3m-3}$ có nghĩa với mọi x.

A. $m<1$ **B.** $m\ge 1$ **C.** $m\le -1$ **D.** $m<-1$

c) $\left|\dfrac{x+m}{x^2+x+1}\right| \le 1 \quad \forall x\in R$

A. $0\le m$ **B.** $m\le 1$ **C.** $0\le m\le 1$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<0 \end{array}\right.$

Lời giải:

a) $3x^2-2(m+1)x-2m^2+3m-2\ge 0 \ \ \forall x\in R$

$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2+3(2m^2-3m+2)\le 0 \ \ 7m^2-7m+7\le 0$ bpt vô nghiệm

Vậy không có m thỏa mãn yêu cầu bài toán

b) Hàm số có nghĩa với mọi x

$\Leftrightarrow (m+1)x^2-2(m-1)x+3m-3\ge 0 \ \ \forall x\in\mathbb{R} \ \ (1)$

* $m=-1$ không thỏa mãn

* $m\ne -1 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow \begin{cases} m+1>0 \\ \Delta' = (m-1)(-2m-4)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\ge 1$

c) Ta có $x^2+x+1>0 \ \ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow \left|\dfrac{x+m}{x^2+x+1}\right|\le 1 \Leftrightarrow -1\le \dfrac{x+m}{x^2+x+1}\le 1 \ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1-m\ge 0 & (1) \\ x^2+2x+m+1\ge 0 & (2) \end{cases}$

(1) đúng $\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow 1-m\ge 0 \Leftrightarrow m\le 1$

(2) đúng $\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = -m\le 0 \Leftrightarrow m\ge 0$

Vậy $0\le m\le 1$ là những giá trị cần tìm

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM DẤU TAM THỨC BẬC HAI

Câu 1: Trong các biểu thức sau đây biểu thức nào là tam thức bậc hai đối với ẩn x?

A. $f(x)=\mathrm{ax}^2+bx+c \quad (a\ne 0)$. B. $f(x)=\mathrm{ax}^2+bx+c$.

C. $f(x)=\mathrm{ax}^2+bx+c \quad (b\ne 0)$. D. $f(x)=\mathrm{ax}^2+bx+c \quad (c\ne 0)$

Lời giải:

Đáp án A

Câu 2: Trong các biểu thức sau đây biểu thức nào là tam thức bậc hai đối với ẩn x?

A. $f(x)=2018x^2+2017$. B. $f(x)=2018x+2017$.

C. $f(x)=\dfrac{1}{2018x^2+2017x+2017}$. D. $f(x)=\left|2018x^2+2017\right|$.

Lời giải:

Đáp án A

Câu 3: Cho tam thức bậc hai $f(x)=\mathrm{ax}^2+bx+c \quad (a\ne 0)$. $\Delta=b^2-4ac$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu $\Delta=0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a ,với mọi $x\ne\dfrac{-b}{2a}$.

B. Nếu $\Delta=0$ thì $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a ,với mọi $x\ne\dfrac{-b}{2a}$.

C. Nếu $\Delta=0$ thì $f(x)$ luôn âm ,với mọi $x\ne\dfrac{-b}{2a}$

.D. Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn dương ,với mọi $x \neq \dfrac{-b}{2a}$.

Lời giải:

Đáp án A

Câu 4: Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c; (a \neq 0)$. $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, $x_1; x_2 (x_1 < x_2)$ là hai nghiệm của $f(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x)$ cùng dấu với hệ số *a* khi $x < x_1$ hoặc $x > x_2$. B. $f(x)$ cùng dấu với hệ số *a* khi $x_1 < x < x_2$ .C. $f(x) < 0$ khi $x < x_1$ hoặc $x > x_2$.

D. $f(x) > 0$ khi $x_1 < x < x_2$.

Lời giải:

Đáp án A

Câu 5: Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c \quad (a \neq 0)$. $\Delta = b^2 - 4ac$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu $\Delta < 0$ và $a < 0$ thì $f(x) < 0; \forall x \in \mathbb{R}$ .B. Nếu $\Delta < 0$ và $a < 0$ thì $f(x) > 0; \forall x \in \mathbb{R}$.

C. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x) < 0; \forall x \in \mathbb{R}$. D. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x) > 0; \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 6: Cho $f\ x\ = ax^2+bx+c \quad a \neq 0$. $\Delta = b^2 - 4ac$.Điều kiện để $f\ x\ > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \le 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \ge 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$.

Lời giải:

Đáp án C

Câu 7: Trong các tam thức sau, tam thức nào luôn âm với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $f(x) = -x^2 - 3x + 4$. **B.** $f(x) = -x^2 - 3x - 4$.

C. $f(x) = x^2 - 3x + 4$. **D.** $f(x) = -x^2 - 4x - 4$.

Lời giải:

Chọn B.

Với tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 - 3x - 4$ có $\begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta = -7 < 0 \end{cases}$

nên $f(x) = -x^2 - 3x - 4 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 8: Dấu của tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ được xác định như sau

A. $f(x) < 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) > 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.

B. $f(x) < 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) > 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.

C. $f(x) > 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) < 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.

D. $f(x) > 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) < 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.

Lời giải:

Chọn C.

$f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu.

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào BXD có:

$f\left(x\right)<0$ với $x<2$ hoặc $x>3$

$f\left(x\right)>0$ với $2<x<3$

Câu 9: Cho hàm số $f\left(x\right)=x^2+2x+m$. Với giá trị nào của tham số m thì $f\left(x\right)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

A. $m\ge 1$. **B.** $m>1$. **C.** $m>0$. **D.** $m<2$.

Lời giải:

Chọn A.

Ta có $f\left(x\right)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1>0\\\Delta'=1-m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m\ge 1$.

Câu 10: Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2}{x^2-5x+9}$ bằng

A. $\dfrac{8}{11}$. **B.** $\dfrac{11}{4}$. **C.** $\dfrac{11}{8}$. **D.** $\dfrac{4}{11}$.

Lời giải:

Chọn A.

Ta có $x^2-5x+9=\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{11}{4}\ge\dfrac{11}{4}\Rightarrow f\left(x\right)\le\dfrac{2}{\frac{11}{4}}=\dfrac{8}{11}$

Suy ra GTLN của $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ bằng $\dfrac{8}{11}$ khi $x=\dfrac{5}{2}$.

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+\dfrac{16}{x}$, $x>0$ bằng

A. 4. **B.** 24. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải:

Chọn D.

Ta có: $P=x^2+\dfrac{16}{x}=x^2+\dfrac{8}{x}+\dfrac{8}{x}\overset{Côsi}{\ge}3\sqrt[3]{x^2.\dfrac{8}{x}.\dfrac{8}{x}}=12$. Vậy $P_{\min}=12$.

Câu 12 : Trong các tam thức sau, tam thức nào luôn âm với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A. $f\left(x\right)=-x^2-3x+4$. **B.** $f\left(x\right)=-x^2-3x-4$.

C. $f\left(x\right)=x^2-3x+4$. **D.** $f\left(x\right)=-x^2-4x-4$.

Lời giải:

Chọn B.

Với tam thức bậc hai $f\left(x\right)=-x^2-3x-4$ có $\begin{cases}a=-1<0\\\Delta=-7<0\end{cases}$

nên $f\left(x\right)=-x^2-3x-4<0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 13: Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x?

A. $x^2-10x+2$. **B.** $x^2-2x-10$. **C.** $x^2-2x+10$. **D.** $-x^2+2x+10$.

Lời giải:

Chọn C.

Tam thức luôn dương với mọi giá trị của x phải có $\begin{cases}\Delta<0\\ a>0\end{cases}$ nên Chọn C.

Câu 14: Tìm nghiệm của tam thức bậc hai $f\left(x\right)=x^2+4x-5$.

A. $x=5;\ x=-1$. **B.** $x=-5;\ x=-1$. **C.** $x=5;\ x=1$. **D.** $x=-5;\ x=1$.

Lời giải:

Chọn D.

Ta có $f\left(x\right)=0 \Leftrightarrow x^2+4x-5=0 \Leftrightarrow x=-5;\ x=1$.

Vậy nghiệm của tam thức bậc hai $f\left(x\right)=x^2+4x-5$ là $x=-5;\ x=1$.

Câu 15: Cho tam thức bậc hai $f\left(x\right)=-x^2-4x+5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f\left(x\right)\geq 0$.

A. $x\in(-\infty;-1]\cup[5;+\infty)$. **B.** $x\in[-1;5]$.

C. $x\in[-5;1]$. **D.** $x\in(-5;1)$.

Lời giải:

Chọn C.

Ta có $f\left(x\right)=0 \Leftrightarrow -x^2-4x+5=0 \Leftrightarrow x=1,\ x=-5$.

Mà hệ số $a=-1<0$ nên: $f\left(x\right)\geq 0 \Leftrightarrow x\in[-5;1]$.

Câu 16: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $f\left(x\right)=3x^2+2x-5$ là tam thức bậc hai. **B.** $f\left(x\right)=2x-4$ là tam thức bậc hai.

C. $f\left(x\right)=3x^3+2x-1$ là tam thức bậc hai. **D.** $f\left(x\right)=x^4-x^2+1$ là tam thức bậc hai.

Lời giải:

Chọn A.

* Theo định nghĩa tam thức bậc hai thì $f\left(x\right)=3x^2+2x-5$ là tam thức bậc hai.

Câu 17: Cho $f\left(x\right)=ax^2+bx+c$, $\left(a\neq 0\right)$ và $\Delta=b^2-4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f\left(x\right)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x\in\mathbb{R}$.

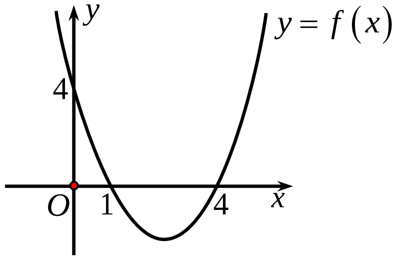
A. $\Delta<0$. **B.** $\Delta=0$. **C.** $\Delta>0$. **D.** $\Delta\geq 0$.

Lời giải:

Chọn A.

* Theo định lý về dấu của tam thức bậc hai thì $f\left(x\right)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x\in\mathbb{R}$ khi $\Delta<0$.

Câu 18 : Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta=b^2-4ac$, tìm dấu của a và Δ.



A. $a>0$, $\Delta>0$. **B.** $a<0$, $\Delta>0$. **C.** $a>0$, $\Delta=0$. **D.** $a<0$,
, $\Delta=0$.

Lời giải:

Chọn A.

* Đồ thị hàm số là một Parabol quay lên nên $a>0$ và đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt nên $\Delta>0$.

Câu 19: Cho hàm số $f\left(x\right)=-x^2-2\left(m-1\right)x+2m-1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f\left(x\right)>0$, $\forall x\in\left(0;1\right)$.

A. $m>1$. **B.** $m<\dfrac{1}{2}$. **C.** $m\geq1$. **D.** $m\geq\dfrac{1}{2}$.

Lời giải:

Chọn D.

Ta có $f\left(x\right)>0$, $\forall x\in\left(0;1\right)\Leftrightarrow -x^2-2\left(m-1\right)x+2m-1>0$, $\forall x\in\left(0;1\right)$.

$\Leftrightarrow -2m\left(x-1\right)>x^2-2x+1$, $\forall x\in\left(0;1\right)$ $(*)$.

Vì $x\in\left(0;1\right)\Rightarrow x-1<0$ nên $(*)\Leftrightarrow -2m<\dfrac{x^2-2x+1}{x-1}=x-1=g\left(x\right)$, $\forall x\in\left(0;1\right)$.

$\Leftrightarrow -2m\leq g\left(0\right)=-1\Leftrightarrow m\geq\dfrac{1}{2}$.

Câu 20: Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f\left(x\right)=-x^2-x+6$?

A.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

B.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f\left(x\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

C.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

D.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$

$f(x)$		+	0	−	0	+

Lời giải:

Chọn C

Ta có $-x^2-x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=2 \end{array}\right.$

Hệ số $a=-1<0$

Áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có đáp án C là đáp án cần tìm.

Câu 21: Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f(x)=-x^2+6x-9$?

A.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		+	0	−	

.

B.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		−	0	+	

.

C.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		−	0	−	

.

D.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		+	0	+	

.

Lời giải:

Chọn C

Tam thức có 1 nghiệm $x=3$ và hệ số $a=-1<0$

Vậy đáp án cần tìm là C

Câu 22: Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f(x)=x^2+12x+36$?

A.

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
$f(x)$		−	0	+	

.

B.

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
$f(x)$		+	0	−	

.

C.

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
$f(x)$		+	0	+	

.

D.

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

.

Lời giải:

Chọn C

Tam thức có một nghiệm $x=-6, a=1>0$ đáp án cần tìm là C

Câu 23: Cho tam thức bậc hai $f(x)=x^2-bx+3$. Với giá trị nào của b thì tam thức $f(x)$ có hai nghiệm?

A. $b\in\left[-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right]$. **B.** $b\in\left(-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$.

C. $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right]\cup\left[2\sqrt{3};+\infty\right)$. **D.** $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right)\cup\left(2\sqrt{3};+\infty\right)$.

Lời giải:

Chọn A

Ta có $f(x)=x^2-bx+3$ có nghiệm khi $b^2-12>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} b<-2\sqrt{3} \\ b>2\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Câu 24: Các giá trị m để tam thức $f(x)=x^2-(m+2)x+8m+1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m\le 0$ hoặc $m\ge 28$. **B.** $m<0$ hoặc $m>28$. **C.** $0<m<28$. **D.** $m>0$.

Lời giải:

Chọn B

để tam thức $f(x)=x^2-(m+2)x+8m+1$ đổi dấu 2 lần khi và chỉ khi

$\Delta>0\Leftrightarrow(m+2)^2-4(8m+1)>0\Leftrightarrow m^2-28m>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m>28 \\ m<0\end{array}\right.$.

Câu 25: Dấu của tam thức bậc 2: $f(x)=-x^2+5x-6$ được xác định như sau

A. $f(x)<0$ với $2<x<3$ và $f(x)>0$ với $x<2$ hoặc $x>3$.

B. $f(x)<0$ với $-3<x<-2$ và $f(x)>0$ với $x<-3$ hoặc $x>-2$.

C. $f(x)>0$ với $2<x<3$ và $f(x)<0$ với $x<2$ hoặc $x>3$.

D. $f(x)>0$ với $-3<x<-2$ và $f(x)<0$ với $x<-3$ hoặc $x>-2$.

Lời giải:

Chọn C

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy $f(x)>0$ với $2<x<3$ và $f(x)<0$ với $x<2$ hoặc $x>3$.

Câu 26: Khi xét dấu biểu thức $f(x)=\dfrac{x^2+4x-21}{x^2-1}$ ta có

A. $f(x)>0$ khi $-7<x<-1$ hoặc $1<x<3$.

B. $f(x)>0$ khi $x<-7$ hoặc $-1<x<1$ hoặc $x>3$.

C. $f\left(x\right)>0$ khi $-1<x<0$ hoặc $x>1$.

D. $f\left(x\right)>0$ khi $x>-1$.

Lời giải:

Chọn B

Ta có: $x^2+4x-21=0\Leftrightarrow x=-7;x=3$ và $x^2-1=0\Leftrightarrow x=\pm1$. Lập bảng xét dấu ta có $f\left(x\right)>0$ khi $x<-7$ hoặc $-1<x<1$ hoặc $x>3$.

Câu 27: Tìm m để $f\left(x\right)=x^2-2\left(2m-3\right)x+4m-3>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$?

A. $m>\frac{3}{2}$. **B.** $m>\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{4}<m<\frac{3}{2}$. **D.** $1<m<3$.

Lời giải:

Chọn D

$f\left(x\right)=x^2-2\left(2m-3\right)x+4m-3>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta<0\Leftrightarrow 4m^2-16m+12<0\Leftrightarrow 1<m<3$.

Câu 28: Cho $f(x)=-2x^2+(m+2)x+m-4$. Tìm m để $f(x)$ âm với mọi x.

A. $-14<m<2$. **B.** $-14\le m\le 2$.

C. $-2<m<14$. **D.** $m<-14$ hoặc $m>2$.

Lời giải:

Chọn A

Ta có $f\left(x\right)<0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta<0\\ a<0\end{cases}\Leftrightarrow\left(m+2\right)^2+8\left(m-4\right)<0\Leftrightarrow m^2+12m-28<0$

$\Leftrightarrow -14<m<2$.

Câu 29: Tìm tất cả cách giá trị thực của tham số m để $f(x)=\left(m+1\right)x^2+mx+m$ luôn âm với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $m>\frac{4}{3}$. **B.** $m>-1$. **C.** $m<-\frac{4}{3}$. **D.** $m<-1$.

Lời giải:

Chọn C.

- Với $m=-1$ ta có: $x>-1$ không thỏa mãn.
- Với $m\neq-1$ ta có:

$$\left(m+1\right)x^2+mx+m<0\quad\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}m+1<0\\ m^2-4\left(m+1\right)m<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<-1\\ \left[\begin{array}{l}m<-\frac{4}{3}\\ m>0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m<-\frac{4}{3}.$$

Câu 30 :Tìm tất cả cách giá trị thực của tham số m để bất phương trình $f(x)=\left(m-1\right)x^2-2\left(m-1\right)x+m+3$ luôn không âm với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $m\in\left[1;+\infty\right)$. **B.** $m\in\left(2;+\infty\right)$. **C.** $m\in\left(1;+\infty\right)$. **D.** $m\in\left(-2;7\right)$.

Lời giải:

Chọn A.

$$\left(m-1\right)x^2-2\left(m-1\right)x+m+3\geq 0 \text{ với mọi } x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m-1=0\\m+3\geq 0\end{cases}\\\begin{cases}m-1>0\\\Delta'\leq 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\\begin{cases}m>1\\-4\left(m-1\right)\leq 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow m\geq 1.$$