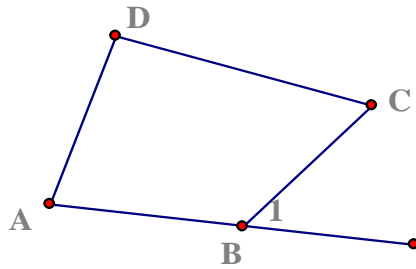


## BÀI 1: TỨ GIÁC

### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Tứ giác

**a. Định nghĩa:** Tứ giác ABCD là hình gồm 4 đoạn thẳng AB, BC, CD, DA trong đó bất kỳ 2 đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên 1 đường thẳng



**b. Tứ giác lồi:** Là tứ giác luôn nằm trong 1 nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kỳ cạnh nào của tứ giác

**c. Chú ý:** Khi nói đến tứ giác mà không chú thích gì thêm, ta hiểu đó là tứ giác lồi

#### 2. Tổng các góc của 1 tứ giác

**Định lý:** Tổng các góc của một tứ giác bằng  $360^{\circ} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^{\circ}$

**Chú ý:** Để bốn góc cho trước thỏa mãn là bốn góc của một tứ giác khi bốn góc đó có tổng bằng  $360^{\circ}$

Bất đẳng thức đường gấp khúc:  $AB + BC + CD > DA$

**Mở rộng:** Tổng bốn góc ngoài ở bốn đỉnh của một tứ giác bằng  $360^{\circ}$ .

**3. Góc ngoài của tứ giác:** Góc kề bù với 1 góc trong của tứ giác gọi là góc ngoài của tứ giác

Ta có  $\hat{B}_1$  là góc ngoài tại đỉnh B.

### II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

#### Dạng 1: Tính số đo góc trong hình vẽ của tứ giác

#### Phương pháp giải

Sử dụng định lý tổng bốn góc trong một tứ giác

Tổng hai góc kề bù bằng  $180^\circ$

Tổng ba góc của một tam giác bằng  $180^\circ$

Trong tam giác vuông hai góc nhọn phụ nhau

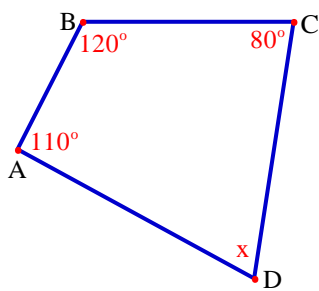
Kết hợp các kiến thức về tỷ lệ thức, tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, toán tổng hiệu,... để tính ra số đo góc

Bài 1: Một tứ giác có nhiều nhất bao nhiêu góc nhọn, bao nhiêu góc tù, bao nhiêu góc vuông?

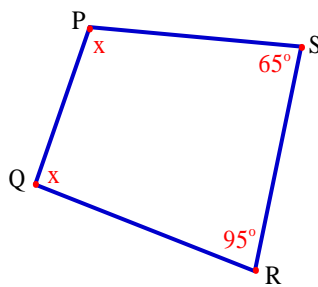
HD:

Tổng các góc của 1 tứ giác bằng  $360^\circ$ . Do đó, một tứ giác có nhiều nhất ba góc nhọn, có nhiều nhất ba góc tù, nhiều nhất 4 góc vuông.

Bài 2: Tính số đo  $x$  trong hình vẽ



a)



b)

HD:

a) Xét tứ giác ABCD, có:  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ \rightarrow 110^\circ + 120^\circ + 80^\circ + x = 360^\circ$

$$\rightarrow 310^\circ + x = 360^\circ \rightarrow x = 50^\circ$$

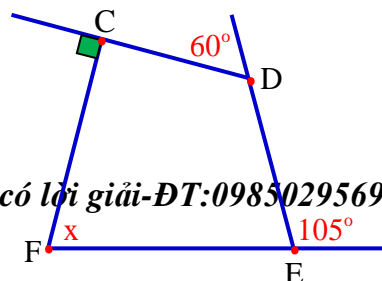
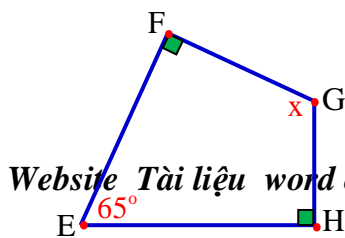
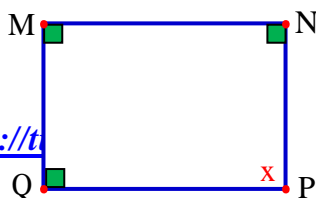
Vậy  $x = 50^\circ$

b) Xét tứ giác MNPQ, có:

$$\hat{M} + \hat{N} + \hat{P} + \hat{Q} = 360^\circ \rightarrow x + x + 95^\circ + 55^\circ = 360^\circ \rightarrow 2x = 210^\circ \rightarrow x = 105^\circ$$

Vậy  $x = 105^\circ$

Bài 3: Tính số đo  $x$  trong hình vẽ



HD:

Hình a) Ta có:  $M + N + P + Q = 360^\circ$  (định lý)  $\Rightarrow 270^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow x = 90^\circ$ .

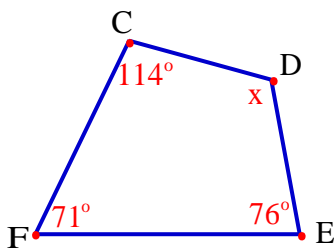
Hình b) Ta có:  $E + \hat{F} + G + H = 360^\circ$  (định lý)  $\Rightarrow 65^\circ + 180^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow x = 115^\circ$ .

Hình c) Ta có: CDE kề bù với góc  $60^\circ$  nên  $CDE = 120^\circ$ ,

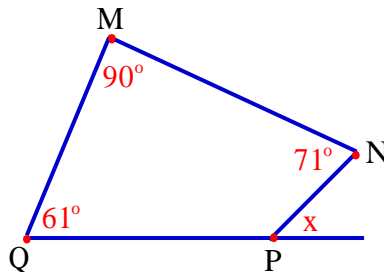
DEF kề bù với góc  $105^\circ$  nên  $DEF = 75^\circ$ ,  $FCD = 90^\circ$ .

Mà  $FCD + CDE + DEF + x = 360^\circ$  (định lý)  $\Rightarrow 90^\circ + 120^\circ + 75^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow x = 75^\circ$ .

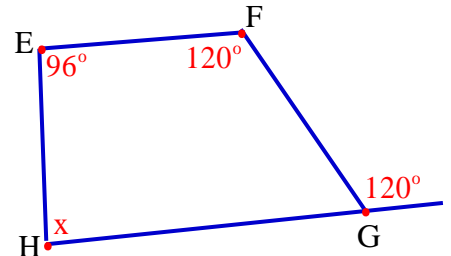
Bài 4: Tính số đo  $x$  trong các hình sau:



Hình a)



Hình b)



Hình c)

HD:

Hình a) Ta có:  $C + D + E + \hat{F} = 360^\circ$  (định lý)  $\Rightarrow 114^\circ + x + 76^\circ + 71^\circ = 360^\circ \Rightarrow x = 99^\circ$ .

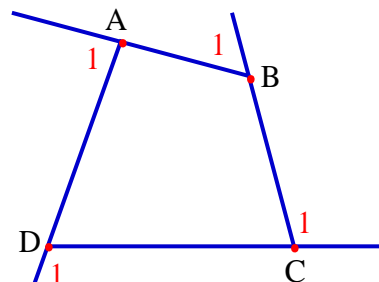
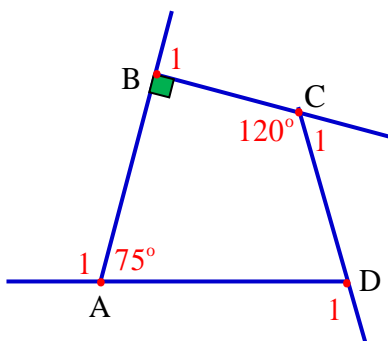
Hình b) Ta có:  $Q + M + N + P = 360^\circ$  (định lý)  $\Rightarrow 90^\circ + 71^\circ + P + 61^\circ = 360^\circ \Rightarrow P = 138^\circ$ .

Mà P kề bù với góc  $x \Rightarrow x = 42^\circ$ .

