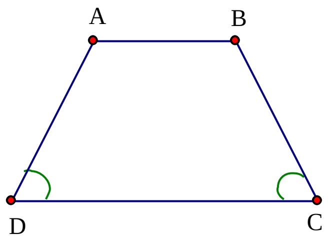
BÀI 3: HÌNH THANG CÂN

I.TÓM TẮT LÝ THUYẾT



1. Định nghĩa

Hình thang cân là hình thang có hai góc kề 1 đáy bằng nhau

ABCD là hình thang cân (đáy AB, CD) $\Leftrightarrow \begin{cases} ABCD \quad \text{(là hình thang)} \\ \hat{C} = \hat{D} \text{ hoac } \hat{A} = \hat{B} \end{cases}$

2. Tính chất: Trong hình thang cân

Hai cạnh bên bằng nhau

Hai đường chéo bằng nhau

3. Dấu hiệu nhận biết

Hình thang có 2 góc kề 1 đáy bằng nhau là hình thang cân

Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân

4. Chú ý: Hình thang có hai cạnh bên bằng nhau chưa chắc đã là hình thang cân (hình bình hành)

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Chứng minh tứ giác là hình thang cân

Phương pháp giải: Dựa vào các dấu hiệu nhận biết hình thang cân

Bài 1: Cho hình thang ABCD (AB // CD) có $ACD = BDC$. Chứng minh rằng ABCD là hình thang cân.

HD:

Gọi giao điểm DB và AC là O,

Ta có: $ODC = OBA$ (sole trong)

$OAB = OCD$ (sole trong)

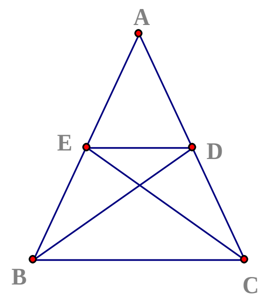
Mà $OCD = ODC$ (gt)

Nên ΔODC và ΔOAB là tam giác cân tại O,

Suy ra OA=OB; OC=OD hay AC=BD.

Vậy ABCD là hình thang cân.

Bài 2:Cho tam giác ABC cân tại A có BD và CE là hai đường trung tuyến của tam giác. Chứng minh tứ giác BCDE là hình thang cân



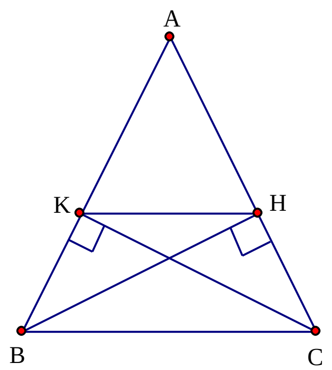
HD:

Xét ΔABC có ED là đường trung bình của tam giác

$\Rightarrow DE // BC \Rightarrow \lozenge BCDE$ là hình thang

Lại có $\hat{B} = \hat{C} (gt) \Rightarrow \lozenge BCDE$ là hình thang cân (dấu hiệu nhận biết)

Bài 3: Cho tam giác ABC cân tại A có BH và CK là hai đường cao của tam giác. Chứng minh BCHK là hình thang cân



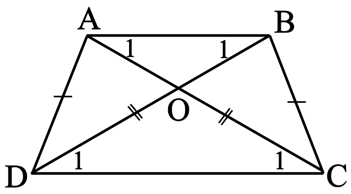
HD:

Chứng minh $\Delta BKC = \Delta CHB(ch - gn) \Rightarrow CK = BH; AK = AH$

$$\Rightarrow A\hat{K}H = \frac{180^0 - K\hat{A}H}{2} = A\hat{B}C \Rightarrow HK // BC$$

Bài 4: Tứ giác ABCD có AC = BD và AD = BC. Chứng minh rằng tứ giác này là hình thang cân.

HD:



Tìm cách giải

Tứ giác ABCD đã có hai đường chéo bằng nhau nên để chứng minh nó là hình thang cân, chỉ cần chứng minh AB // CD. Muốn vậy ta chứng minh một cặp góc so le trong bằng nhau.

Trình bày lời giải

ΔADC = ΔBCD (c.c.c) $\Rightarrow C_1 = D_1$.

ΔDAB = ΔCBA (c.c.c) $\Rightarrow B_1 = A_1$.

Mặt khác, $COD = AOB$ (đối đỉnh) nên $2C_1 = 2A_1$

$\Rightarrow C_1 = A_1$, do đó AB // CD.

Vậy tứ giác ABCD là hình thang. Hình thang này có hai đường chéo bằng nhau nên là hình thang cân.

Bài 5: Cho tam giác ABC cân tại A, các đường phân giác BD, CE (D $\in$ AC, E $\in$ AB). Chứng minh rằng BEDC là hình thang cân có đáy nhỏ bằng cạnh bên.

HD:

Vì ΔABC và ΔAED cân tại A nên ED//BC,

Mà $B = C$ nên EDCB là hình thang cân.

Vì ED//BC nên $BDE = DBC$ (sole trong)

Mà $DBC = DBE$ (gt) nên $EDB = BDE$

Hay ∆EDB cân tại E suy ra ED=EB=DC (đpcm)

Bài 6: Cho hình thang ABCD (AB // CD) có AC = BD. Qua B kẻ đường thẳng song song với AC cắt đường thẳng DC tại E. Chứng minh:

a) Tam giác BDE là tam giác cân.

b) Các tam giác ACD và BDC bằng nhau.

HD:

a), ∆BCE=∆CBA (g.c.g)

Nên BE=AC

Mà AC=BD

Nên ∆DBE cân tại B.

b), Vì AC=BD nên ABCD là hình thang cân,

Suy ra AD=BC.

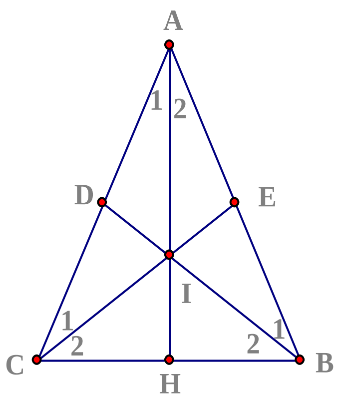
Suy ra ∆ACD=∆BDC (c.c.c)

Bài 7:Cho tam giác ABC cân tại A, điểm I thuộc đường cao AH, BI giao với AC tại D, CI giao với AB tại E

a). Chứng minh rằng AD = AE

b). Xác định dạng của tứ giác BDEC

c). Xác định vị trí của điểm I sao cho BE = ED = DC



HD:

a) $\Delta AIC = \Delta AIB(cgc) \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{B}_1 \Rightarrow \Delta ACE = \Delta ABD(gcg) \Rightarrow AE = AD$

b) Ta có $\Delta AED, \Delta ABC$ cân tại A, có chung $\hat{A}$

$$\Rightarrow A\hat{D}E = A\hat{E}D = A\hat{B}C = A\hat{C}B = \frac{180^0 - \hat{A}}{2} \Rightarrow \begin{cases} DE // BC \\ \hat{C} = \hat{B} \end{cases} \Rightarrow \Diamond BDEC$$

Là hình thang cân (đpcm)

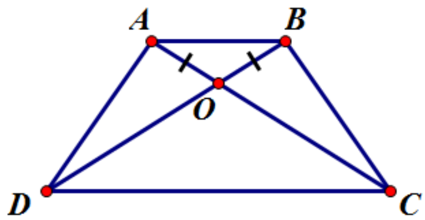
c) Ta có : $DE // BC \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{D}_2$

Để BE = ED thì tam giác BED cân tại E $\Rightarrow \begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{D}_2 \\ \hat{B}_2 = \hat{D}_2 \end{cases} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2$

Tương tự ta phải có $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$. Vậy CE và BD là phân giác của $\hat{B}; \hat{C}$

Vậy I là giao điểm của 3 đường phân giác.

Bài 8: Cho hình thang ABCD (AB // CD). AC cắt BD tại O. Biết OA = OB. Chứng minh rằng: ABCD là hình thang cân.



HD:

Vì OA = OB nên tam giác OAB cân tại O

$\Rightarrow$ OAB = OBA

Ta có OCD = OAB = OBA = ODC

$\Rightarrow$ tam giác OCD cân tại O $\Rightarrow$ OC = OD

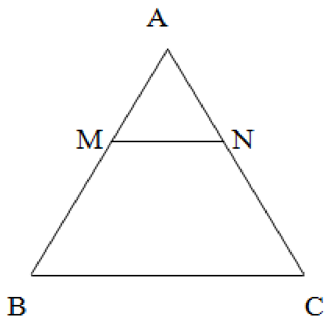
Suy ra AC = OA + OC = OB + OD = BD.

Hình thang ABCD có hai đường chéo AC và BD bằng nhau nên ABCD là hình thang cân.

