

BÀI 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I. Lí Thuyết

1. Khái niệm phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là phương trình có dạng: $ax + by = c$

Trong đó a, b, c là các số cho trước, $a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$.

Nếu các số thực $x_0; y_0$ thỏa mãn $ax_0 + by_0 = c$ thì cặp số $(x_0; y_0)$ được gọi là nghiệm của phương trình $ax + by = c$.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, mỗi nghiệm $(x_0; y_0)$ của phương trình $ax + by = c$ được biểu diễn bởi điểm có tọa độ $(x_0; y_0)$.

2. Tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$ luôn có vô số nghiệm..

Tập nghiệm của phương trình được biểu diễn bởi đường thẳng $d : ax + by = c$.

Nếu $a \neq 0$ và $b = 0$ thì phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = \frac{c}{a} \\ y \in R \end{cases}$ và đường thẳng d song song

hoặc trùng với trục tung.

Nếu $a = 0$ và $b \neq 0$ thì phương trình có nghiệm $\begin{cases} x \in R \\ y = \frac{c}{b} \end{cases}$ và đường thẳng d song song

hoặc trùng với trục hoành.

Nếu $a \neq 0$ và $b \neq 0$ thì phương trình có nghiệm $\begin{cases} x \in R \\ y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} y \in R \\ x = \frac{-b}{a}y + \frac{c}{a} \end{cases}$ khi

đó đường thẳng d cắt cả hai trục tọa độ.

Đường thẳng d là đồ thị hàm số $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$.

II. Các dạng bài tập

Dạng 1. Xét xem một cặp số cho trước có là nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn hay không

Phương pháp giải: Nếu cặp số thức $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $ax_0 + by_0 = c$ thì nó được gọi là nghiệm của phương trình $ax + by = c$.

Bài 1: Trong các cặp số (12; 1), (1; 1), (2; -3), (1; -2), cặp số nào là nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $2x - 5y = 19$.

Hướng Dẫn:

Xét cặp số (12; 1)

Thay $x = 12, y = 1$ vào $2x - 5y = 19$ ta có $2.12 - 5.1 = 19$ (luôn đúng). Vậy (12; 1) là nghiệm của phương trình $2x - 5y = 19$.

Xét cặp số (1 ; 1):

Thay mặt $x = 1, y = 1$ vào $2x - 5y = 19$ ta có: $2.1 - 5.1 = 19$ (vô lí)

Vậy (1; 1) không là nghiệm của phương trình $2x - 5y = 19$.

Tương tự như trên, ta có cặp số (2; -3) là nghiệm, (1; -2) không là nghiệm của phương trình.

Bài 2: Cặp số (-2; 3) là nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau:

- a) $x - y = 1$; b) $2x + 3y = 5$; c) $2x + y = -4$;
d) $2x - y = -7$; e) $x - 3y = -10$; g) $2x - y = 2$.

Hướng Dẫn:

Ta có (-2; 3) là nghiệm của các phương trình b) và d).

Bài 3: Trong các cặp số (0;2), (-1; -8), (1; 1), (3; -2), (1; -6), cặp số nào là nghiệm của phương trình $3x - 2y = 13$?

Hướng Dẫn: (-1; -8), (3; -2)

Bài 4: Tìm các giá trị của tham số m để cặp số (2; -1) là nghiệm của phương trình $x - 5y = 3m - 1$.

Hướng Dẫn:

Đề cặp số (2; -1) là nghiệm của phương trình $mx - 5y = 3m - 1$

Ta phải có: $2m - 5.(-1) = 3m - 1 \Leftrightarrow m = 6$.

Vậy với $m = 6$ thì (2; -1) là nghiệm của phương trình đã cho.

Bài 5: Tìm các giá trị của tham số m để phương trình bậc nhất hai ẩn $\sqrt{m+1}x - 2y = m+1$ có một nghiệm là (1; -1).

Hướng Dẫn:

Vì (1; -1) là nghiệm của phương trình nên

$$\sqrt{m+1} = m-1 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \geq 0 \\ m+1 = (m-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$$

Bài 6: Viết phương trình bậc nhất hai ẩn có hai nghiệm là (2;0) và (-1;-2).