Hình c) Ta có: G kề bù với góc  $120^\circ$  nên  $G = 60^\circ$ .

Mà  $E + \hat{F} + G + x = 360^\circ$  (định lý)  $\Rightarrow 96^\circ + 120^\circ + 60^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow x = 84^\circ$ .

Bài 5: Góc kề bù với một góc của tứ giác gọi là góc ngoài của tứ giác.



Hình a)

Hình b)

a) Tính các góc ngoài của tứ giác ở Hình a).

b) Tính tổng các góc ngoài của tứ giác ở Hình b) (tại mỗi đỉnh của tứ giác chỉ chọn một góc ngoài):  $A_1 + B_1 + C_1 + D_1 = ?$

c) Có nhận xét gì về tổng các góc ngoài của tứ giác?

**HD:**

a)  $B + B_1 = 180^\circ$  (hai góc kề bù) nên  $B_1 = 90^\circ$ ,  $C + C_1 = 180^\circ$  (hai góc kề bù) nên  $C_1 = 60^\circ$ ,

$A + A_1 = 180^\circ$  (hai góc kề bù) nên  $A_1 = 105^\circ$ .

Ta có:  $A + B + C + D = 360^\circ$  (định lý)  $\Rightarrow D = 75^\circ$ .

Ta có:  $D + D_1 = 180^\circ$  (hai góc kề bù) nên  $D_1 = 105^\circ$ .

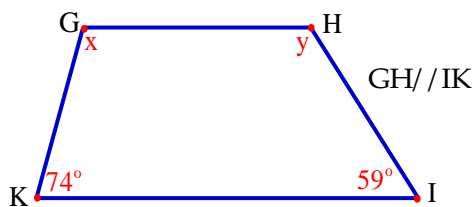
b) Ta có  $B + B_1 = 180^\circ$  (hai góc kề bù),  $C + C_1 = 180^\circ$  (hai góc kề bù),  $D + D_1 = 180^\circ$  (hai góc kề bù),  $A + A_1 = 180^\circ$  (hai góc kề bù)

$\Rightarrow A + A_1 + B + B_1 + C + C_1 + D + D_1 = 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$ .

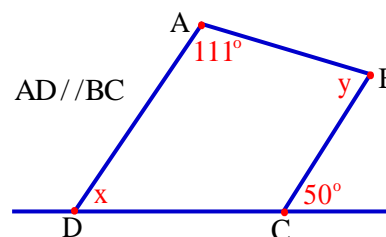
Mà  $A + B + C + D = 360^\circ$  (định lý)  $\Rightarrow A_1 + B_1 + C_1 + D_1 = 360^\circ$ .

c) Nhận xét: Tổng các góc ngoài của tứ giác bằng tổng các góc trong của tứ giác và bằng  $360^\circ$ .

Bài 6: Tìm số đo x và y trong các hình sau:



Hình a



Hình b

**HD:**

Hình a) Ta có:  $GH // IK$ , theo tính chất một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song ta có:

$x + 74^\circ = 180^\circ$  (hai góc trong cùng phía)

$$\Rightarrow x = 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ.$$

$$y + 59^\circ = 180^\circ \text{ (hai góc trong cùng phía)}$$

$$\Rightarrow y = 180^\circ - 59^\circ = 121^\circ.$$

Hình b) Ta có:  $AD // BC$ , theo tính chất một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song ta có:

$$y + 111^\circ = 180^\circ \text{ (hai góc trong cùng phía)}$$

$$\Rightarrow y = 180^\circ - 111^\circ = 69^\circ.$$

$$x = 50^\circ \text{ (hai góc đồng vị).}$$

Bài 6: Cho tứ giác ABCD góc  $B = 80^\circ$ ,  $D = 120^\circ$  góc ngoài đỉnh C bằng  $130^\circ$ . Tính góc A?

**HD:**

Ta có góc ngoài tại đỉnh C có số đo bằng  $130^\circ$  và kề bù với C  $\Rightarrow C = 50^\circ$ .

Ta có:  $A + B + C + D = 360^\circ$  (định lý)  $\Rightarrow A + 80^\circ + 50^\circ + 120^\circ = 360^\circ \Rightarrow A = 110^\circ$ .

### **Dạng 2: Tính các góc của tứ giác khi biết mối quan hệ giữa các góc**

**Phương pháp giải:**

Thay liên hệ giữa các góc vào hệ thức “Tổng 4 góc trong một tứ giác bằng  $360^\circ$ ”.

Nếu tứ giác ABCD biết  $A : B : C : D = m : n : p : q$  ( $m, n, p, q$  là các số nguyên dương).

$$\Rightarrow \frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p} = \frac{D}{q} = \frac{A+B+C+D}{m+n+p+q} = \frac{360^\circ}{m+n+p+q} \text{ (tính chất dãy tỉ số bằng nhau).}$$

$\Rightarrow$  Tính được các góc A, B, C, D.

Bài 1: Tứ giác ABCD có  $\hat{C} = 50^\circ$ ,  $\hat{D} = 60^\circ$ ,  $\hat{A} : \hat{B} = 3 : 2$ . Tính các góc A và B.

**HD:**

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau:

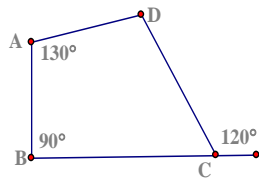
$$\frac{\hat{A}}{3} = \frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{A} + \hat{B}}{5} = \frac{360^\circ - \hat{C} - \hat{D}}{5} = \frac{360^\circ - 50^\circ - 60^\circ}{5} = 50^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{A}}{3} = 50^\circ \Rightarrow \hat{A} = 150^\circ$$
$$\Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} = 50^\circ \Rightarrow \hat{B} = 100^\circ$$

Vậy:  $A = 150^\circ$ ;  $B = 100^\circ$ .

Bài 2: Cho tứ giác ABCD có  $\hat{A} = 130^\circ$ ,  $\hat{B} = 90^\circ$ , góc ngoài tại đỉnh C bằng  $120^\circ$ . Tính  $\hat{D}$

HD:



Ta có :  $\hat{C}_2 = 120^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 60^\circ \Rightarrow \hat{D} = 80^\circ$

Bài 3: Cho tứ giác EFGH có  $\hat{E} = 70^\circ$ ;  $\hat{F} = 80^\circ$ , Tính  $\hat{G}, \hat{H}$ , biết  $\hat{G} - \hat{H} = 20^\circ$

HD:

Theo đầu bài ta có  $\hat{E} = 70^\circ$ ;  $\hat{F} = 80^\circ \Rightarrow \hat{G} + \hat{H} = 360^\circ - 150^\circ = 210^\circ$

Mà :  $\hat{G} - \hat{H} = 20^\circ \Rightarrow \hat{G} = 115^\circ$ ;  $\hat{H} = 95^\circ$

Vậy  $\hat{G} = 115^\circ$ ;  $\hat{H} = 95^\circ$

Bài 4: Tính số đo các góc  $\hat{C}, \hat{D}$  của tứ giác ABCD, biết  $\hat{A} = 120^\circ$ ;  $\hat{B} = 90^\circ$  và  $\hat{C} = 2\hat{D}$ .

HD:

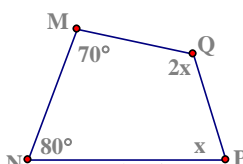
Áp dụng định lý tổng bốn góc trong 1 tứ giác =  $360^\circ$  ta có:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ \Rightarrow \hat{C} + \hat{D} = 150^\circ$$

Theo đầu bài ta có  $\hat{C} = 2\hat{D} \Rightarrow 3\hat{D} = 150^\circ \Rightarrow \hat{D} = 50^\circ \Rightarrow \hat{C} = 150^\circ$ .