Bài 9: Cho tam giác ABC cân tại A. trên các cạnh bên AB, AC lấy các điểm M, N sao cho BM = CN.

a) Tứ giác BMNC là hình gì? Vì sao?

b) Tính các góc của tứ giác BMNC biết rằng $A = 40^0$



HD:

a) Tam giác ABCD cân tại A

$\Rightarrow B = C = \frac{180^0 - A}{2}$

Lại có BM = CN (gt) $\Rightarrow$ AM = AN

$\Rightarrow \Delta AMN$ cân tại A

$\Rightarrow M_1 = N_1 = \frac{180^0 - A}{2}$

$\Rightarrow M_1 = B$ do đó: MN //BC

Vậy tứ giác BMNC là hình thang

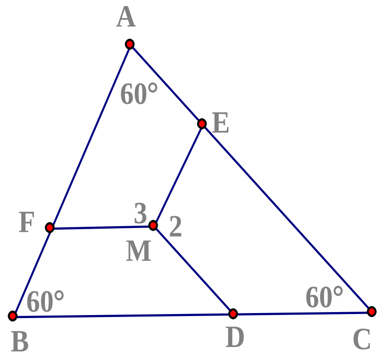
Lại có: $B = C$ nên BMNC là hình thang cân.

b) $B = C = 70^0$; $M_2 = N_2 = 110^0$

Bài 10: Cho tam giác ABC đều, M là điểm nằm trong tam giác đó. Qua M kẻ đường thẳng song song với AC và cắt BC ở D, kẻ đường thẳng song song với AB cắt cắt AC tại E, kẻ đường thẳng song song với BC và cắt AB ở F. Chứng minh rằng

a). Tứ giác BFMD, CDME, AEMF là các hình thang cân

b). $D\hat{M}E = E\hat{M}F = D\hat{M}F$



HD:

a) Chứng minh hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau

b)Ta có $D\hat{M}E = E\hat{M}F = D\hat{M}F = 120^0$

Dạng 2: Tính số đo góc, độ dài cạnh và diện tích hình thang cân

Phương pháp giải: Sử dụng tính chất hình thang cân về cạnh, góc, đường chéo và công thức tính diện tích hình thang để tính toán.

Bài 1: Một hình thang cân có đáy nhỏ bằng cạnh bên và góc kề với đáy lớn bằng 60^o. Biết chiều cao của hình thang cân này là $a\sqrt{3}$. Tính chu vi của hình thang cân.

HD:

Tìm cách giải

Ta đã biết hình thang có hai cạnh bên song song thì hai cạnh bên bằng nhau, hai cạnh đáy bằng nhau. Từ đó ta vẽ thêm hình phụ để tìm sự liên hệ giữa đáy lớn và ba cạnh còn lại.

Ta vẽ AM // BC ($M \in CD$). Mặt khác, đề bài có cho góc 60^0, gợi ý cho ta vận dụng tính chất của tam giác đều để tính độ dài mỗi cạnh theo chiều cao của nó.

Trình bày lời giải

Ta đặt AD = AB = BC = x.

Vẽ AM // BC (M $\in$ CD), ta được

AM = BC = x và MC = AB = x.

ΔADM cân, có $D = 60^0$ nên là tam giác đều,

Suy ra DM = AD = x.

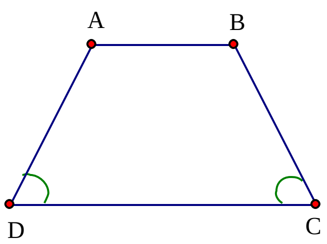
Vẽ AH $\perp$ CD thì AH là đường cao của hình thang cân, cũng là đường cao của tam giác đều:

$$AH = \frac{AD\sqrt{3}}{2}.\ \text{Vì}\ AH = a\sqrt{3}\ \text{nên}\ \frac{x\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow x = 2a.$$

Do đó chu vi của hình thang cân là: 2a . 5 = 10a.

Nhận xét: Qua một đỉnh vẽ đường thẳng song song với một cạnh bên của hình thang là một cách vẽ hình phụ để giải bài toán về hình thang.

Bài 2:Cho hình thang cân ABCD (AB // CD) có $\hat{A} = 2\hat{C}$. Tính các góc của hình thang cân

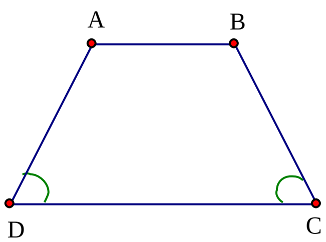


HD:

Vì ABCD là hình thang cân nên: $\hat{A} + \hat{D} = 180^0; \hat{A} = 2\hat{C} = 2\hat{D}$

$\Rightarrow \hat{C} = \hat{D} = 60^0; \hat{A} = \hat{B} = 120^0$

Bài 3: Cho hình thang cân ABCD (AB // CD) có $\hat{A} = 3\hat{D}$. Tính các góc của hình thang cân



HD:

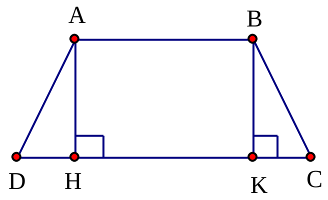
Vì ABCD là hình thang cân nên $\hat{A} + \hat{D} = 180^0; \hat{A} = 3\hat{D}$

$$\Rightarrow \hat{C} = \hat{D} = 45^0; \hat{A} = \hat{B} = 135^0$$

Bài 4:Cho hình thang cân ABCD (AB // CD) có AH và BK là hai đường cao của hình thang

a). Chứng minh $DH = \dfrac{CD - AB}{2}$

b). Biết AB = 6cm, AD = 5cm, CD = 14cm, tính DH, AH và diện tích hình thang cân ABCD.



HD:

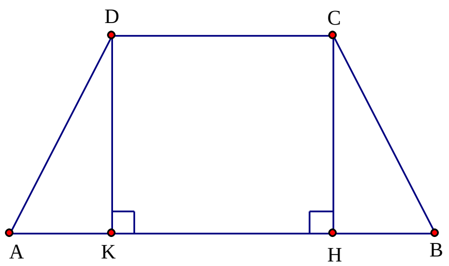
a). Ta có $\Delta ADH = \Delta BCK (ch - gn) \Rightarrow DH = CK$

Hình thang ABKH (AB // KH) có AH // BK $\Rightarrow AB = HK$

Vậy $DH = \dfrac{CD - AB}{2}$

b). DH = 4cm, AH = 3cm, $S_{ABCD} = 30(cm^2)$

Bài 5: Cho hình thang cân ABCD (AB // CD) có $\hat{A} = \hat{B} = 60^0; AB = 4,5cm; AD = BC = 2cm.$ Tính độ dài đáy CD và diện tích hình thang cân ABCD



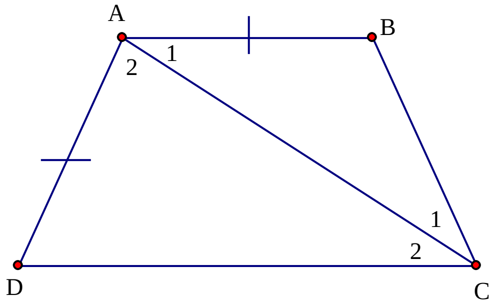
HD:

Hạ CH và DK vuông góc với AB

Ta có: $AK = BH = \dfrac{1}{2} AD = 1cm \Rightarrow CD = 2,5cm; CH = \sqrt{3}cm$

$$S_{ABCD} = \frac{(AB+CD).CH}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{2}\left(cm^2\right)$$

Bài 6:Cho hình thang cân ABCD (AB // CD) có AD = AB và AC = CD. Tính các góc của hình thang cân



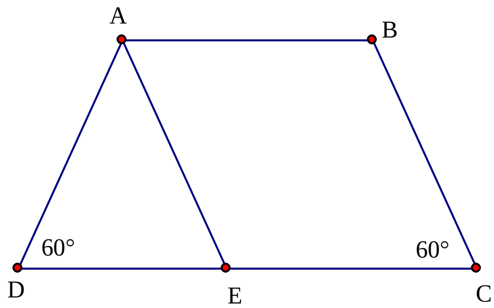
HD:

Ta có ΔABC cân tại B $\Rightarrow \begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{A}_1 = \hat{C}_2 \end{cases} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_2$

Tương tự ta chứng minh được : $\hat{D} = \hat{A}_2$

Có : $\hat{D} + \hat{A}_2 + \hat{C}_2 = 180^0 \Leftrightarrow 2\hat{D} + \hat{C}_2 = 180^0 \Leftrightarrow 2\hat{D} + \frac{\hat{C}}{2} = 180^0 \Leftrightarrow 2\hat{D} + \frac{\hat{D}}{2} = 180^0 \Rightarrow \hat{D} = 36^0$

Bài 7: Cho hình thang cân ABCD (AB // CD đáy lớn CD = 2,7cm. Cạnh bên dài 1cm, $A\hat{D}C = 60^0$, Kẻ AE // BC. Tính độ dài AB



HD:

Kẻ AE // BC $\Rightarrow \begin{cases} AE = BC \\ AB = EC \end{cases} \Rightarrow \Delta AED$ là tam giác đều

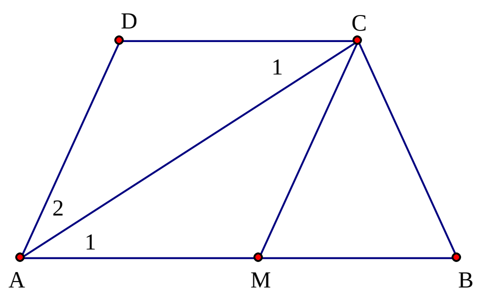
$\Rightarrow DE = DA = 1cm \Rightarrow EC = AB = 1,7cm$

Bài 8: Cho hình thang cân ABCD có tổng hai góc A và B bằng 1 nửa tổng hai góc C và D. Đường chéo AC vuông góc với cạnh bên BC

a) Tính các góc của hình thang

b). Chứng minh AC là phân giác của $D\hat{A}B$

c). Tính chu vi của hình thang, biết CD = 6cm



HD:

a). Ta có: $\hat{A}=\hat{B};\hat{C}=\hat{D};\hat{A}+\hat{B}=\frac{1}{2}(\hat{C}+\hat{D})\Leftrightarrow 2\hat{A}=\hat{D}(1)$

Mà $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D}=360^0\Leftrightarrow 2\hat{A}=2\hat{D}=360^0(2)\Rightarrow \hat{A}=\hat{B}=60^0;\hat{C}=\hat{D}=120^0$

b) $\hat{C}_1=120^0-90^0=30^0\Rightarrow \hat{A}_1=\hat{A}_2=30^0$

Tia AC nằm giữa AB và AD và $\hat{A}_1=\hat{A}_2=30^0\Rightarrow dpcm$

c). Kẻ CM // AD $\Rightarrow CM=AD=CB\Rightarrow \begin{cases}\Delta MBC:\text{cân}\\ \hat{B}=60^0\end{cases}\Rightarrow \Delta MBC$ đều

ΔADC cân tại D $\Rightarrow AD=DC=6cm=CB=MB=6cm$

$AD//CM\Rightarrow CD=AM=6cm$

Chu vi hình thang ABCD là: 6 + 6 + 6 + 12 = 30 (cm)

Bài 9: Cho hình thang ABCD (AD // BC, AD > BC) có đường chéo AC vuông góc với cạnh bên CD, $\mathrm{BAC}=\mathrm{CAD}$ và $\mathrm{D}=60^0$.

a) Chứng minh ABCD là hình thang cân.

b) Tính độ dài cạnh đáy AD, biết chu vi hình thang bằng 20 cm.

HD:

a)Vì $\mathrm{D}=60^0$ nên $\mathrm{CAD}=30^0$ hay $\mathrm{A}=60^0$.

Vậy ABCD là hình thang cân.

b) Vì $CAD = 30^0$ nên AD=2DC,

Ta có: $ACB = CAB = CAD$ nên ΔACB cân tại B

Suy ra AB = BC = CD,

Chu vi ABCD =5CD = 20 nên CD = 4cm, $AD = 8(cm)$.

Bài 10:Cho hình thang cân ABCD (AB // CD, AB > CD) có CD = a , $A + B = \frac{1}{2}(C + D)$. Đường chéo AC vuông góc với cạnh bên BC.

a) Tính các góc của hình thang.

b) Chứng minh AC là phân giác của góc DAB.

c) Tính diện tích của hình thang.

HD:

a)Ta có: $A + B + C + D = 360^0$ mà $C + D = 2(A + B)$

Nên $A + B = 120^0$.

Vì ABCD là hình thang cân nên $A = B = 60^0$; $C + D = 120^0$

b) $CAB = DAC = 30^0$ nên AC là phân giác DAB.

c) ΔCAB vuông tại C mà $CAB = 30^0$;

CB= a nên AB=2a (cạnh đối diện góc 30^0 bằng nửa cạnh huyền) .

Suy ra AC= $a\sqrt{3}$ (Pytago cho tam giác ABC)

Từ C kẻ CH vuông góc AB suy ra: CH.AB=AC.CB => CH= $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + DC).CH}{2} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Bài 11: Cho hình thang cân ABCD (AB // CD) có $BDC = 45^0$. Gọi O là giao điểm của AC và BD.

a) Chứng minh tam giác DOC vuông cân.

b) Tính diện tích của hình thang ABCD, biết BD = 6 (cm).

HD:

a) $BDC = ACD = 45^0$

b) $S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{DAC} = \dfrac{DO.AC}{2} + \dfrac{OB.AC}{2} = \dfrac{AC.BD}{2} = \dfrac{6.6}{2} = 18\,cm^2$

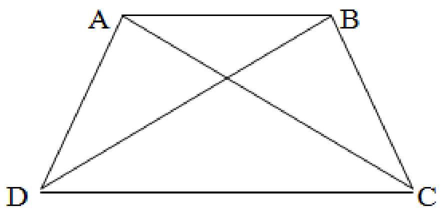
Dạng 3: Chứng minh các cạnh bằng nhau, các góc bằng nhau trong hình thang cân

Phương pháp giải:

Dựa vào các tam giác bằng nhau suy ra các cạnh tương ứng và các góc tương ứng bằng nhau

Dựa vào các góc so le trong bằng nhau, các góc đồng vị bằng nhau

Bài 1: Hình thang cân ABCD có AB // CD. O là gia điểm của hai đường chéo. CMR: OA = OB, OC = OD



HD:

Vì ABCD là hình thang cân nên

AD = BC, $ADC = BCD$

$\Delta ADC = \Delta BCD$ (c.g.c)

$\Rightarrow \quad C_1 = D_1 \Rightarrow \Delta OCD$ cân $\Rightarrow$ OC = OD

Ta lại có: AC = BD nên OA = OB

Bài 2: Cho hình thang cân ABCD (AB // CD).

a) Chứng minh: $ACD = BDC$.

b) Gọi E là giao điểm của AC và BD. Chứng minh: $EA = EB$.

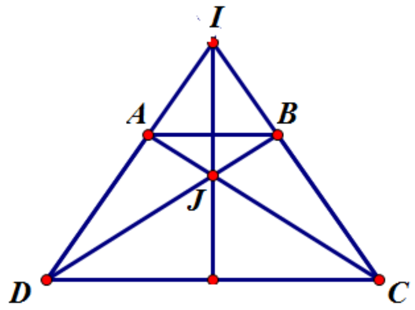
HD:

a) ΔACD=ΔBDC (c.c.c) nên $ACD = BDC$.

b) $ABE = BDC$; $BAE = ACD$ nên $ABE = BAE$

Suy ra ΔAEB cân tại E nên EA=EB.

Bài 3: Cho hình thang cân ABCD (AB//CD). AD cắt BC tại I, AC cắt BD tại J. Chứng minh rằng IJ là trung trực của AB và là trung trực của CD.



HD:

ABCD là hình thang cân nên $C = D$

Suy ra tam giác ICD cân tại I

$\Rightarrow$ I nằm trên đường trung trực của CD. (1)

Ta lại có $IAB = D = C = IBA$ nên tam giác IAB cân tại I.

$\Rightarrow$I nằm trên đường trung trực của AB. (2)

Xét tam giác ACD và tam giác BDC có:

AD = BC (vì ABCD là hình thang cân)

CD: cạnh chung

AC = BD (2 đường chéo của hình thang cân)

Do đó $\Delta ACD = \Delta BDC$, suy ra $ACD = BDC$

$\Rightarrow$tam giác JCD cân tại J $\Rightarrow$ J nằm trên đường trung trực của CD (3)

Tương tự ta có tam giác JAB cân tại J $\Rightarrow$ J nằm trên đường trung trực của AB (4)

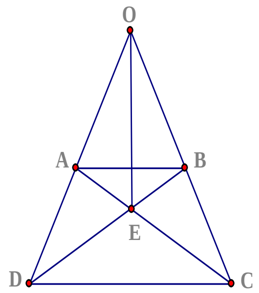
Từ (1), (2), (3), (4) suy ra IJ là đường trung trực của AB và CD.

Bài 4: Cho hình thang cân ABCD (AB // CD, AB < CD). Gọi O là giao điểm của AD và BC, gọi E là giao điểm của AC và BD. Chứng minh a). Tam giác AOB cân tại O

b). $\Delta ABD = \Delta BAC$

c). $EC = ED$

d). OE là đường trung trực chung của AB và CD



HD:

a). Ta có $O\hat{A}B = O\hat{B}A \Rightarrow \Delta OAB$ cân tại O

c). $A\hat{D}B = B\hat{C}A \Rightarrow E\hat{D}C = E\hat{C}D \Rightarrow \Delta ECD$ cân tại E

d). Ta có OA = OB, EA = EB $\Rightarrow$ OE là đường trung trực chung của AB

Tương tự ta có : OE là đường trung trực chung của CD.

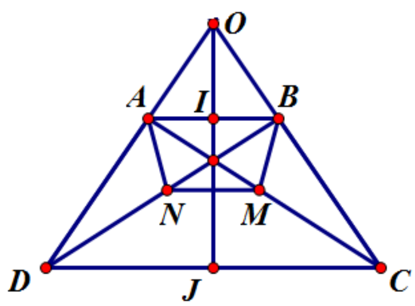
Bài 5:. Cho hình thang cân ABCD (AB//CD, AB < CD). AD cắt BC tại O.

a) Chứng minh rằng ΔOAB cân

b) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Chứng minh rằng ba điểm I, J, O thẳng hàng

c) Qua điểm M thuộc cạnh AC, vẽ đường thẳng song song với CD, cắt BD tại N. Chứng minh rằng MNAB, MNDC là các hình thang cân.

HD:



a) Vì ABCD là hình thang cân nên $C = D$ suy ra OCD là tam giác cân.

Ta có $OAB = D = C = OBA$ (hai góc đồng vị)

$\Rightarrow$ Tam giác OAB cân tại O.

b) OI là trung tuyến của tam giác cân OAB

nên OI cũng là đường cao tam giác OAB

$\Rightarrow OI \perp AB$

Mà AB // CD nên $OI \perp CD$

Tam giác OCD cân tại O có $OI \perp CD$ nên OI cắt CD tại trung điểm J của CD.

Vậy ba điểm O, I, J thẳng hàng.

c) Xét ΔACD và ΔBDC có:

AC = BD (2 đường chéo của hình thang cân)

AD = BC (2 cạnh bên của hình thang cân)

CD = DC

Do đó $\Delta ACD = \Delta BDC$ (c-c-c)

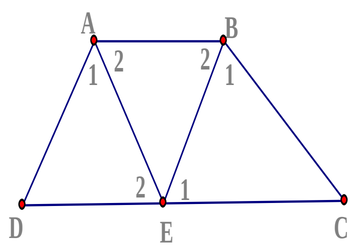
Suy ra $ACD = BDC$ hay $MCD = NDC$

Hình thang MNDC có $MCD = NDC$ nên MNDC là hình thang cân.

$\Rightarrow MC = ND \Rightarrow AC - MC = BD - ND \Rightarrow AM = BN$

Hình thang MNAB có hai đường chéo AM và BN bằng nhau nên MNAB là hình thang cân.

Bài 6: Cho hình thang ABCD (AB // CD), trong đó CD = BC + AD. Hai đường phân giác của hai góc A và B cắt nhau tại K. Chứng minh rằng C, D, K thẳng hàng



HD:

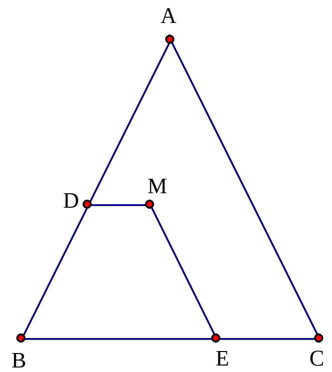
Trên CD lấy điểm E sao cho CE = CB $\Rightarrow AD = ED \Rightarrow \Delta CBE$ cân tại C

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{E}_1 = \hat{B}_1 \\ \hat{E}_1 = \hat{B}_2 (soletrong) \end{cases} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{E}_1$$

Chứng minh tương tự : $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{E}_2 \Rightarrow EA, EB$ là phân giác của góc A và góc B

$\Rightarrow$ giao điểm của hai đường phân giác $\hat{A}, \hat{B}$ cắt nhau tại E $\in BC \Rightarrow E \equiv K \Rightarrow D, E, C$ Thẳng hàng.

Bài 7: Cho tam giác ABC cân tại A và điểm M tùy ý nằm trong tam giác. Kẻ tia Mx song song với BC cắt AB tại D, tia My song song với AC cắt BC ở E. Chứng minh rằng: $D\hat{M}E = 90^0 + \frac{\hat{A}}{2}$



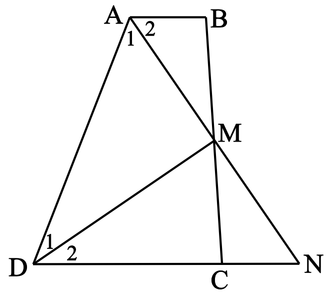
HD:

Do $MD//BC \Rightarrow D\hat{M}E + M\hat{E}B = 180^0 \Rightarrow D\hat{M}E = 180^0 - M\hat{E}B$

$$= 180^0 - A\hat{C}B = 90^0 + \frac{\hat{A}}{2}$$

Bài 8: Cho hình thang ABCD (AB // CD), các tia phân giác của góc A, góc D cắt nhau tại M thuộc cạnh BC. Cho biết AD = 7cm, chứng minh rằng một trong hai đáy của hình thang có độ dài nhỏ hơn 4cm.

HD:



Tìm cách giải

Để chứng minh một cạnh đáy nào đó nhỏ hơn 4cm ta có thể xét tổng của hai cạnh đáy rồi chứng minh tổng này nhỏ hơn 8cm. Khi đó tồn tại một đáy có độ dài nhỏ hơn 4cm.

Trình bày lời giải

Gọi N là giao điểm của tia AM và tia DC.

Ta có AB // CD nên $A_2 = N$ (so le trong).

Mặt khác, $A_1 = A_2$ nên $A_1 = N \Rightarrow \Delta DAN$ cân tại D

$\Rightarrow$ DA = DN. (1)

Xét ΔDAN có $D_1 = D_2$ nên DM đồng thời là đường trung tuyến: MA = MN.

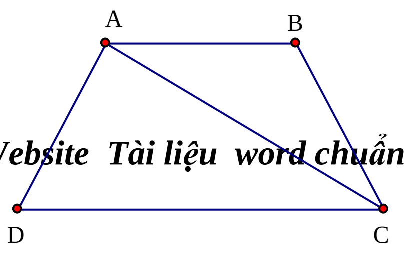
$\Delta ABM = \Delta NCM$ (g.c.g) $\Rightarrow$ AB = CN.

Ta có DC + AB = DC + CN = DN = DA = 7cm. Vậy AB + CD < 8cm.

Vậy một trong hai đáy AB, CD phải có độ dài nhỏ hơn 4cm.

BÀI TẬP VỀ NHÀ

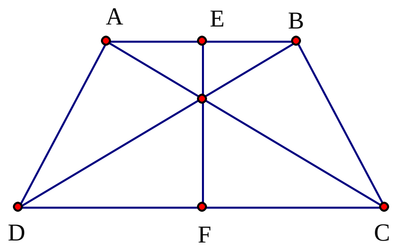
Bài 1: Hình thang cân ABCD có đáy nhỏ AB bằng cạnh bên BC. Chứng minh CA là tia phân giác của $\widehat{BCD}$



HD:

Chứng minh được: $A\hat{C}B = C\hat{A}B = D\hat{C}A \Rightarrow CA$ là phân giác $B\hat{C}D$

Bài 2: Cho hình thang cân ABCD (AB // CD) có E và F lần lượt là trung điểm hai đáy AB và CD. Chứng minh $EF \perp AB$



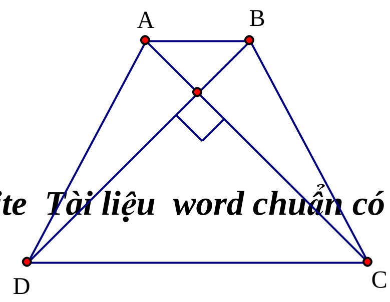
HD:

Gọi O là giao điểm của AC và BD

- Chứng minh $OE \perp AB$

- Tương tự, có $OF \perp CD \Rightarrow OF \perp AB \Rightarrow EF \perp AB$

Bài 3: Cho hình thang cân ABCD (AB // CD) có hai đường chéo vuông góc với nhau. Chứng minh chiều cao của hình thang cân bằng nửa tổng hai cạnh đáy



HD:

Xét hình thang ABCD có các đường cao AH và BK. Từ A kẻ đường thẳng song song với BD cắt CD ở E $\Rightarrow AB = ED$

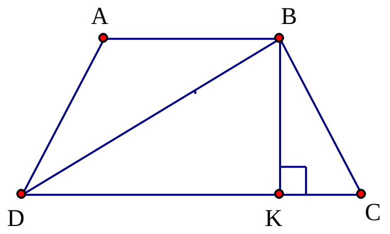
Chứng minh $A\hat{C}H = 45^0$.

Do tam giác EAC vuông cân ở A nên: $AH = CH = EH = \frac{AB + CD}{2}$

Bài 4:Cho hình thang cân ABCD (AB // CD) có đường chéo BD vuông góc với cạnh bên BC và đồng thời DB là tia phân giác của $A\hat{D}C$

a. Tính các góc của hình thang cân ABCD

b. Biết BC = 6cm, tính chu vi và diện tích của hình thang cân ABCD



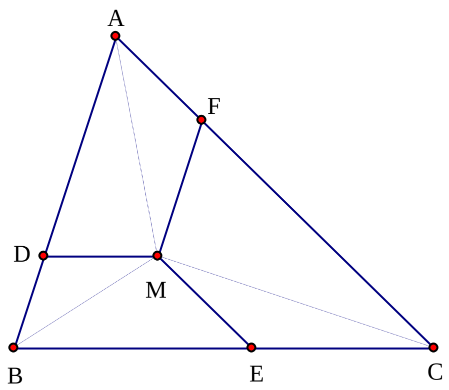
HD:

a. $\Delta DBC(\hat{B} = 90^0)$ có $B\hat{C}D = 2B\hat{D}C \Rightarrow A\hat{D}C = B\hat{C}D = 60^0; D\hat{A}B = C\hat{B}A = 120^0$

b. Tính được DC = 2.BC $P_{ABCD} = 30cm$

Hạ đường cao BK, ta có $BK = 3\sqrt{3}cm \Rightarrow S_{ABCD} = 27\sqrt{3}(cm^2)$

Bài 5: Cho tam giác đều ABC. Từ 1 điểm M nằm bên trong tam giác ta vẽ các tia gốc M song song với BC cắt AB ở D, song song với AC cắt BC tại E, song song với AB cắt AC tại F. Chứng minh rằng chu vi tam giác DEF bằng tổng các khoảng cách từ M đến ba đỉnh của tam giác.



HD:

Chu vi tam giác ABC là : DE + DF + EF

Khoảng cách từ M đến 3 đỉnh là : MA + MB + MC

Ta cần chứng minh : DE + DF + EF = MA + MB + MC

+) Ta có hình thang BDME là hình thang cân ($MD // BE, \hat{B} = \hat{E} = \hat{C} = 60^0$) $\Rightarrow DE = MB$

Chứng minh tương tự ta có : DF= MA, EF = MC

$\Rightarrow$DE + DF + EF = MA + MB + MC (đpcm)