BÀI 1: NHẮC LẠI VÀ BỔ SUNG CÁC KHÁI NIỆM VỀ HÀM SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khái niệm hàm số

a. Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của x và x gọi là biến sô

b. Hàm số có thể cho bằng bảng hoặc công thức

c. Khi y là hàm số của x, ta có thể viết: y = f(x) ; y = g(x) ; ....

d. Khi x thay đổi mà y luôn nhận một giá trị không đổi thì y được gọi là hàm hằng.

2. Giá trị của hàm số, điều kiện xác định của hàm số

Giá trị của hàm số f(x) tại điểm x_0 kí hiệu là: $y_0 = f(x_0)$

Điều kiện xác định của hàm số y = f(x) là tất cả các giá trị của x sao cho biểu thức f(x) có nghĩa

3. Đồ thị của hàm số

Đồ thị của hàm số y = f(x) là tập hợp tất cả các điểm M(x;y) trong mặt phẳng tọa độ Oxy sao cho x,y thỏa mãn hệ thức: y = f(x).

Điểm M $(x_0;y_0)$ thuộc đồ thị hàm số y = f(x) $\Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$

4. Hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến

Cho hàm số: y = f(x) xác định với $\forall x \in R$

Nếu giá trị của x tăng lên mà giá trị y = f(x) tương ứng cũng tăng lên thì hàm số y = f(x) được gọi là đồng biến trên R.

Nếu giá trị của biến x tăng lên mà giá trị của y = f(x) tương ứng giảm đi thì hàm số gọi là nghịch biến trên R

Nói cách khác: Với x_1 , x_2 bất kỳ thuộc R

Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) < f(x_2)$ thì y = f(x) đồng biến trên R

Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) > f(x_2)$ thì y = f(x) nghịch biến trên R

Chú ý: Trong quá trình giải toán ta có thể sử dụng kiến thức sau đây để xét tính đồng biến hoặc nghịch biến của hàm số trên R.

Cho x_1, x_2 thuộc R và $x_1 \neq x_2$. Đặt $T = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

+) Nếu T > 0 thì hàm số đã cho đồng biến trên R

+) Nếu T < 0 thì hàm số đã cho nghịch biến trên R.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Tính giá trị của hàm số tại một điểm

Phương pháp giải: Để tính giá trị của hàm số y = f(x) tại điểm x_0,

Ta thay $x = x_0$ vào y = f(x) được: $y_0 = f(x_0)$

Bài 1:Tính giá trị của hàm số

a) $y = f(x) = x^2 + x - 2$ tại $x_0 = \frac{1}{2}$

b) $y = f(x) = \frac{2\sqrt{3}}{x^2+1}$ tại $x_0 = \sqrt{3}$

c) y = f(x) = $\frac{x}{2} - \sqrt{x^2-1} + 2$ tại $x_0 = \sqrt{5}$ và tại $x_0 = \frac{1}{4}$

HD:

a) Thay $x = x_0 = \frac{1}{2}$ vào $y = f(x) = x^2 + x - 2$ ta được: $y_0 = f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right) - 2 = -\frac{5}{4}$

b) Tương tự thay $x_0 = \sqrt{3}$ vào $y = f(x)$ ta tính được $y_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) tại $x_0 = \sqrt{5} \Rightarrow y = f(x) = \frac{\sqrt{5}}{2}$ Tại $x_0 = \frac{1}{4}$: Không tồn tại

Bài 2: Cho hàm số y = $f(x)$ = 2x + 3

a)Tính giá trị của hàm số khi x = -2; - 0,5; 0; 3; $\frac{\sqrt{3}}{2}$

b)Tìm giá trị của x để hàm số có giá trị bằng 10; -7

HD:

a) Ta có: Khi x = -2 $\Rightarrow f(-2)$ = 2.(-2) + 3= - 4 + 3 = - 1

x = $-\frac{1}{2} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2.\left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = -1 + 3 = 2$

x = 0 $\Rightarrow f(0) = 2.0 + 3 = 3$

x = 3 $\Rightarrow f(3) = 2.3 + 3 = 6 + 3 = 9$

x = $\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2.\frac{\sqrt{3}}{2} + 3 = \sqrt{3} + 3$

b) Để hàm số y = $f(x)$ = 2x + 3 có giá trị bằng 10 $\Rightarrow$ 2x + 3=10

$\Rightarrow$ 2x = 10 - 3 $\Rightarrow$ 2x = 7 $\Rightarrow$ x = $\frac{7}{2}$

Vậy khi x = $\frac{7}{2}$ thì hàm số có giá trị bằng 10.

+) Để hàm số y = $f\left(x\right)$= 2x + 3 có giá trị bằng -7 $\Rightarrow$2x + 3 = -7

$\Rightarrow$ 2x = -7 - 3 $\Rightarrow$ 2x = - 10 $\Rightarrow$ x = -5

Vậy khi x = -5 thì hàm số có giá trị bằng -7.

Bài 3:Cho hàm số $y=f(x)=3\sqrt{x+1}+mx^2-2x+3$ (m là tham số). Tìm m để f(3) = f(-1)

HD:

Ta có: f(3) = 9m + 3 và f(-1) = m + 5

$\Rightarrow f(3)=f(-1)\Leftrightarrow 9m+3=m+5\Leftrightarrow m=\frac{1}{4}$

Bài 4: Tìm m để hàm số: $y=f(x)=(\sqrt{m^2+4}-m)x^2-2mx+5$ thỏa mãn điều kiện f(0) = f(1)

HD:

Ta có: f(0) = 5 và

$$f(1)=\sqrt{m^2+4}-3m+5\Rightarrow f(0)=f(1)\Leftrightarrow\sqrt{m^2+4}=3m\Leftrightarrow\begin{cases}3m\geq 0\\ m^2+4=(3m)^2\end{cases}\Leftrightarrow m=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Bài 5: Cho hàm số $y=f(x)=\sqrt{x^2-6x+9}$

a. Tính f(-1) ; f(5)

b. Tìm x để f(x) = 10

c. Rút gọn $A=\frac{f(x)}{x^2-9}(x\neq\pm 3)$

HD:

a. Ta có: $y=f(x)=\sqrt{x^2-6x+9}=|x-3|\Rightarrow f(-1)=4; f(5)=2$

b. $f(x)=10\Leftrightarrow|x-3|=10\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-3=10\\ x-3=-10\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=13\\ x=-7\end{array}\right.$

c. $A=\frac{f(x)}{x^2-9}=\frac{|x-3|}{(x-3)(x+3)}$

+) Nếu x < 3 thì x – 3 < 0 $\Rightarrow|x-3|=3-x\Rightarrow A=\frac{-1}{x+3}$

+) Nếu x > 3 $A=\frac{1}{x+3}$

Bài 6:Cho hai hàm số $f\left(x\right)=5x-3$ và $g\left(x\right)=\frac{-1}{2}x+1$

a. Tìm a sao cho: f(a) = g(a)

b. Tìm b sao cho: $f\left(b-2\right)=g\left(2b+4\right)$

HD:

a. f(a) = g(a) $\Leftrightarrow 5a-3=\frac{-1}{2}a+1 \Leftrightarrow a=\frac{8}{11}$

b. Ta tìm được b = 2

Bài 7: Cho hai hàm số f9x) = 5x – 3 và g(x) = -4x + 1 . Tính

a. f(-2) - $g(\frac{1}{2})$ b. $2.f^2(-3)-3.g^3(-2)$

HD:

a. f(-2) - $g(\frac{1}{2})$ = -12 b. -1539

Bài 8:Cho hàm số $y=f(x)=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

a. Tìm tập xác định của hàm số b. Tính $f(4-2\sqrt{3})$

c. Tìm x nguyên để f(x) nhận giá trị nguyên

HD:

a. Hàm số xác định khi: $\begin{cases} x\ge 0 \\ \sqrt{x}-1\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x\ne 1 \end{cases}$

b. $f(4-2\sqrt{3})=\frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+1}{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}-1}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2}$

c. $y=f(x)=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=1+\frac{2}{\sqrt{x}-1}\in Z \Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)\in U(2)$

$\Rightarrow \sqrt{x}-1\in\{\pm 1;\pm 2\}\Rightarrow x\in\{0;4;9\}$

Bài 9: (Khó) Cho hàm số y = f(x) với f(x) là một biểu thức đại số xác định với mọi số thực x khác không. Biết rằng: f(x) + 3f$\left(\frac{1}{x}\right)$= x^2 ∀ x ≠ 0. Tính giá trị của f(2).

HD:

Xét đẳng thức: f(x) + 3f$\left(\frac{1}{x}\right)$ = x^2 ∀x ≠ 0 (1)

Thay x = 2 vào (1) ta có: f(2) + 3. f$\left(\frac{1}{2}\right)$ = 4.

Thay x = $\frac{1}{2}$ vào (1) ta có: f$\left(\frac{1}{2}\right)$ + 3.f(2) = $\frac{1}{4}$

Đặt f(2) = a, f$\left(\frac{1}{2}\right)$= b ta có. $\begin{cases} a+3b=4 \\ 3a+b=\frac{1}{4} \end{cases}$. Giải hệ, ta được a = - $\frac{13}{32}$

Vậy f(2) = - $\frac{13}{32}$.

Dạng 2: Tìm điều kiện xác định của hàm số

Phương pháp giải: Chú ý rằng

+) Hàm số dạng căn thức: $y=\sqrt{A(x)}$ xác định (Hay có nghĩa) $\Leftrightarrow A(x)\ge 0$

+) Hàm số dạng phân thức: $y=\dfrac{A(x)}{B(x)}$ xác định (Hay có nghĩa) $B(x)\ne 0$

Bài 1: Tìm điều kiện của x để hàm số sau xác định

a. $y=\dfrac{2}{x+1}+3$

b. $y=\dfrac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{1-x}}$

c. $y=\dfrac{5x+3}{x^2+1}$

d. $y=\dfrac{x-4\sqrt{x}}{x-1}$

HD:

a) Hàm số xác định $\Leftrightarrow x+1\ne 0\Leftrightarrow x\ne -1$

b) Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ 1-x>0 \end{cases}\Leftrightarrow 0\le x<1$

c) Hàm số xác định $\forall x$

d) Hàm số xác định $\Leftrightarrow 0\le x\ne 1$

Bài 2: Tìm điều kiện của x để hàm số sau xác định

a. $y=\dfrac{x}{x^2-2x}$

b. $y=\sqrt{x+3}+\sqrt{6-x}$

c. $y=\sqrt{2x-1}-3\dfrac{x}{x-1}+5$

d. $y=x-3\sqrt{x+7}+\dfrac{4}{x}$

e. $y=\dfrac{2+\sqrt{2-x}}{\sqrt{3x+4}}$

HD:

a. Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2-2x\ne 0\Leftrightarrow \begin{cases} x\ne 0 \\ x\ne 2 \end{cases}$

b. Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 3+x\ge 0 \\ 6-x\ge 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -3 \\ x\le 6 \end{cases}\Leftrightarrow -3\le x\le 6$

c. Hàm số xác định $\begin{cases} 2x-1\ge 0 \\ x-1\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\le x\ne 1$

d. Hàm số xác định $\Leftrightarrow -7\le x\ne 0$

e. Hàm số xác định $\Leftrightarrow \frac{-4}{3}< x\le 2$

Bài 3: Tìm tập xác định của các hàm số sau

a. $y=\sqrt{x+1}+\sqrt{x^2-3x+2}$ b. $y=\frac{\sqrt{x}-1}{|x|-4}$ c. $y=\sqrt{x+3+2\sqrt{x-2}}+\sqrt{2-x^2+2\sqrt{1-x^2}}$

HD:

a. Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1\ge 0 \\ x^2-3x+2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ (x-1)(x-2)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x-1\ge 0 \\ x-2\le 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x-1\le 0 \\ x-2\le 0 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\ge 1 \\ x\ge 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x\le 1 \\ x\le 2 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ \left[\begin{array}{l} x\ge 2 \\ x\le 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge 2 \\ -1\le x\le 1 \end{array}\right.$

Vậy điều kiện: [-1; 1] $\cup[2;+\infty]$

b. Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ |x|-4\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x-4\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0\le x\ne 4$

c.
$$y=\sqrt{x+3+2\sqrt{x-2}}+\sqrt{2-x^2+2\sqrt{1-x^2}}=\sqrt{(\sqrt{x+2}+1)^2}+\sqrt{(\sqrt{1-x^2}+1)^2}$$
$$=\left|\sqrt{x+2}+1\right|+\left|\sqrt{1-x^2}+1\right|=\sqrt{x+2}+\sqrt{1-x^2}+2$$

Hàm số xác định

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2\ge 0 \\ 1-x^2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -2 \\ (1-x)(1+x)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -2 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 1-x\ge 0 \\ 1+x\ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 1-x\le 0 \\ 1+x\le 0 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -2 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\le 1 \\ x\ge -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x\ge 1 \\ x\le -1 \end{cases} (vonghiem) \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -1\le x\le 1$$

Dạng 3: Xét sự đồng biến và nghịch biến của hàm số

Phương pháp giải: Ta thực hiện một trong các cách sau

Cách 1: Sử dụng định nghĩa

Giả sử $x_1 < x_2$, ta xét hiệu $f(x_1) - f(x_2)$

+) Nếu $f(x_1) - f(x_2) < 0$ thì hàm số đồng biến

+) Nếu $f(x_1) - f(x_2) > 0$ thì hàm số nghịch biến

Cách 2: Với mọi x_1, x_2 thuộc R, $x_1 \neq x_2$, xét tỷ số: $T=\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$

+) Nếu T > 0 thì hàm số đồng biến

+) Nếu T < 0 thì hàm số nghịch biến.

Bài 1: Chứng minh rằng

a) Hàm số $y=f\left(x\right)=3x-\dfrac{1}{4}$ đồng biến trên R

b) hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{-1}{2}x+3$ nghịch biến trên R

HD:

a) Ta có $a=3>0\Rightarrow dpcm$

b) Ta có $b=3=\dfrac{-1}{2}<0\Rightarrow dpcm$

Bài 2: Với a là hằng số, các hàm số sau đồng biến hay nghịch biến trên R?

a) $y=f\left(x\right)=\dfrac{-2}{3}x+5a$ b) $y=f\left(x\right)=5x+a^2-\dfrac{1}{2}$

Bài 3: Xét sự biến thiên của hàm số y = f(x) = x – 2

HD:

Cách 1: Hàm số xác định trên R

Cho x các giá trị bất kỳ x_1, x_2 sao cho $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1-x_2<0$

Xét f(x_1) – f(x_2) = (x_1 – 2) – (x_2 – 2) = x_1 – x_2< 0 $\Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$

$\Rightarrow$Hàm số đồng biến trong tập xác định của nó

Cách 2: Hàm số xác định trong R

Với mọi x_1, x_2 thuộc R, $x_1 \neq x_2$, ta có:

$$T = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(ax_2 + b) - (ax_1 + b)}{x_2 - x_1} = a$$

+) Nếu a > 0 thì hàm số đồng biến trên R

+) Nếu a < 0 thì hàm số nghịch biến trên R.

Bài 4: Cho hàm số $y = \frac{4}{7}x + 3$ với $\forall x \in R$. Chứng minh hàm số đồng biến trên R

HD:

Trên tập hợp số thực R cho x hai giá trị tùy ý x_1 , x_2 sao cho: $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 - x_2 < 0$

$$y_1 - y_2 = (\frac{4}{7}x_1 + 3) - (\frac{4}{7}x_2 + 3) = \frac{4}{7}(x_1 - x_2) < 0 \Rightarrow y_1 - y_2 < o \Rightarrow y_1 < y_2$$

Vậy hàm số đồng biến trên R.

Bài 5: Chứng tỏ rằng hàm số y = $4x^2$ + 9 đồng biến trong khoảng (0; 5)

HD:

Trong khoảng (0 ; 5) lấy hai giá trị tùy ý của x sao cho $x_1 < x_2$, ta có:

$$f(x_1) - f(x_2) = (4x_1^2 + 9) - (4x_2^2 + 9) = 4(x_1 + x_2)(x_1 - x_2)$$

Vì: $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 - x_2 < 0$; x_1 , $x_2 \in (0;5) \Rightarrow x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow 4(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) < 0$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) < 0 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

Vậy hàm số đồng biến trong khoảng (0; 5)

Bài 6: Cho hàm số $y = 3x^2 + 6x + 5 (x \in R)$

a. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số

b. CMR: Hàm số đồng biến khi x > -1 , hàm số nghịch biến khi x < -1

HD:

a. $y=3x^2+6x+5=3(x+1)^2+2\ge 2\forall x\in R\Rightarrow \min y=2\Leftrightarrow x=-1$

b. Trên tập hợp số R cho hai giá trị bất kỳ $x_1< x_2$, ta có: $x_1 - x_2< 0$, khi đó:

$$y_1-y_2=[3(x_1+1)^2+2]-[3(x_2+1)^2+2]=3(x_1-x_2)(x_1+x_2+2)$$

+) Khi x > -1 $\Rightarrow x_1+x_2>-2\Rightarrow x_1+x_2+2>0\Rightarrow 3(x_1-x_2)(x_1+x_2+2)<0\Rightarrow y_1<y_2\Rightarrow$

Suy ra hàm số đồng biến

+) Khi x < -1 $\Rightarrow x_1+x_2<-2\Rightarrow x_1+x_2+2<0\Rightarrow 3(x_1-x_2)(x_1+x_2+2)>0\Rightarrow y_1>y_2\Rightarrow$

Suy ra hàm số nghịch biến.

Dạng 4: Biểu diễn tọa độ của một điểm trên mặt phẳng tọa độ Oxy

Phương pháp giải: Để biểu diễn tọa độ của điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ trên hệ trục tọa độ Oxy, ta làm như sau:

Vẽ đường thẳng song song với trục Oy tại điểm có hoành độ $x=x_0$

Vẽ đường thẳng song song với trục Ox tại điểm có hoành độ $y=y_0$

Giao điểm của hai đường thẳng trên chính là điểm $M\left(x_0;y_0\right)$

Bài 1: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho các điểm $A(-2;1);B(0;-1);C\left(\frac{-3}{2};-2\right)$

a. Biểu diễn điểm A, B, C trên Oxy

b. Trong các điểm A, B, C điểm nào thuộc hàm số $y=f\left(x\right)=2x-1$

HD:

b) Xét điểm $A(2;1)$

Thay $x=-2;y=1$ vào $y=f\left(x\right)=2x-1$ ta được: $1=2.(-2)-1$ (vô lý)

Vậy điểm $A(2;1)$ không thuộc đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=2x-1$

Tương tự ta có điểm B thuộc và điểm C không thuộc đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=2x-1$

Bài 2: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho các điểm $M\left(1;-1\right);N\left(2;0\right);P\left(-2;2\right)$

a. Biểu diễn điểm M, N, P trên Oxy

b. Trong các điểm M, N, P điểm nào thuộc hàm số $y = f\left(x\right) = \frac{1}{2}x^2$

HD:

b) Các điểm M, N không thuộc, điểm P thuộc đồ thị hàm số

Bài 3: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tứ giác ABCD với $A\left(-1;2\right);B\left(-3;0\right);C\left(2;0\right);D\left(2;2\right)$

a. Vẽ tứ giác ABCD trên mặt phẳng tọa độ

b. Gọi độ dài mỗi đơn vị trên các trục Ox, Oy là 1cm, tính diện tích tứ giác ABCD

HD:

b) Ta thấy ABCD là hình thang vuông đáy AD và BC, chiều cao CD

Áp dụng công thức tính diện tích hình thang tính được: $S_{ABCD} = 8cm^2$

Bài 4: Cho tam giác ABC trên mặt phẳng tọa độ Oxy với $A\left(3;0\right);B\left(-2;0\right);C\left(0;4\right)$

a. Vẽ tam giác ABC trên Oxy

b. Tính diện tích tam giác ABC biết mỗi đơn vị trên các trục Ox, Oy cùng là 1m

HD:

b) Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2}OC.AB = \frac{1}{2}.4.5 = 10\left(m^2\right)$

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1: Tính giá trị của hàm số

a) $y = f\left(x\right) = 3x^2 - 2x + 1$ tại $x_0 = 2$

b) $y = f\left(x\right) = \frac{-2}{3}x + 5$ tại $x_0 = \frac{3}{4}$

c) $y = f\left(x\right) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 3}}$ tại $x_0 = \sqrt{6}$

d) $y = f\left(x\right) = mx + \left(2m - 1\right)$ tại $x_0 = 3$ (m là tham số)

HD:

a) $f(2)=9$

b) $f\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{9}{2}$

c) $f\left(\sqrt{6}\right)=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

d) $f(3)=5m-1$

Bài 2: Tìm điều kiện của x để hàm số sau xác định

a. $y=\frac{1}{2}-\frac{3x}{2x+5}$

b. $y=\frac{4}{5}\sqrt{x+1}-5x^2+\frac{1}{2x-3}$

c. $y=\frac{x+2}{2\sqrt{x}-1}$

d. $y=\frac{\sqrt{x}}{5-2x}-\frac{1}{\sqrt{3-x}}$

HD:

a) $x\neq\frac{-5}{2}$

b) $-1\leq x\neq\frac{3}{2}$

c) $0\leq x\neq\frac{1}{4}$

d) $0\leq x\leq 3; x\neq\frac{5}{2}$

Bài 3: Cho các điểm $K(-1;2);M(0;-3);N(4;2)$ trên cùng hệ trục tọa độ Oxy

a) Biểu diễn các điểm K, M, N trên Oxy

b) Điểm nào trong ba điểm trên thuộc đồ thị hàm số $y=2x^2+\frac{1}{2}x-3$

HD:

b) Điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=2x^2+\frac{1}{2}x-3$

Bài 4: Trên mặt phẳng tọa độ cho tam giác ABC, biết $A(2;5),B(-1;1),C(3;1)$

a) Vẽ tam giác ABC trên mặt phẳng tọa độ

b) Tính diện tích tam giác ABC nếu coi độ dài mỗi đơn vị trên các trục Ox, Oy là 1m

HD:

b) Kẻ $AH\perp BC\Rightarrow S=\frac{1}{2}AH.BC=8m^2$

Bài 5: Tìm m để hàm số $y=f(x)=\sqrt{x-1}+mx+2(m:lathamso)$ thỏa mãn $f(5-2\sqrt{3})=f(2)$

HD:

$$f(5-2\sqrt{3})=f(2)\Rightarrow m=\frac{-\sqrt{3}}{3}$$

Bài 6:Cho hàm số $y=f(x)=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

a. Tìm điều kiện xác định của hàm số

b. Tính $f(4-2\sqrt{3}); f(a^2)(a<-1)$

c. Tìm giá trị của x để $f(x)=\sqrt{3}$

d. Tìm giá trị của x để $f(x)=f(x^2)$

HD:

a. $x\geq 0; x\neq 1$

b. $4-2\sqrt{3}=(\sqrt{3}-1)^2\Rightarrow f(4-2\sqrt{3})=\frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+1}{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}-1}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2}$

$$f(a^2)=\frac{a^2+1}{a^2-1}=\frac{|a|+1}{|a|-1}=\frac{1-a}{-a-1}=\frac{a-1}{a+1}(a<-1<0)$$

c. $f(x)=\sqrt{3}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\sqrt{x}+1=\sqrt{3x}-\sqrt{3}\Leftrightarrow(\sqrt{3}-1)\sqrt{x}=\sqrt{3}+1$

$\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}=\frac{4+2\sqrt{3}}{4-2\sqrt{3}}$

d. Vì x ≥ 0 nên $|x|=x$

Ta có: $f(x^2)=\frac{\sqrt{x^2}+1}{\sqrt{x^2}-1}=\frac{|x|+1}{|x|-1}=\frac{x+1}{x-1}\Rightarrow f(x)=f(x^2)\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=\frac{x+1}{x-1}\Leftrightarrow x=0$

Bài 7: Cho hàm số $y=f(x)=2\sqrt{x+1}$

a. Hãy tìm miền xác định của hàm số

b. CMR: Hàm số trên là đồng biến trên miền xác định đó

c. Trong các điểm A (3;4) ; B(8;8) ; C(-2;5) điểm nào thuộc, điểm nào không thuộc đồ thị hàm số đã cho.

HD:

a. $x+1\geq 0\Leftrightarrow x\geq -1$

b. Giả sử $-1 \le x_1 < x_2 \Rightarrow 0 \le x_1 + 1 < x_2 + 1 \Rightarrow 2\sqrt{x_1 + 1} < 2\sqrt{x_2 + 1} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

Vậy hàm số đồng biến trong miền xác định $x \ge -1$

c. $f(3) = 2\sqrt{3+1} = 4 \Rightarrow A \in f(x); f(8) = 2\sqrt{8+1} = 6 \ne 8 \Rightarrow B \notin f(x)$

Ta có: -2 không thuộc miền xác định hàm số nên C (-2;5) không thuộc hàm số.