Hướng Dẫn:

Gọi phương trình cần tìm có dạng: $ax + by = c$

Thay các nghiệm (2; 0) và (-1; -2) vào $ax + by = c$ ta được:

$$\begin{cases} 2a + 0b = c \\ -a - 2b = c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{c}{2} \\ b = \frac{-3}{4}c \end{cases}$$

Chọn $c = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow 2x - 3y = 4.$

Chú ý: Nếu chọn $c = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow$ Loại.

Nếu $c \neq 0$, ta có thể chọn c tùy ý. Tuy nhiên, nên cân nhắc chọn c hợp lý để tìm được a, b là những số "đẹp".

Bài 7: Cho biết (0;-2) và (2;-5) là hai nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn. Hãy tìm phương trình bậc nhất hai ẩn đó.

Hướng Dẫn: $-3x - 2y = 4.$

Bài 8: Tìm p/trình đường thẳng d biết rằng d đi qua hai điểm phân biệt $M(2; 1)$ và $N(5; -1).$

Hướng Dẫn: $2x + 3y = 7.$

Dạng 2. Viết công thức nghiệm tổng quát của phương trình bậc nhất hai ẩn và biểu diễn tập nghiệm trên mặt phẳng tọa độ

Phương pháp giải: Xét phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c.$

Để viết công thức nghiệm tổng quát của phương trình, trước tiên, ta biểu diễn x theo y (hoặc y theo x) rồi đưa ra kết luận về công thức nghiệm tổng quát.

Để biểu diễn tập nghiệm của phương trình trên mặt phẳng tọa độ, ta vẽ đường thẳng d có phương trình $ax + by = c.$

Bài 1: Viết công thức nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của các phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:

a) $2x - 3y = 5;$

b) $4x + 0y = 12;$

c) $0x - 3y = 6.$

Hướng Dẫn:

$$\text{a) } \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x = 3 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -2 \end{cases}$$

Chú ý: Học sinh tự biểu diễn các tập nghiệm của các phương trình bằng cách lần lượt vẽ các đường thẳng có phương trình $y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$, $x = 3$ và $y = -2$ trên mặt phẳng tọa độ.

Bài 2: Viết công thức nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của các phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:

$$\text{a) } 2x - y = 3;$$

$$\text{b) } 5x + 0y = 20;$$

$$\text{c) } 0x - 8y = 16.$$

Hướng Dẫn:

$$\text{a) } \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2x - 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x = 4 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -2 \end{cases}$$

Bài 3: Viết công thức nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của các phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:

$$\text{a) } x - 3y = 6;$$

$$\text{b) } 3y - 2x = 3;$$

$$\text{c) } 7x + 0y = 14;$$

$$\text{d) } 0x - 4y = 8;$$

$$\text{e) } 2x - y = 5;$$

$$\text{g) } 3y + x = 0.$$

Hướng Dẫn:

$$\text{a) } \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{x}{3} - 2 \end{cases};$$

$$\text{b) } \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{2}{3}x + 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x = 2 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -2 \end{cases};$$

$$\text{e) } \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2x - 5 \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -\frac{1}{3}x \end{cases}$$

Dạng 3. Tìm điều kiện của tham số để đường thẳng $ax + by = c$ thỏa mãn điều kiện cho trước

Phương pháp giải: Ta có thể sử dụng một số lưu ý sau đây khi giải dạng toán này:

Nếu $a \neq 0$ và $b = 0$ thì phương trình đường thẳng $d : ax + by = c$ có dạng $d : x = \frac{c}{a}$. Khi đó d song song hoặc trùng với Oy .

Nếu $a = 0$ và $b \neq 0$ thì phương trình đường thẳng $d : ax + by = c$ có dạng $d : y = \frac{c}{b}$. Khi đó d song song hoặc trùng với Ox .

Đường thẳng $d : ax + by = c$ đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ khi và chỉ khi $ax_0 + by_0 = c$.

Bài 1: . Cho đường thẳng d có phương trình $(m - 2)x + (3m - 1)y = 6m - 2$. Tìm các giá trị của tham số m để:

- a) d song song với trục hoành;
- b) d song song với trục tung;
- c) d đi qua gốc tọa độ;
- d) d đi qua điểm $A(1; -1)$.