Vậy  $\hat{C} = 150^\circ$ ,  $\hat{D} = 50^\circ$

Bài 5: Cho hình vẽ sau, tính  $\hat{P}, \hat{Q}$



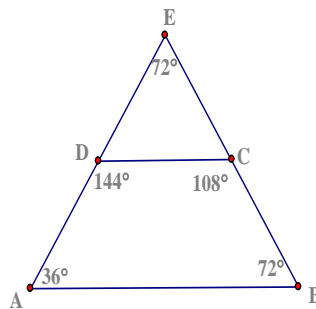
HD:

Áp dụng định lý tổng bốn góc trong 1 tứ giác, ta có :

$$\hat{M} + \hat{N} + \hat{P} + \hat{Q} = 360^\circ \Leftrightarrow 150^\circ + 3x = 360^\circ \Leftrightarrow 3x = 210^\circ \Leftrightarrow x = 70^\circ \Rightarrow \hat{P} = 70^\circ; \hat{Q} = 140^\circ$$

Bài 6: Cho tứ giác ABCD, biết  $\hat{A} : \hat{B} : \hat{C} : \hat{D} = 1 : 2 : 3 : 4$

- Tính các góc của tứ giác ABCD
- Chứng minh rằng  $AB \parallel CD$
- Gọi giao điểm của AD và BC là E. Tính các góc của tam giác CDE



HD:

a. Theo đầu bài ta có  $\frac{\hat{A}}{1} = \frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{C}}{3} = \frac{\hat{D}}{4} = \frac{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D}}{1+2+3+4} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$

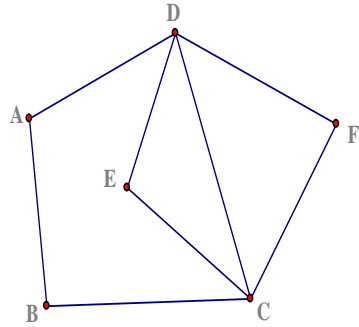
$$\Rightarrow \hat{A} = 36^\circ; \hat{B} = 72^\circ; \hat{C} = 108^\circ; \hat{D} = 144^\circ$$

b.  $\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow AB \parallel CD$

c.  $\hat{EDC} = 36^\circ; \hat{ECD} = 72^\circ$

Bài 7: Cho tứ giác ABCD, biết  $\hat{A} : \hat{B} : \hat{C} : \hat{D} = 4 : 3 : 2 : 1$

- Tính các góc của tứ giác ABCD
- Các tia phân giác của  $\hat{C}$  và  $\hat{D}$  cắt nhau tại E. Các đường phân giác của góc ngoài tại đỉnh C và D cắt nhau tại F. Tính  $\hat{CED}; \hat{CFD}$



**HD:**

a. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta được

$$\hat{A} = 144^\circ; \hat{B} = 108^\circ; \hat{C} = 72^\circ; \hat{D} = 36^\circ$$

b.  $DEC = 180^\circ - \left(\frac{1}{2}\hat{D} + \frac{1}{2}\hat{C}\right) = 126^\circ$

Ta có : DE và DF là hai tia phân giác của hai góc kề bù nên vuông góc với nhau

$$\Rightarrow \hat{EDF} = \hat{ECF} = 90^\circ \Rightarrow \hat{DFC} = 54^\circ$$

Bài 8: Tính các góc ngoài của tứ giác ABCD, biết rằng các góc trong của tứ giác thỏa mãn

$$\hat{A} : \hat{B} : \hat{C} : \hat{D} = 1 : 2 : 3 : 4$$

**HD:**

$$\hat{A} : \hat{B} : \hat{C} : \hat{D} = 1 : 2 : 3 : 4 \Rightarrow \frac{\hat{A}}{1} = \frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{C}}{3} = \frac{\hat{D}}{4} = \frac{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D}}{1+2+3+4} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{A}}{1} = 36^\circ \Rightarrow \hat{A} = 36^\circ$$

Ta có :  $\Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} = 36^\circ \Rightarrow \hat{B} = 72^\circ$

$$\Rightarrow \frac{\hat{C}}{3} = 36^\circ \Rightarrow \hat{C} = 108^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{D}}{4} = 36^\circ \Rightarrow \hat{D} = 144^\circ$$

Bài 9: Tính các góc của tứ giác ABCD, biết  $B = A + 15^\circ$ ,  $C = B + 30^\circ$ ,  $D = 2A + 10^\circ$ .

**HD:**

Ta có:  $A + B + C + D = 360^\circ$  (định lý).

Mà



$$B = A + 15^\circ, C = B + 30^\circ = A + 45^\circ, D = 2A + 10^\circ \Rightarrow A + A + 15^\circ + A + 45^\circ + 2A + 10^\circ = 360^\circ$$
$$\Rightarrow 5A = 290^\circ \Rightarrow A = 58^\circ \Rightarrow B = 73^\circ, C = 103^\circ, D = 126^\circ.$$

Bài 10: Cho tứ giác ABCD, biết  $B = A + 15^\circ, C = 3A, D - C = 25^\circ$ . Tính các góc của tứ giác ABCD.

HD:

Ta có:  $A + B + C + D = 360^\circ$  (định lý).

Mà  $B = A + 15^\circ, C = 3A, D - C = 25^\circ \Rightarrow D = C + 25^\circ = 3A + 25^\circ$

$$\Rightarrow A + A + 15^\circ + 3A + 3A + 25^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 8A + 40^\circ = 360^\circ \Rightarrow A = 40^\circ \Rightarrow B = 55^\circ, C = 120^\circ, D = 145^\circ.$$

Bài 11: Cho tứ giác EFGH, biết  $G = E + 10^\circ, \hat{F} = E + 30^\circ, H = 2G$ . Tính các góc của tứ giác EFGH.

HD:

Ta có:  $E + \hat{F} + G + H = 360^\circ$  (định lý).

Mà  $G = E + 10^\circ, \hat{F} = E + 30^\circ, H = 2G = 2E + 20^\circ \Rightarrow E + E + 30^\circ + E + 10^\circ + 2E + 20^\circ = 360^\circ$

$$\Rightarrow 5E + 60^\circ = 360^\circ \Rightarrow E = 60^\circ \Rightarrow G = 70^\circ, \hat{F} = 90^\circ, H = 140^\circ.$$

Bài 12: Cho tứ giác MNPQ, biết  $P = Q + 5^\circ, M = Q + 45^\circ, N = 2Q - 40^\circ$ . Tính các góc của tứ giác MNPQ.

HD:

Ta có:  $M + N + P + Q = 360^\circ$  (định lý).

Mà  $P = Q + 5^\circ, M = Q + 45^\circ, N = 2Q - 40^\circ \Rightarrow Q + 45^\circ + 2Q - 40^\circ + Q + 5^\circ + Q = 360^\circ$

$$\Rightarrow 5Q + 10^\circ = 360^\circ \Rightarrow Q = 70^\circ \Rightarrow P = 75^\circ, M = 115^\circ, N = 100^\circ.$$

Bài 13: Cho tứ giác ABCD có  $A = 70^\circ, B = 80^\circ, C - D = 20^\circ$ . Tính góc C, D.

HD:

Ta có:  $A + B + C + D = 360^\circ$  (định lý).

Mà  $A = 70^\circ, B = 80^\circ, C - D = 20^\circ \Rightarrow C = D + 20^\circ \Rightarrow 70^\circ + 80^\circ + D + 20^\circ + D = 360^\circ$

$$\Rightarrow 2D + 170^\circ = 360^\circ \Rightarrow D = 95^\circ \Rightarrow C = 115^\circ.$$

Bài 14: Cho tứ giác ABCD biết  $B + C = 200^\circ$ ,  $B + D = 180^\circ$ ;  $C + D = 120^\circ$ . Tính số đo các góc của tứ giác.

**HD:**

Từ giả thiết ta có:

$$2B + 2C + 2D = 200^\circ + 180^\circ + 120^\circ \Rightarrow B + C + D = 250^\circ.$$

$$\text{Vì } A + B + C + D = 360^\circ \Rightarrow A = 110^\circ.$$

$$B = 250^\circ - (C + D) = 250^\circ - 120^\circ = 130^\circ.$$

$$C = 200^\circ - B = 200^\circ - 130^\circ = 70^\circ.$$

$$D = 120^\circ - C = 120^\circ - 70^\circ = 50^\circ.$$

### Dạng 3: Tính độ dài các cạnh của tứ giác

**Phương pháp giải:** Ta sử dụng các kiến thức sau

Sử dụng định lý Pythagore

Sử dụng công thức tính chu vi của tam giác, tứ giác

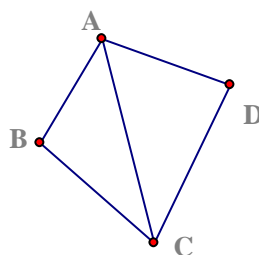
Bài 1: Tính độ dài các cạnh  $a, b, c, d$  của một tứ giác có chu vi bằng 76cm và  $a:b:c:d = 2:5:4:8$

**HD:**

$$\text{Theo đầu bài ta có: } a:b:c:d = 2:5:4:8 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{5} = \frac{c}{4} = \frac{d}{8} = \frac{a+b+c+d}{2+5+4+8} = \frac{76}{19} = 4$$

$$\Rightarrow a = 8; b = 20; c = 16; d = 32$$

Bài 2: Cho hình vẽ, biết tam giác ABC có chu vi bằng 25cm. Tam giác ADC có chu vi bằng 27cm. Tứ giác ABCD có chu vi bằng 32cm. Tính AC?



HD:

$$\text{Chu vi } \triangle ABC = 25 \Rightarrow AB + BC + CA = 25(1)$$

$$\text{Chu vi } \triangle ADC = 27 \Rightarrow AD + DC + CA = 27(2)$$

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow AB + BC + CA + AD + DC + CA = 52 \Leftrightarrow 32 + 2AC = 52 \Rightarrow AC = 10(\text{cm})$$

**Dạng 4: Dạng toán chứng minh các góc bằng nhau, các đoạn thẳng bằng nhau, song song, vuông góc, hoặc trung điểm của các đoạn thẳng**

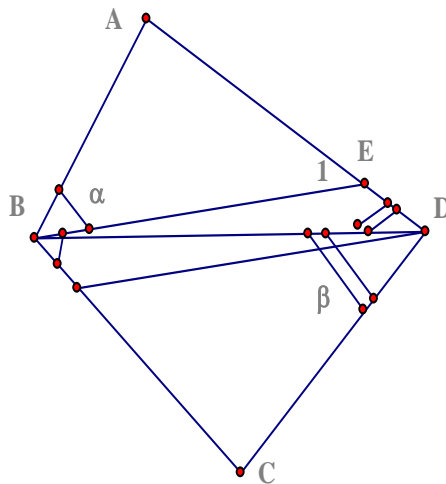
**Phương pháp giải :** Ta cần chú ý tới các kiến thức sau

Dựa vào các cặp góc đồng vị, so le trong, trong cùng phía, ...

Hai góc phụ nhau có tổng số đo =  $90^\circ$

Đôi khi có thể chia tứ giác thành các tam giác để sử dụng bất đẳng thức tam giác.

Bài 1: Cho tứ giác ABCD có:  $\widehat{BAD} = \widehat{BCD} = 90^\circ$ , phân giác trong của góc ABC cắt AD tại E, phân giác trong của góc ADC cắt BC tại F. Chứng minh  $BE \parallel DF$



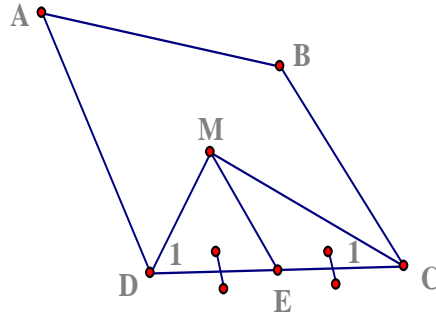
HD:

$$+) \widehat{ABC} + \widehat{ADC} = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ(1)$$

$$+) \text{ Xét tam giác ABE, có: } \alpha + \widehat{E_1} = 90^\circ(2)$$

$$+) \text{ Từ (1)(2)} \Rightarrow \begin{cases} \beta = \widehat{E_1} \\ \text{ovitridongvi} \end{cases} \Rightarrow BE \parallel DF$$

Bài 2: Cho tứ giác ABCD có  $\widehat{ABC} + \widehat{BAD} = 180^\circ$ . Phân giác trong của các góc  $\widehat{BCD}$  và  $\widehat{CAD}$  cắt nhau tại E, biết  $CD = 2DE$ . Chứng minh rằng  $\widehat{ADC} = 2\widehat{BCD}$



HD:

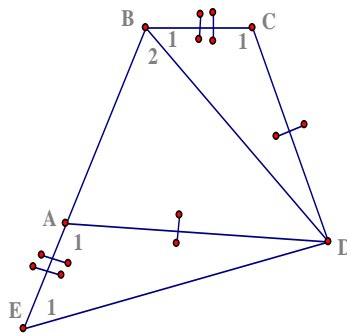
Theo đầu bài ta có :  $\widehat{ABC} + \widehat{BAD} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{C} + \widehat{D} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{C}_1 + \widehat{D}_1 = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DEC} = 90^\circ$

Gọi M là trung điểm của CD  $\Rightarrow EM = MC = MD = \frac{CD}{2} \Rightarrow \triangle DEM$  đều

$$\Rightarrow \widehat{D}_1 = 60^\circ \Rightarrow \widehat{C}_1 = 30^\circ \Rightarrow \widehat{D} = 2\widehat{C}$$

Bài 3: Cho tứ giác ABCD có  $\widehat{BAD} + \widehat{BCD} = 180^\circ$ ,  $DA = DC$ . Chứng minh rằng BD là phân giác của  $\widehat{ABC}$ ?

HD:

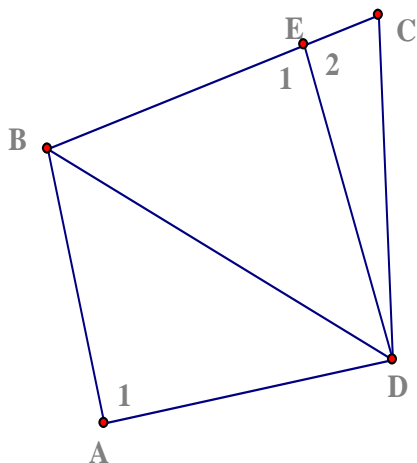


Trên tia đối của tia AB lấy điểm E sao cho  $AE = BC$

$$\Rightarrow \triangle BCD = \triangle EAD (cgc) \Rightarrow \begin{cases} \widehat{B}_1 = \widehat{E}_1 \\ DB = DE \end{cases} (1) \Rightarrow \triangle BED \text{ cân tại D} \Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{B}_2 (2)$$

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \text{ (dpcm)}$$

Bài 4: Cho tứ giác ABCD có BD là phân giác của  $\hat{A}$ ,  $AD = CD$ ,  $AB < AC$ . Chứng minh rằng  $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$



HD:

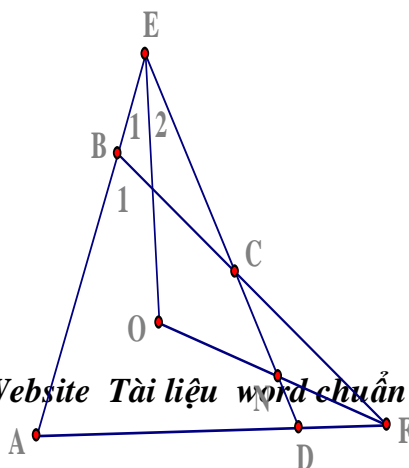
Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho  $BE = BA$

$$\begin{aligned} \Delta BED = \Delta BAD \text{ (cgc)} &\Rightarrow \begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{E}_1 \text{ (1)} \\ AD = ED \Rightarrow ED = CD \Rightarrow \Delta EDC \text{ cân tại } D \Rightarrow \hat{E}_2 = \hat{C}_1 \text{ (2)}. \text{ Từ (1)(2)} \\ CD = AD \end{cases} \\ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{C}_1 = \hat{E}_1 + \hat{E}_2 = 180^\circ \end{aligned}$$

Bài 5: Cho tứ giác ABCD, biết  $\hat{A} : \hat{B} : \hat{C} : \hat{D} = 5 : 8 : 13 : 10$

a) Tính các góc của tứ giác ABCD

b). AB cắt CD tại E, AD cắt BC tại F, phân giác của góc AED và AFB cắt nhau tại O, phân giác của góc AFB cắt CD và AB tại M và N. Chứng minh rằng O là trung điểm của MN.



**HD:**

a). Ta tính được  $\hat{A} = 50^\circ; \hat{B} = 80^\circ; \hat{C} = 130^\circ; \hat{D} = 100^\circ$

b).  $\hat{E} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{D} = 30^\circ; \hat{F} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B} = 50^\circ; \hat{EMN} = 180^\circ - \hat{F}_1 - \hat{B}_1 = 75^\circ;$   
 $\hat{ENM} = 180^\circ - 75^\circ - 30^\circ = 75^\circ$

$\Rightarrow \triangle EMN$  cân tại E  $\Rightarrow OM = ON$  (dpcm)

Bài 6: Tứ giác ABCD có tổng hai đường chéo bằng a. Gọi M là một điểm bất kì. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng MA + MB + MC + MD.

**HD:**

Tìm cách giải

Để tìm giá trị nhỏ nhất của tổng MA + MB + MC + MD ta phải chứng minh

$$MA + MB + MC + MD \geq k \text{ (k là hằng số).}$$

Ghép tổng trên thành hai nhóm (MA + MC) + (MB + MD).

Ta thấy ngay có thể dùng bất đẳng thức tam giác mở rộng.

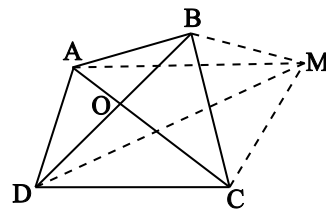
\* Trình bày lời giải

Xét ba điểm M, A, C có MA + MC  $\geq$  AC

(dấu "=" xảy ra khi M  $\in$  AC).

Xét ba điểm M, B, D có MB + MD  $\geq$  BD

(dấu "=" xảy ra khi M  $\in$  BD).



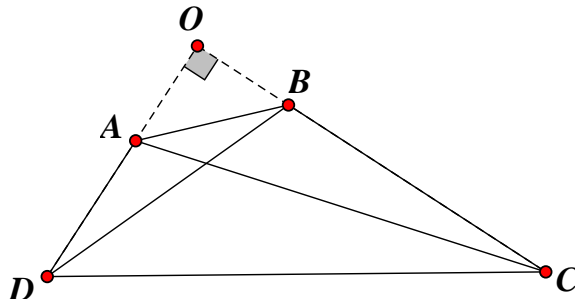
Hình 1.4

Do đó MA + MB + MC + MD  $\geq$  AC + BD = a.

Vậy min(MA + MB + MC + MD) = a khi M trùng với giao điểm O của hai đường chéo AC và BD.

Bài 7: Tứ giác ABCD có  $\hat{C} + \hat{D} = 90^\circ$ . Chứng minh rằng  $AC^2 + BD^2 = AB^2 + CD^2$

**HD:**



Gọi O là giao điểm AD và BC.

Ta có  $C + D = 90^\circ$  nên  $O = 90^\circ$

Áp dụng định lí Py – ta – go,

Ta có  $AC^2 = OA^2 + OC^2$ .

$$BD^2 = OB^2 + OD^2$$

Nên  $AC^2 + BD^2 = (OA^2 + OB^2) + (OC^2 + OD^2) = AB^2 + CD^2$

**Dạng 5 : Một số bài toán chứng minh, tính số đo góc liên quan đến phân giác của một góc trong tứ giác**

Ta chú ý:

Tia phân giác của một góc sẽ chia góc thành hai góc bằng nhau.

Tia phân giác trong và phân giác ngoài của một góc sẽ vuông góc với nhau.

Bài 1: Cho tứ giác ABCD, đường chéo AC bằng cạnh AD. Chứng minh cạnh BC nhỏ hơn đường chéo BD.

**HD:**

Gọi O là giao điểm của hai đường chéo

Trong tam giác AOD ta có:

$$AD < AO + OD \quad (1)$$

Trong tam giác BOC ta có

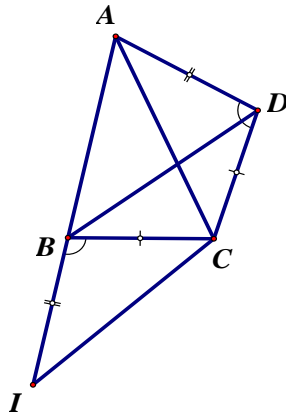
$$BC < OC + BO \quad (2)$$

Cộng từng vế của (1) và (2) ta có:

$$AD + BC < AC + BD \quad (3)$$

Theo đề ra:  $AC = AD$  nên từ (3)  $\Rightarrow BC < BD$  (Đpcm)

Bài 2: Cho tứ giác lồi ABCD có  $B + D = 180^\circ$ ,  $CB = CD$ . Chứng minh AC là tia phân giác của BAD



**HD:**

Trên tia đối tia BA lấy điểm I sao cho  $BI = AD$ .

Ta có  $\angle ADC = \angle IBC$  (cùng bù với góc ABC).

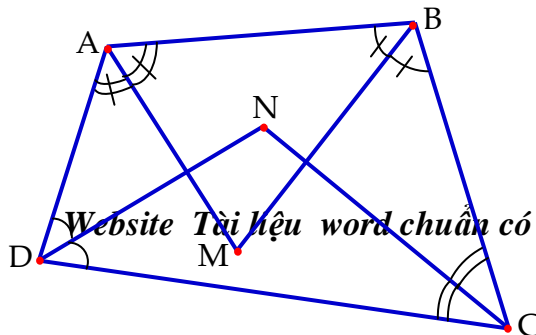
$AD = IB$ ,  $DC = BC$ . Từ đó ta có  $\triangle ADC = \triangle IBC$

Suy ra:  $\angle DAC = \angle BIC$  và  $AC = IC$ .

Tam giác ACI cân tại C nên  $\angle BAC = \angle BIC = \angle DAC$ . Vậy AC là phân giác trong góc BAD.

Bài 3: Cho tứ giác ABCD, các tia phân giác góc A và góc B cắt nhau tại M. Các tia phân giác góc C và góc D cắt nhau tại N. Chứng minh

$$\angle AMB + \angle CND = 180^\circ ?$$





**HD:**

Xét  $\triangle CND$  có  $CND + CDN + DCN = 180^\circ$  (định lý).

Xét  $\triangle AMB$  có  $AMB + ABM + BAM = 180^\circ$  (định lý).

Do đó:  $CND + CDN + DCN + AMB + ABM + BAM = 360^\circ$

Mà  $ABM = \frac{B}{2}$  (vì  $BM$  là tia phân giác của  $B$ )

$BAM = \frac{A}{2}$  (vì  $AM$  là tia phân giác của  $A$ ),  $DCN = \frac{C}{2}$  (vì  $CN$  là tia phân giác của  $C$ ),

$CDN = \frac{D}{2}$  (vì  $DN$  là tia phân giác của  $D$ ).

$$\Rightarrow CND + AMB + \frac{D}{2} + \frac{C}{2} + \frac{B}{2} + \frac{A}{2} = 360^\circ \Rightarrow CND + AMB = 360^\circ - \frac{A+B+C+D}{2}$$

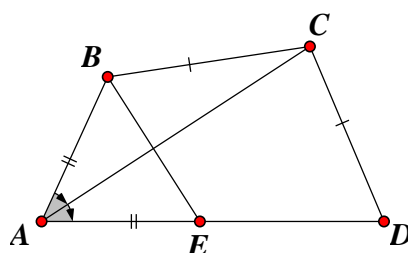
Mà trong tứ giác  $ABCD$  có  $A+B+C+D = 360^\circ$  (định lý)  $\Rightarrow CND + AMB = 180^\circ$  (đpcm).

Bài 4: Tứ giác  $ABCD$  có  $AC$  là tia phân giác của góc  $A$ ,  $BC = CD$ ,  $AB < AD$ .

a) Lấy điểm  $E$  trên cạnh  $AD$  sao cho  $AE = AB$ . Chứng minh rằng  $\angle ABC = \angle AEC$ .

b) Chứng minh rằng  $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$ .

**HD :**



Ta chứng minh được :  $\Delta ABC = \Delta AEC$  (c.g.c)

nên  $B = AEC$

$\Delta ABC = \Delta AEC$  còn suy ra  $BC = CE$

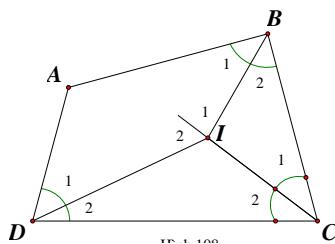
mà  $BC = CD$  nên  $CE = CD$

Suy ra  $D = CED$

Ta lại có  $AEC + CED = 180^\circ$  nên từ (1) và (2) suy ra  $B + D = 180^\circ$

Bài 5: Tứ giác ABCD có  $\hat{A} - \hat{C} = 60^\circ$ . Các tia phân giác của các góc B và D cắt nhau tại I. Tính số đo góc BID.

HD :



Theo tính chất góc ngoài của tam giác

Ta có  $B_2 = I_1 - C_1, D_2 = I_2 - C_2$

Nên  $B_2 + D_2 = (I_1 + I_2) - (C_1 + C_2) = BID - C$  (1)

Tứ giác ABID có

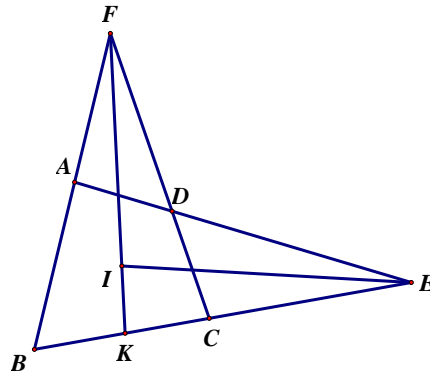
$$B_1 + D_1 = 360^\circ - A - BID \quad (2)$$

Do  $B_1 = B_2$  và  $D_1 = D_2$  nên từ (1) và (2) suy ra  $BID - C = 360^\circ - A - BID$

$$\Rightarrow 2BID + (A - C) = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 2BID + 60^\circ = 360^\circ \Rightarrow BID = 150^\circ$$

Bài 6: Cho tứ giác lồi ABCD, hai cạnh AD và BC cắt nhau tại E, hai cạnh DC và AB cắt nhau tại F. Kẻ tia phân giác của hai góc CED và BFC cắt nhau tại I. Tính góc EIF theo các góc trong tứ giác ABCD.



HD:

FI cắt BC tại K, suy ra K thuộc đoạn BC

$$\Rightarrow \text{EIF} = \text{EKI} + \text{IEK} \text{ (EIF là góc ngoài của } \triangle \text{IKE)}$$

$$= \text{B} + \text{BFK} + \text{IEK} \text{ (CKF là góc ngoài của } \triangle \text{FBK)}$$

$$\text{BFC} = 180^\circ - (\text{B} + \text{C}) \Rightarrow \text{BFK} = 90^\circ - \frac{\text{B} + \text{C}}{2}.$$

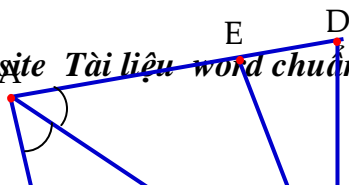
$$\text{AEB} = 180^\circ - (\text{A} + \text{B}) \Rightarrow \text{IEK} = 90^\circ - \frac{\text{A} + \text{B}}{2}.$$

$$\text{Vậy EIF} = \text{B} + 90^\circ - \frac{\text{B} + \text{C}}{2} + 90^\circ - \frac{\text{A} + \text{B}}{2} = 180^\circ - \frac{\text{A} + \text{C}}{2} = \frac{\text{B} + \text{D}}{2}$$

Bài 7: Cho tứ giác ABCD có AC là tia phân giác của góc A, BC = CD, AB < AD.

a) Lấy điểm E trên cạnh AD sao cho AE = AB. Chứng minh  $\angle \text{ABC} = \angle \text{AEC}$ .

b) Chứng minh  $\text{B} + \text{D} = 180^\circ$ .



HD:

a) Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle AEC$  có:

$$AB = AE \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{BAC} = \widehat{EAC} \text{ (vì } AC \text{ là tia phân giác của góc } A).$$

AC chung.

$$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle AEC \text{ (c-g-c)}. \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{AEC} \text{ (đpcm)} \quad (1)$$

b) Ta có  $\triangle ABC = \triangle AEC$  (cmt)

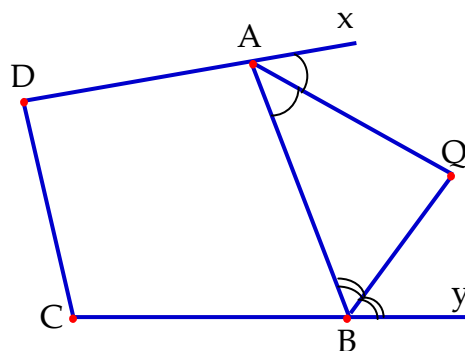
$$\Rightarrow CB = CE, \text{ mà } CB = CD \text{ (giả thiết)} \Rightarrow CE = CD$$

$$\Rightarrow \triangle CED \text{ cân tại } C \Rightarrow \widehat{CED} = \widehat{CDE} \text{ hay } \widehat{CED} = D \quad (2)$$

Mà  $\widehat{AEC} + \widehat{CED} = 180^\circ$  (hai góc kề bù), nên từ (1) và (2)  $\Rightarrow B + D = 180^\circ$

Bài 8: Cho tứ giác ABCD, phân giác ngoài của góc A và góc B cắt nhau tại Q. Chứng minh:

$$\widehat{AQB} = \frac{A+B}{2}.$$



HD:

Ta có AQ là tia phân giác của  $\widehat{xAB}$  là góc ngoài của A

$$\Rightarrow Q_{AB} = \frac{x_{AB}}{2} = \frac{180^\circ - A}{2}$$

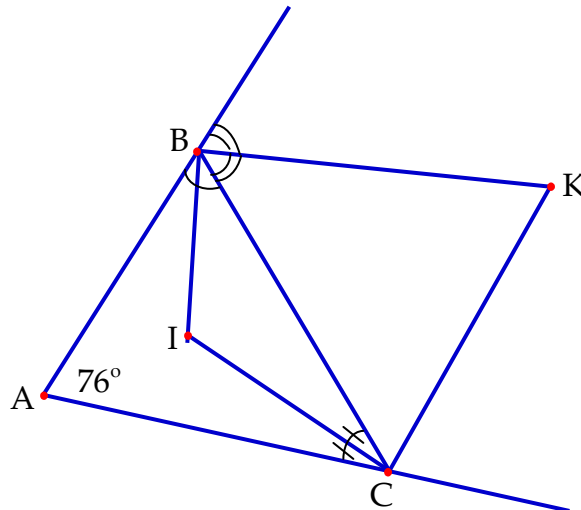
Ta có BQ là tia phân giác của  $\angle yBA$  là góc ngoài của B

$$\Rightarrow Q_{BA} = \frac{y_{BA}}{2} = \frac{180^\circ - B}{2}$$

Trong tam giác ABQ có:  $\angle AQB = 180^\circ - \angle QAB - \angle QBA = 180^\circ - \frac{180^\circ - A}{2} - \frac{180^\circ - B}{2} = \frac{A + B}{2}$

Bài 9: Tam giác ABC có  $A = 76^\circ$ , các tia phân giác của góc B và góc C cắt nhau tại I, các tia phân giác góc ngoài tại đỉnh B và C cắt nhau tại K. Tính các góc của tứ giác BICK.

HD:



Ta có BI là tia phân giác của góc ABC, BK là tia phân giác góc ngoài đỉnh B

$$\Rightarrow \begin{cases} \angle IBC = \frac{\angle ABC}{2} & (1) \\ IB \perp BK \Rightarrow \angle IBK = 90^\circ \end{cases}$$

Ta có CI là tia phân giác của góc ACB, CK là tia phân giác góc ngoài đỉnh C

$$\Rightarrow \begin{cases} \angle ICB = \frac{\angle ACB}{2} & (1) \\ IC \perp CK \Rightarrow \angle ICK = 90^\circ \end{cases}$$

Trong tam giác BIC có:

$$\widehat{BIC} = 180^\circ - (\widehat{IBC} + \widehat{ICB}) = 180^\circ - \frac{\widehat{ABC} + \widehat{ACB}}{2} = 180^\circ - \frac{180^\circ - A}{2} = \frac{180^\circ + A}{2}$$

Mà  $A = 76^\circ$ , nên  $\widehat{BIC} = 128^\circ$

Trong tứ giác  $IBKC$  có:  $\widehat{BIC} + \widehat{ICK} + \widehat{IBK} + \widehat{BKC} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{BKC} = 52^\circ$

Bài 10: Cho tứ giác lồi  $ABCD$ , biết có  $A = 90^\circ$ ,  $D = 90^\circ$ ; góc  $B$  và  $C$  khác nhau.

- Chứng minh  $AB \parallel DC$ .
- Chứng tỏ trong hai góc  $B$  và  $C$  phải có một góc nhọn.
- Khi góc  $C$  nhọn. Chứng minh  $AB < DC$ .

**HD:**

a) Tứ giác  $ABCD$  có  $A = 90^\circ$ ,  $D = 90^\circ$  nên:  $AB \perp AD$  và  $DC \perp AD$   
 $\Rightarrow AB \parallel DC$  (từ vuông góc đến song song).

b) Xét tứ giác  $ABCD$  có  $A + B + C + D = 360^\circ$  (định lý)

Mà  $A = 90^\circ$ ,  $D = 90^\circ \Rightarrow B + C = 180^\circ$  (\*)

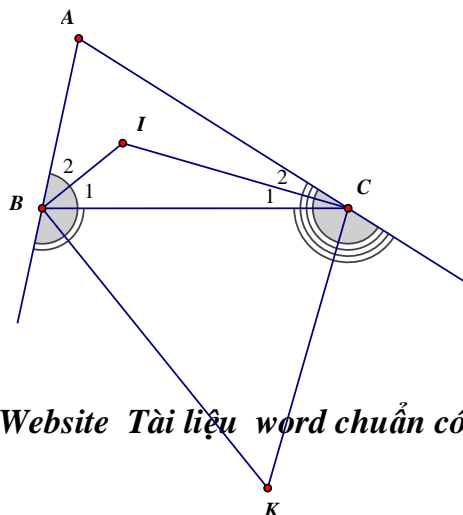
Nếu  $B, C$  đều là các góc tù, tức là  $B > 90^\circ$ ,  $C > 90^\circ \Rightarrow B + C > 180^\circ$  (mâu thuẫn với (\*))

Nếu  $B, C$  đều là các góc nhọn, tức là  $B < 90^\circ$ ,  $C < 90^\circ \Rightarrow B + C < 180^\circ$  (mâu thuẫn với (\*))

Vậy trong hai góc  $B, C$  phải có một góc nhọn.

Bài 11: Tam giác  $ABC$  có  $\widehat{A} = 70^\circ$ , các tia phân giác của góc  $B$  và  $C$  cắt nhau tại  $I$ , các tia phân giác của các góc ngoài đỉnh  $B$  và  $C$  cắt nhau tại  $K$ . Tính các góc của tứ giác  $BICK$ .

**HD:**



$$B_1 + C_1 = \frac{ABC + ACB}{2} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2}$$
$$= \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$$

Xét  $\triangle BIC$  ta có:

$$BIC = 180^\circ - (B_1 + C_1)$$
$$= 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

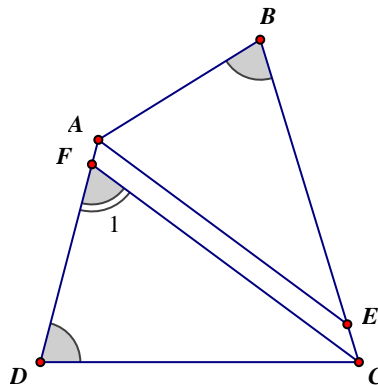
BI và BK là tia phân giác của 2 góc kề bù nên  $IBK = 90^\circ$ .

Tương tự  $ICK = 90^\circ$ .

Xét tứ giác BICK ta có:

$$\hat{K} = 360^\circ - (BIC + IBK + ICK)$$
$$= 360^\circ - (125^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 55^\circ$$

Bài 12: Tứ giác ABCD có  $AB < AD, \hat{B} = \hat{D}$ . Tia phân giác của góc A cắt cạnh BC ở E, tia phân giác của góc C cắt cạnh AD ở F. Chứng minh rằng AE song song với CF.



HD:

Đặt  $\hat{B} = \hat{D} = \alpha, BAE = DAE = m, BCF = DCF = n$ .

Tứ giác ABCD có  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$  nên:

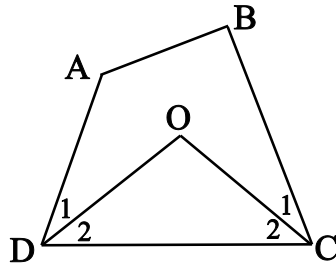
$$2m + \alpha + 2n + \alpha = 360^\circ \Rightarrow m + \alpha + n = 180^\circ (1)$$

Tam giác CDF có  $F_1 + DCF + \hat{D} = 180^\circ$  nên  $F_1 + n + \alpha = 180^\circ (2)$ .

Từ (1) và (2) suy ra  $F_1 = m$ , do đó  $AE \parallel CF$ .

Bài 13: Cho tứ giác ABCD,  $A - B = 40^\circ$ . Các tia phân giác của góc C và góc D cắt nhau tại O. Cho biết  $\text{COD} = 110^\circ$ . Chứng minh rằng  $AB \perp BC$ .

HD:



Tìm cách giải

Muốn chứng minh  $AB \perp BC$  ta chứng minh  $B = 90^\circ$ . Đã biết hiệu  $A - B$  nên cần tính tổng  $A + B$ .

Trình bày lời giải

Xét  $\triangle COD$  có  $\text{COD} = 180^\circ - (C_2 + D_2) = 180^\circ - \frac{C + D}{2}$

(vì  $C_1 = C_2$ ;  $D_1 = D_2$ ).

Xét tứ giác ABCD có  $C + D = 360^\circ - (A + B)$ , do đó

$$\text{COD} = 180^\circ - \frac{360^\circ - (A + B)}{2} = 180^\circ - 180^\circ + \frac{A + B}{2}.$$

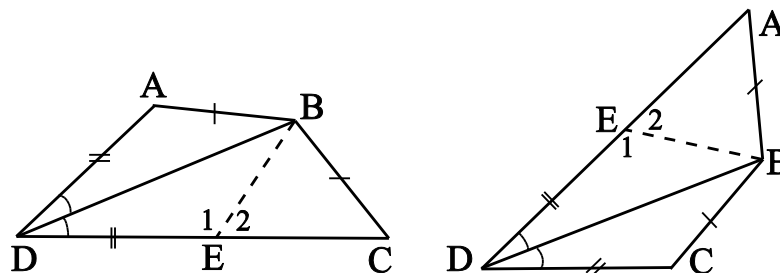
Vậy  $\text{COD} = \frac{A + B}{2}$ . Theo đề bài  $\text{COD} = 110^\circ$  nên  $A + B = 220^\circ$ .

Mặt khác,  $A - B = 40^\circ$  nên  $B = (220^\circ - 40^\circ) : 2 = 90^\circ$ . Do đó  $AB \perp BC$ .

Bài 14: Tứ giác ABCD có  $AB = BC$  và hai cạnh AD, DC không bằng nhau. Đường chéo DB là đường phân giác của góc D. Chứng minh rằng các góc đối của tứ giác này bù nhau.

HD:





Tìm cách giải

Để chứng minh hai góc A và C bù nhau ta tạo ra một góc thứ ba làm trung gian, góc này bằng góc A chẳng hạn. Khi đó chỉ còn phải chứng minh góc này bù với góc C.

Trình bày lời giải

Xét trường hợp  $AD < DC$  (h.1.3a)

Trên cạnh DC lấy điểm E sao cho  $DE = DA$ .

$\triangle ADB = \triangle EDB$  (c.g.c)

$\Rightarrow AB = EB$  và  $A = E_1$ .

Mặt khác,  $AB = BC$  nên  $BE = BC$ . Vậy  $\triangle BEC$  cân  $\Rightarrow C = E_2$ .

Ta có  $E_1 + E_2 = 180^\circ \Rightarrow A + C = 180^\circ$ . Do đó  $B + D = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$ .

Xét trường hợp  $AD > DC$  (h.1.3b)

Trên tia DA lấy điểm E sao cho  $DE = DC$ .

Chứng minh tương tự như trên ta được  $A + C = 180^\circ$ ;  $B + D = 180^\circ$ .

## BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1: Tứ giác ABCD có  $\hat{A} = \hat{B} = 50^\circ$ . Các tia phân giác của góc C và D cắt nhau tại I và  $\hat{CID} = 115^\circ$ . Tính các góc  $\hat{A}, \hat{B}$

Bài 2: Cho tứ giác ABCD có  $AB = AD$  và  $CB = CD$  (ta gọi tứ giác ABCD trong trường hợp này là tứ giác có hình cánh diều)

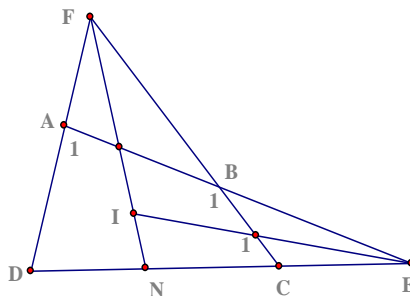
a. Chứng minh AC là đường trung trực của BD

b. Tính  $\hat{B}, \hat{D}$ , biết  $\hat{A} = 100^\circ; \hat{C} = 60^\circ$

Bài 3: Cho tứ giác ABCD, AB cắt CD tại E, BC cắt AD tại F. Các tia phân giác của góc E và F cắt nhau tại I. Chứng minh

a.  $\hat{EIF} = \frac{\hat{ABC} + \hat{ADC}}{2}$

b. Nếu  $\hat{BAD} = 130^\circ$  và  $\hat{BCD} = 50^\circ$  thì  $IF \perp IE$



**HD:**

a. Gọi N là giao điểm của IF và CD

Theo định lý góc ngoài của tam giác ta có

$$\Delta NIE : \hat{FIE} = \hat{FNE} + \frac{\hat{E}}{2}, \Delta DNF : \hat{FNE} = \hat{D} + \frac{\hat{E}}{2}$$

$$\text{Vậy } \hat{EIF} = \hat{D} + \frac{\hat{E} + \hat{F}}{2} \quad (1)$$

$$\text{Xét } \Delta ADE \text{ có : } \hat{E} = 180^\circ - (\hat{D} + \hat{A}_1). \text{ Xét } \Delta DFC \text{ có : } \hat{F} = 180^\circ - (\hat{D} + \hat{C}_1)$$

$$\Rightarrow \hat{E} + \hat{F} = 360^\circ - (2\hat{D} + \hat{A}_1 + \hat{C}_1) = \hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 + \hat{D} - (2\hat{D} + \hat{A}_1 + \hat{C}_1) = \hat{B}_1 - \hat{D}$$

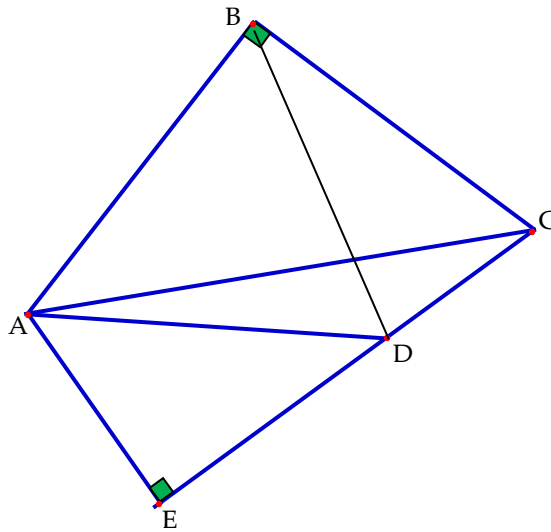
$$\text{Thay vào (1) ta được : } \hat{EIF} = \hat{D} + \frac{\hat{B}_1 - \hat{D}}{2} = \frac{\hat{D} + \hat{B}_1}{2} \text{ (dpcm)}$$

b. Áp dụng câu a ta được điều cần chứng minh.

Bài 4: Cho tứ giác ABCD, biết  $AB = AD$ ;  $B = 90^\circ$ ,  $A = 60^\circ$ ,  $D = 135^\circ$ .

a) Tính góc C.

b) Từ A ta kẻ AE vuông góc với đường thẳng CD. Tính các góc của tam giác AEC.



**HD:**

a) Trong tứ giác ABCD có  $A + B + C + D = 360^\circ$  (định lý).

Mà  $B = 90^\circ$ ,  $A = 60^\circ$ ,  $D = 135^\circ$

$$\Rightarrow 90^\circ + 60^\circ + C + 135^\circ = 360^\circ \Rightarrow C = 75^\circ.$$

b) Ta có  $AB = AD$  và  $A = 60^\circ$  nên tam giác ABD đều

Mà  $D = \angle ADC = 135^\circ$ , nên  $\angle BDC = 75^\circ$

Mà  $C = 75^\circ$ , nên tam giác  $BDC$  cân tại  $B$ , suy ra  $BD = BC$ .

Do đó  $BA = BC$ , mà  $B = 90^\circ$  nên tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B \Rightarrow BAC = BCA = 45^\circ$

Trong tứ giác  $ABCE$  có:  $A + B + C + E = 360^\circ$  (định lý),

Mà  $B = 90^\circ$ ,  $E = 90^\circ$  (vì  $AE \perp CD$  tại  $E$ ),  $BCD = C = 75^\circ$  nên  $BAE = 105^\circ$ .

Ta có:  $BAE = BAC + CAE \Rightarrow CAE = 105^\circ - 45^\circ = 60^\circ$ .

Mặt khác  $\triangle AEC$  có  $E = 90^\circ$  (vì  $AE \perp CD$  tại  $E$ ), nên  $ECA = 30^\circ$ .

Bài 5: Tính các góc của tứ giác  $ABEF$  biết  $A : B : E : \hat{F} = 1 : 3 : 4 : 7$ .

**HD:**

Ta có:  $A : B : E : \hat{F} = 1 : 3 : 4 : 7 \Rightarrow \frac{A}{1} = \frac{B}{3} = \frac{E}{4} = \frac{\hat{F}}{7}$ .

Ta có:  $A + B + E + \hat{F} = 360^\circ$  (định lý) và theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{A}{1} = \frac{B}{3} = \frac{E}{4} = \frac{\hat{F}}{7} = \frac{A + B + E + \hat{F}}{1 + 3 + 4 + 7} = \frac{360^\circ}{15} = 24^\circ$$

Khi đó:  $A = 24^\circ$ ,  $B = 3 \cdot 24^\circ = 72^\circ$ ,  $E = 4 \cdot 24^\circ = 96^\circ$ ,  $\hat{F} = 7 \cdot 24^\circ = 168^\circ$ .

Bài 11. Cho tứ giác  $ABCD$  biết  $B + C = 200^\circ$ ,  $B + D = 180^\circ$ ;  $C + D = 120^\circ$ .

a) Tính số đo các góc của tứ giác.

b) Gọi  $I$  là giao điểm của các tia phân giác của  $A$  và  $B$  của tứ giác. Chứng minh:

$$\angle AIB = \frac{C + D}{2}$$

**HD:**

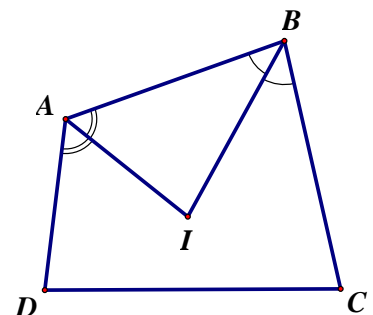
a) Từ giả thiết ta có:  $2B + 2C + 2D = 200^\circ + 180^\circ + 120^\circ \Rightarrow B + C + D = 250^\circ$ .

Vì  $A + B + C + D = 360^\circ \Rightarrow A = 110^\circ$ .

$B = 250^\circ - (C + D) = 250^\circ - 120^\circ = 130^\circ$ .

$C = 200^\circ - B = 200^\circ - 130^\circ = 70^\circ$ .

$D = 120^\circ - C = 120^\circ - 70^\circ = 50^\circ$ .



b) Ta có:  $IAB = \frac{A}{2}$  (vì AI là tia phân giác của A)

$IBA = \frac{B}{2}$  (vì BI là tia phân giác của B)

Trong tam giác ABI:  $AIB = 180^\circ - IAB - IBA = 180^\circ - \frac{A+B}{2} = \frac{360^\circ - (A+B)}{2} = \frac{C+D}{2}$ .