Hướng Dẫn:

$$\text{a) song song với } Ox \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 = 0 \\ 3m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m = 2 \\ 6m - 2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } d \text{ song song với } Oy \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 \neq 0 \\ 3m - 1 = 0 \Leftrightarrow m \in \emptyset \\ 6m - 2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } d \text{ đi qua } O(0;0) \Leftrightarrow O \in (d) \Leftrightarrow 6m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}.$$

$$\text{d) } d \text{ đi qua } A(1; -1) \Leftrightarrow (m - 2) - (3m - 1) = 6m - 2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{8}$$

Bài 2: Cho đường thẳng d có phương trình: $(2m - 1)x + 3(m - 1)y = 4m - 2$. Tìm các giá trị của tham số m để:

- a) d song song với trục hoành;
- b) d song song với trục tung;
- c) d đi qua gốc tọa độ;
- d) d đi qua điểm $A(2; 1)$.

Hướng Dẫn:

$$\text{a) } m \in \emptyset; \quad \text{b) } m = 1; \quad \text{c) } m = \frac{1}{2}; \quad \text{d) } m = 1$$

Bài 3: Cho đường thẳng d có phương trình: $(2m - 3)x + (3m - 1)y = m + 2$. Tìm các giá trị của tham số m để:

- a) $d // Ox$;
- b) $d // Oy$;
- c) d đi qua $O(0;0)$;
- d) d đi qua điểm $A(-3; -2)$.

Hướng Dẫn:

a) $m = \frac{3}{2}$

b) $m = \frac{1}{3}$;

c) $m = -2$;

d) $m = \frac{9}{13}$

Dạng 4. Tìm các nghiệm nguyên của phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương trình giải: Để tìm các nghiệm nguyên của phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$, ta làm như sau:

Bước 1. Tìm một nghiệm nguyên $(x_0; y_0)$ của phương trình.

Bước 2. Đưa phương trình về dạng $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$ từ đó dễ dàng tìm được các nghiệm nguyên của phương trình đã cho.

Bài 1: Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình $3x - 2y = 5$.

Hướng Dẫn:

Cách 1. Vì $(1; -1)$ là nghiệm của $3x - 2y = 5$ nên ta có:

$$3(x-1) = 2(y+1) \Leftrightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = t \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{Z})$$

Cách 2. Ta có $3x - 2y = 5 \Rightarrow y = \frac{3x-5}{2} = x + \frac{x-5}{2}$

Đặt $\frac{x-5}{2} = t \Rightarrow \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 5 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{Z})$

Chú ý: Hai kết quả trong cách 1 và cách 2 hình thức viết khác nhau nhưng nếu biểu diễn tập hợp nghiệm trên mặt phẳng tọa độ thì lại trùng nhau. Vì vậy, cả hai đều đúng.

Bài 2: a) $5x - 11y = 4$;

b) $7x + 5y = 143$.

Hướng Dẫn:

a) $\begin{cases} x = 3 + 11t \\ y = 1 + 5t \end{cases} (t \in \mathbb{Z})$ b) $\begin{cases} x = 4 + 5t \\ y = 23 - 7t \end{cases} (t \in \mathbb{Z})$

Bài 3: Cho phương trình $11x + 18y = 120$.

a) Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình.

b) Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình.

Hướng Dẫn:

a) $\begin{cases} x = 6 + 18t \\ y = 3 - 11t \end{cases} (t \in \mathbb{Z})$

b) Vì x, y nguyên dương nên ta có:

$$-\frac{6}{18} = -\frac{1}{3} < t < \frac{3}{11} \Rightarrow t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$$

Bài 4: Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình:

a) $2x - 3y = 7;$

b) $2x + 5y = 15.$

Hướng Dẫn:

a) $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{Z});$

b) $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{Z})$

Bài 5: Cho phương trình: $5x + 7y = 112.$

a) Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình;

b) Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình.

Hướng Dẫn:

a) $\begin{cases} x = 14 + 7t \\ y = 6 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{Z})$

b) $(x; y) \in \{(7; 11), (14; 6), (21; 1)\}$

Bài 6: Cho phương trình $11x + 8y = 73.$

a) Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình.

b) Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình.