

## BÀI 2: HÀM SỐ BẬC NHẤT

### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

**1. Định nghĩa:** Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức  $y = ax + b$ , trong đó  $a, b$  là hai số đã cho  $a \neq 0$

Nếu  $b = 0$  thì hàm số có dạng  $y = ax$

### 2. Các tính chất của hàm số bậc nhất

Hàm số bậc nhất  $y = ax + b$  xác định với mọi giá trị của  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$ .

Hàm số bậc nhất:

+) Đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $a > 0$

+) Nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $a < 0$ .

### II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

#### Dạng 1: Nhận dạng hàm số bậc nhất

**Phương pháp giải:** Hàm số bậc nhất là hàm số có dạng:  $ax + b = 0$

Bài 1: Các hàm số với biến  $x$  dưới đây, hàm số nào là hàm số bậc nhất, hàm số nào không phải, nếu là hàm số bậc nhất chỉ rõ hệ số  $a, b$

a)  $y = \frac{1}{2}x$

b)  $y = -3x + 3(x-1)$

c)  $y = \frac{2x-3}{4}$

d)  $y = (x+1)(x-3) - x^2$

e)  $y = 3$

f)  $y = -x + 5$

g)  $y = \frac{x}{3} - 2$

h)  $y = \frac{x^2}{5} - 9$

i)  $y = \frac{2}{x} + 3$

j)  $y = x^2 - x(x+2) - 3$

k)  $y = \frac{x^2-1}{x+1}$

l)  $y = (\sqrt{3}-2)x + \frac{x}{2}$

m)  $y = 2x + 9$

n)  $y = \frac{\sqrt{5}}{7}x + 9$

r)  $y = 3x + \sqrt{2}$

s)  $y = 1 - \sqrt{2}x$

t)  $y = \frac{-1}{2}x$

q)  $y = \frac{1}{x} + 3$

v)  $y = 2(x+3) - 4x$

w)  $y = 3(x-1) - 3x$

**HD:**

a)  $y = \frac{1}{2}x$  là hàm số bậc nhất với  $a = \frac{1}{2}; b = 0$

b)  $y = -3x + 3(x-1) \Leftrightarrow y = -3$  không phải là hàm số bậc nhất

c)  $y = \frac{2x-3}{4} \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$  là hàm số bậc nhất với  $a = \frac{1}{2}; b = -\frac{3}{4}$

d)  $y = (x+1)(x-3) - x^2 \Leftrightarrow y = -2x - 3$  là hàm số bậc nhất với  $a = -2; b = -3$

e) không phải hàm số bậc nhất

f)  $y = -x + 5$  là hàm số bậc nhất với  $a = -1; b = 5$

g) Là hàm số bậc nhất với  $a = 1/3; b = -2$

h) không phải hàm số bậc nhất

i)  $y = \frac{2}{x} + 3$  không phải hàm số bậc nhất vì hàm số ở dạng phân thức và mẫu thức chứa ẩn

j)  $y = x^2 - x(x+2) - 3 \Leftrightarrow y = -2x - 3$  là hàm số bậc nhất có hệ số  $a = -2; b = -3$

k)  $y = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$  không phải hàm số bậc nhất vì hàm số ở dạng phân thức và mẫu thức chứa ẩn

l)  $y = (\sqrt{3} - 2)x + \frac{x}{2} \Leftrightarrow y = \left(\sqrt{3} - 2 + \frac{1}{2}\right)x = \left(\sqrt{3} - \frac{3}{2}\right)x$  là hàm số bậc nhất có hệ số

$$a = \sqrt{3} - \frac{3}{2}; b = 0$$

m)  $y = 2x + 9$  là hàm số bậc nhất có hệ số  $a = 2; b = 9$

n)  $y = \frac{\sqrt{5}}{3}x + 6$  là hàm số bậc nhất có hệ số  $a = \frac{\sqrt{5}}{3}; b = 6$

r)  $y = 3x + \sqrt{2}$  là hàm số bậc nhất có hệ số  $a = 3; b = \sqrt{2}$

s)  $y = 1 - \sqrt{2}x$  là hàm số bậc nhất có hệ số  $a = -\sqrt{2}; b = 1$

t)  $y = \frac{-1}{2}x$  là hàm số bậc nhất có hệ số  $a = -\frac{1}{2}$

q)  $y = \frac{1}{x} + 3$  không là hàm số bậc nhất vì mẫu thức chứa biến

v)  $y = 2(x+3) - 4x \Leftrightarrow y = -2x + 6$  là hàm số bậc nhất có hệ số  $a = -2; b = 6$

w)  $y = 3(x-1) - 3x \Leftrightarrow y = -3$  không là hàm số bậc nhất, đây là hàm hằng.

Bài 2: Các hàm số với biến x dưới đây, hàm số nào là hàm số bậc nhất, hàm số nào không phải

a.  $y = x(3x-1) - 3(x^2 - x) + 2$

b.  $y = x(2 - \sqrt{3}x)^2 - 3(x^3 + x)$

c.  $y = 3(x-1) - \sqrt{3}(2 + \sqrt{3}x)$

**HD:**

a.  $y = x(3x-1) - 3(x^2 - x) + 2 = 2x + 2$  là hàm số bậc nhất

b.  $y = x(2 - \sqrt{3}x)^2 - 3(x^3 + x)$  không phải hàm số bậc nhất

c.  $y = 3(x-1) - \sqrt{3}(2 + \sqrt{3}x) = 3 - 2\sqrt{3}$  không phải hàm số bậc nhất.

Bài 3: Tìm m hoặc k để các hàm số sau là hàm số bậc nhất

a)  $y = (2m^2 - 6)x - m - 5$

b)  $y = (2 + m)x^2 - 8x + 7$

c)  $y = \frac{x\sqrt{m+1} + 5}{m^2 + m - 2}$

d)  $y = (|k - 3| - 1)x + 5$

e)  $y = x\sqrt{(m^2 + 3)(m + 1)} - 1$

f)  $y = (k^2 - 4)x^2 + (k - 2)x - 1$

g)  $y = \frac{\sqrt{3-k}}{k+2}x - \frac{7k}{3}$

h)  $y = \frac{\sqrt{k+2}}{\sqrt{k-2}}x + 2017$

**HD:**

a) Điều kiện :  $2m^2 - 6 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm\sqrt{3}$

b) Điều kiện : Điều kiện :  $m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$

c)  $y = \frac{x\sqrt{m+1} + 5}{m^2 + m - 2} = \frac{\sqrt{m+1}}{m^2 + m - 2}x + \frac{5}{m^2 + m - 2} \Rightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ m^2 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \neq 1$

d) Điều kiện:  $|k - 3| - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 2 \\ k \neq 4 \end{cases}$

e) Điều kiện  $\sqrt{(m^2 + 3)(m + 1)} \neq 0 \Leftrightarrow m > -1$

f) Điều kiện  $\begin{cases} k^2 - 4 = 0 \\ k - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow k = -2$

g) Điều kiện:  $\begin{cases} 3-k > 0 \\ k+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \neq k < 3$

h) Điều kiện:  $\begin{cases} k \geq 0 \\ \sqrt{k}-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq k \neq 4$

Bài 4: Tìm điều kiện của tham số m để các hàm số sau là hàm số bậc nhất

a)  $y = (m-2)x + 2m + 1$

b)  $y = \sqrt{m+1}x + \frac{2}{m^2-1}$

c)  $y = \sqrt{\frac{m-2}{m+3}}x - 2m + 1$

HD:

a) Hàm số là hàm số bậc nhất khi  $m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$

b) Hàm số là hàm số bậc nhất khi  $\begin{cases} m+1 > 0 \\ m^2-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m \neq 1 \end{cases}$

**Chú ý:** Ngoài việc tìm điều kiện để hàm số là hàm số bậc nhất thì giá trị của m cũng phải thỏa mãn hàm số có nghĩa

c) Hàm số là hàm số bậc nhất khi  $\frac{m-2}{m+3} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 > 0 \\ m+3 > 0 \\ m-2 < 0 \\ m+3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m > -3 \\ m < 2 \\ m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -3 \end{cases}$

Bài 5: Tìm m để các hàm số sau là hàm số bậc nhất

a)  $y = \sqrt{m^2-1}.x + \frac{m+2}{(m-1)(m+3)}$

b)  $y = \frac{m}{m-5}.x + \sqrt{m^2-4}$

c)  $y = \sqrt{m^2+3m+2}.x + 2$

d)  $y = \frac{\sqrt{m-3}}{2m+1}.x + 2m - 1$

HD:

a)  $y = \sqrt{m^2-1}.x + \frac{m+2}{(m-1)(m+3)}$  là hàm số bậc nhất  $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1 > 0 \\ (m-1)(m+3) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$

hoặc  $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq -3 \end{cases}$

$$b) y = \frac{m}{m-5} \cdot x + \sqrt{m^2 - 4} \text{ là hàm số bậc nhất} \Leftrightarrow \begin{cases} m-5 \neq 0 \\ \frac{m}{m-5} \neq 0 \Leftrightarrow m < -2 \text{ hoặc} \\ m^2 - 4 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} m > 1 \\ m \neq 5 \end{cases}$$

c)  $y = \sqrt{m^2 + 3m + 2} \cdot x + 2$  là hàm số bậc nhất

$$\Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 > 0 \Leftrightarrow (m+1)(m+2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$$

d)  $y = \frac{\sqrt{m-3}}{2m+1} \cdot x + 2m - 1$  là hàm số bậc nhất  $\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 > 0 \\ 2m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3$

Bài 6: Xác định k để hàm số  $y = k(\sqrt{x} - 3)^2 + (k+1)(\sqrt{x} + 2)^2$  là hàm số bậc nhất

HD:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y &= k(\sqrt{x} - 3)^2 + (k+1)(\sqrt{x} + 2)^2 = kx - 6k\sqrt{x} + 9k + (k+1)x + 4(k+1)\sqrt{x} + 4(k+1) \\ &= (2k+1)x + (4-2k)\sqrt{x} + 13k + 4 \end{aligned}$$

$$\text{Để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất thì } \begin{cases} 4-2k=0 \\ 2k+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=2 \\ k \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Bài 7: Tìm điều kiện của a và b để hàm số sau là hàm số bậc nhất

$$y = (a^2 - 9)x^2 + (b - 2a)(b + 3a)x - 5$$

HD:

$$\text{Hàm số là hàm số bậc nhất khi } \begin{cases} a^2 - 9 = 0 \\ (b - 2a)(b + 3a) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm 3 \\ (b - 2a)(b + 3a) \neq 0 (*) \end{cases}$$

$$\text{Trường hợp 1: } a = 3, \text{ thay vào (*) ta được } (b - 6)(b + 9) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} b \neq 6 \\ b \neq -9 \end{cases}$$

$$\text{Trường hợp 2: } a = -3, \text{ thay vào (*) ta được } (b + 6)(b - 9) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} b \neq -6 \\ b \neq 9 \end{cases}$$

Bài 8: Cho hàm số  $y = mx - m^2 - x + 1$

a. Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất

b. Tìm m để hàm số nghịch biến trên R

c. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

HD:

a.  $y = mx - m^2 - x + 1 = (m-1)x - m^2 + 1$  là hàm số bậc nhất  $\Leftrightarrow m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$

b. Hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow m-1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$

c. Gốc tọa độ  $O(0;0)$ , do đó đồ thị hàm số đi qua gốc  $O \Leftrightarrow 0 = (m-1) \cdot 0 - m^2 + 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$

Bài 9: Chứng minh rằng các hàm số sau là hàm số bậc nhất với mọi giá trị của tham số  $m$

a)  $y = (m^2 + m + 1)x - 9$

b)  $y = -(m^2 + 4m - 7)x + m + 3$

HD:

a) Ta có  $a = m^2 + m + 1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \neq 0 \forall m$

b) Ta có  $a = -(m-2)^2 - 3 \neq 0 \forall m$

Bài 10: Chứng minh rằng các hàm số sau là hàm số bậc nhất với mọi giá trị của tham số  $m$

a)  $y = \sqrt{m^2 + 1}x - (1 - 2m)$

b)  $y = (|m-1| + 5)x - 2$

HD:

a) Ta có Ta có  $a = \sqrt{m^2 + 1} \neq 0 \forall m$

b) Ta có Ta có  $a = |m-1| + 5 \neq 0 \forall m$

Bài 11: Cho hai hàm số  $f(x) = (m^2 + 1)x - 4$ ;  $g(x) = mx + 2 (m \neq 0)$ . CMR:

a. Các hàm số  $f(x)$ ,  $f(x) + g(x)$ ;  $f(x) - g(x)$  là các hàm đồng biến

b. Hàm số  $g(x) - f(x)$  là các hàm nghịch biến.

HD:

a. Hàm số  $f(x)$  có hệ số  $a = m^2 + 1 > 0$  vậy hàm số đồng biến.

+)  $f(x) + g(x) = (m^2 + 1)x - 4 - (mx + 2) = (m^2 - m + 1)x - 6$

Hệ số  $a = m^2 - m + 1 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow$  vậy hàm số đồng biến.

+)  $f(x) - g(x) = mx + 2 - [(m^2 + 1)x - 4] = -(m^2 - m + 1)x + 6$

Hệ số  $a = -(m^2 - m + 1) = -\left[\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right] < 0 \Rightarrow$  là hàm số nghịch biến

Bài 12: Cho hàm số bậc nhất  $y = f(x) = (6 - 3a)x + a - 6$

- Với giá trị nào của  $a$  thì hàm số đồng biến, nghịch biến trên  $\mathbb{R}$
- Biết  $f(2) = 0$ , hàm số đồng biến hay nghịch biến
- Biết  $f(-1) = 8$ , hàm số đồng biến hay nghịch biến.

**HD:**

a. Hàm số đồng biến khi  $6 - 3a > 0 \Leftrightarrow a < 2$

Hàm số nghịch biến  $\Leftrightarrow a > 2$

b.  $f(2) = 0 \Leftrightarrow (6 - 3a) \cdot 2 + a - 6 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{6}{5} \Rightarrow$  Hàm số đồng biến do  $< 2$ .

c.  $f(-1) = 8 \Leftrightarrow (6 - 3a) \cdot (-1) + a - 6 = 8 \Leftrightarrow a = 5 \Rightarrow$  Hàm số nghịch biến do  $> 2$ .

Bài 13: Cho hàm số  $f(x) = 3x^2 + 1$ . Chứng minh rằng  $y = f(x+1) - f(x)$  là một hàm số bậc nhất

**HD:**

Ta có  $f(x) = 3x^2 + 1 \Rightarrow f(x+1) = 3(x+1)^2 + 1 = 3x^2 + 6x + 4$

$$y = f(x+1) - f(x) = 3x^2 + 6x + 4 - 3x^2 - 1 = 6x + 3$$

Hàm số  $y$  có dạng  $y = ax + b$  với  $a = 6 \neq 0 \Rightarrow$  hàm số  $y = f(x+1) - f(x)$  là một hàm bậc nhất.

Bài 14: Cho hàm số  $y = f(x)$ . Biết  $f(x-1) = 3x - 5$ . Chứng minh rằng hàm số  $y = f(x)$  là một hàm số bậc nhất.

**HD:**

$$f(x-1) = 3x - 5 = 3(x-1) - 2 \Rightarrow f(x) = 3x - 2 \Rightarrow y = f(x) \text{ có dạng } y = ax + b \text{ với } a = 3 \neq 0$$

Vậy hàm số  $y = f(x)$  là một hàm số bậc nhất.

Bài 15: Cho hàm số  $y = f(x) = 5x + 2 - \sqrt{2}(2x - 1)$

- Chứng tỏ rằng hàm số là hàm số bậc nhất, đồng biến
- Tìm  $x$  để  $f(x) = 0$

**HD:**

a) Ta có  $y = f(x) = 5x + 2 - \sqrt{2}(2x - 1) \Leftrightarrow y = f(x) = (5 - 2\sqrt{2})x + 2 + \sqrt{2}$

Hàm số này xác định với mọi giá trị  $x \in R$  và có dạng  $y = ax + b$  ( $a = 5 - 2\sqrt{2} > 0$ )

Vậy hàm số là hàm số bậc nhất, đồng biến

b) Ta có  $f(x) = 0 \Leftrightarrow (5 - 2\sqrt{2})x + 2 + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow (5 - 2\sqrt{2})x = -2 - \sqrt{2} \Leftrightarrow x = \frac{-2 - \sqrt{2}}{5 - 2\sqrt{2}}$

Vậy với  $x = \frac{-2 - \sqrt{2}}{5 - 2\sqrt{2}}$  thì  $f(x) = 0$ .

**Bài 16:** Cho hàm số  $y = 3x^2 - 1$ . Chứng tỏ rằng  $f(x-1) - f(x)$  là một hàm số bậc nhất.

**HD:**

Ta có  $y = f(x) = 3x^2 - 1 \Rightarrow f(x-1) = 3(x-1)^2 - 1 = 3x^2 - 6x + 2$

$\Rightarrow f(x-1) - f(x) = 3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 + 1 = -6x + 3$  là hàm số bậc nhất

**Bài 17:** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Biết  $y = f(x-1) = 3x - 7$ . Chứng minh hàm số  $y = f(x)$  là một hàm số bậc nhất.

**HD:**

Ta có  $f(x-1) = 3x - 7 = 3(x-1) - 4 \Rightarrow y = f(x) = 3x - 4$

Vậy hàm số  $y = f(x)$  là một hàm số bậc nhất

### **Dạng 2: Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số bậc nhất**

**Phương pháp giải:** Xét hàm số bậc nhất  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ )

+) Đồng biến trên  $R$  khi  $a > 0$

+) Nghịch biến trên  $R$  khi  $a < 0$ .

**Bài 1:** Các hàm số bậc nhất sau đồng biến hay nghịch biến

a)  $y = 3x + 1$

b)  $y = -2x + 5$

c)  $y = 7 - 9x$

d)  $y = \frac{4}{9}x - \frac{1}{2}$

e)  $y = (2 - \sqrt{3})x - 1$

f)  $y = \frac{-9x + 1}{3}$



g)  $y = 3(2x - 1) - 4x + 1$     h)  $y = (2x - 1)^2 - 4x(x + 1)$     i)  $y = \frac{1}{4}(x + 3) - \frac{1}{3}x$   
j)  $y = \sqrt{5}x + \frac{7}{4} - (2x - 1)$     k)  $y = 2x - 1$     l)  $y = -3x + 5$   
m)  $y = (\sqrt{3} - \sqrt{2})x$     n)  $y = \frac{-1}{\sqrt{2}}x + 1$

HD:

a) Hàm số  $y = 3x + 1$ , đồng biến trên R. (vì  $a = 3 > 0$ ).

b) Hàm số  $y = -2x + 5$ , nghịch biến trên R. (vì  $-2 < 0$ )

c)  $y = 7 - 9x$  là hàm số nghịch biến

d)  $y = \frac{4}{9}x - \frac{1}{2}$  là hàm số đồng biến

e)  $y = (2 - \sqrt{3})x - 1$  là hàm số đồng biến

f)  $y = \frac{-9x + 1}{3} = -3x + \frac{1}{3}$  là hàm số nghịch biến

g)  $y = 3(2x - 1) - 4x + 1 = 2x - 2 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow$  Hàm số đồng biến.

h)  $y = (2x - 1)^2 - 4x(x + 1) = -8x + 1 \Rightarrow a = -8 \Rightarrow$  Hàm số nghịch biến

i)  $y = \frac{1}{4}(x + 3) - \frac{1}{3}x \Rightarrow a = \frac{-1}{12} \Rightarrow$  hàm số nghịch biến trên R.

j)  $y = \sqrt{5}x + \frac{7}{4} - (2x - 1) \Rightarrow a = \sqrt{5} - 2 \Rightarrow$  Hàm số đồng biến.

k)  $y = 2x - 1$  có  $a = 2 > 0 \Rightarrow$  hàm số đồng biến

l)  $y = -3x + 5$  có  $a = -3 < 0 \Rightarrow$  hàm số nghịch biến

m)  $y = (\sqrt{3} - \sqrt{2})x$  có  $a = \sqrt{3} - \sqrt{2} > 0 \Rightarrow$  hàm số đồng biến

n)  $y = \frac{-1}{\sqrt{2}}x + 1$  có  $a = \frac{-1}{\sqrt{2}} < 0 \Rightarrow$  hàm số nghịch biến

Bài 3: Tìm m để hàm số

a)  $y = (2m - 5)x - 13$ ;  $y = (3 - m^2)x + 2m + 3$  Đồng biến trên R

b)  $y = (4m^2 - 9)x + 2$ ;  $y = \frac{3m + 2}{2}x - 5$  Nghịch biến trên R

c)  $y = \frac{3m + 2}{2}x - 5$  nghịch biến trên R

d)  $y = (3 - m^2)x + 2m + 3$  đồng biến trên R

e)  $y = (m - 1)x + m$ . đồng biến, nghịch biến trên R

HD:

a)  $y = (2m - 5)x - 13$  Đồng biến  $\Leftrightarrow 2m - 5 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{5}{2}$

+)  $y = (3 - m^2)x + 2m + 3$  Đồng biến  $\Leftrightarrow -\sqrt{3} < m < \sqrt{3}$

b)  $y = (4m^2 - 9)x + 2$  Nghịch biến  $\Leftrightarrow 4m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow \frac{-3}{2} < m < \frac{3}{2}$

+)  $y = \frac{3m + 2}{2}x - 5$  Nghịch biến  $\Leftrightarrow m < \frac{-2}{3}$

c)  $y = \frac{3m + 2}{2}x - 5$  nghịch biến trên R  $\Leftrightarrow m < \frac{-2}{3}$

d)  $y = (3 - m^2)x + 2m + 3$  đồng biến trên R  $\Leftrightarrow -\sqrt{3} < m < \sqrt{3}$

e) Hàm số đồng biến  $\Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$

Hàm số nghịch biến  $\Leftrightarrow m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$

Bài 4: Cho hàm số  $y = (m^2 - 4)x^2 - (2m + n)(5m - n)x - 3$ . Với giá trị nào của m và n thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất nghịch biến.

HD:

Hàm số  $y = (m^2 - 4)x^2 - (2m + n)(5m - n)x - 3$  là hàm số bậc nhất, nghịch biến

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 = 0 \\ (2m + n)(5m - n) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ (2m + n)(5m - n) > 0 (*) \end{cases}$$

Với  $m = 2$ , thay vào (\*) ta được  $(4+n)(10-n) > 0 \Leftrightarrow -4 < n < 10$

Với  $m = -2$ , thay vào (\*) ta được  $(-4+n)(-10-n) > 0 \Leftrightarrow -10 < n < 4$

Vậy với  $\begin{cases} m = 2 \\ -4 < n < 10 \end{cases}$  hoặc  $\begin{cases} m = -2 \\ -10 < n < 4 \end{cases}$  thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất nghịch biến.

Bài 5: Cho hàm số  $y = (m^2 - 4)^2 - (2m + n)(5m - n)x - 3$ . Với giá trị nào của  $m$  và  $n$  thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất nghịch biến.

HD:

hàm số  $y = (m^2 - 4)^2 - (2m + n)(5m - n)x - 3$  là hàm số bậc nhất nghịch biến

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 = 0 \\ (2m + n)(5m - n) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ -4 < n < 10 \end{cases} \text{ hoặc } \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ -10 < n < 4 \end{cases}$$

Bài 6: Xác định  $k$  để hàm số  $y = k(\sqrt{x} - 2)^2 + (k + 1)(\sqrt{x} + 3)^2$  là hàm số bậc nhất. Khi đó hàm số là hàm số đồng biến hay nghịch biến?

HD:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y &= k(\sqrt{x} - 2)^2 + (k + 1)(\sqrt{x} + 3)^2 = kx + (k + 1)x - 2k\sqrt{x} + 6(k + 1)\sqrt{x} + 4k + 9(k + 1) \\ &= (2k + 1)x + (4k + 6)\sqrt{x} + 13k + 9 \end{aligned}$$

$$\text{Để hàm số là hàm bậc nhất } \Leftrightarrow \begin{cases} 2k + 1 \neq 0 \\ 4k + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow k = \frac{-3}{2}$$

Với  $k = \frac{-3}{2}$  ta có hàm số  $y = -2x - \frac{21}{2}$ , có  $a = -2 < 0$  nên hàm số là nghịch biến.

Bài 7: Tìm  $m$  để hàm số

a)  $y = (m^2 - 1)x + 3m + 2$  có hướng đi xuống

b)  $y = \frac{2m + 1}{m - 2} + 3$  tạo với trục  $Ox$  một góc nhọn

HD:

a) Hàm số  $y = (m^2 - 1)x + 3m + 2$  có hướng đi xuống

$$\Leftrightarrow \text{hàm số này nghịch biến } \Leftrightarrow m^2 - 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 < 1 \Leftrightarrow -1 < m < 1$$

b)  $y = \frac{2m+1}{m-2} + 3$  tạo với trục Ox một góc nhọn

$$\Leftrightarrow \text{hàm số này đồng biến} \Leftrightarrow \frac{2m+1}{m-2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < \frac{-1}{2} \end{cases}$$

Bài 8: Cho các hàm số  $f(x) = mx - 2 (m \neq 0)$  và  $g(x) = (m^2 + 1)x + 5$ . Chứng minh

a) Hàm số  $y = f(x) + g(x)$  là hàm số bậc nhất đồng biến

b) Hàm số  $y = f(x) - g(x)$  là hàm số bậc nhất nghịch biến

HD:

a) Ta có  $y = f(x) + g(x) = mx - 2 + (m^2 + 1)x + 5 = (m^2 + m + 1)x + 3$  luôn có dạng  $y = ax + b$

$$\text{Với } a = m^2 + m + 1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall m$$

Vậy hàm số  $y = f(x) + g(x)$  là hàm số bậc nhất đồng biến.

b) Ta có  $y = f(x) - g(x) = mx - 2 - (m^2 + 1)x - 5 = -(m^2 - m + 1)x - 7$  luôn có dạng  $y = ax + b$

$$\text{Với } a = -(m^2 - m + 1) = -\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} < 0, \forall m$$

Vậy hàm số  $y = f(x) - g(x)$  là hàm số bậc nhất nghịch biến.

Bài 9: Cho hàm số  $y = f(x) = (-m^2 + m - 2)x + 9 - 3m$  ( m là tham số ).

a. Chứng minh rằng hàm số là hàm số bậc nhất và nghịch biến trên R

b. Hãy so sánh:  $f(-10)$  và  $f(-3\sqrt{11})$

HD:

a.  $a = -(m - \frac{1}{2})^2 - \frac{7}{4} < 0 \forall m \Rightarrow dpcm$

b. Ta có:  $-10 = -\sqrt{100} < -\sqrt{99} = -3\sqrt{11} \Rightarrow f(-10) > f(-3\sqrt{11})$

Bài 10: Cho hàm số  $y = f(x) = (k^2 + 2k + 3)x + k - 5$  ( k là tham số ).

a. Chứng minh rằng hàm số là hàm số bậc nhất và đồng biến trên R

b. Hãy so sánh:  $f(\sqrt{2}-1)$  và  $f(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

HD:

a.  $a = (k+1)^2 + 2 > 0 \forall k \Rightarrow dpcm$

b. Ta có:  $\sqrt{2}-1 > 0; \sqrt{2}-\sqrt{3} < 0 \Rightarrow \sqrt{2}-1 > \sqrt{2} > \sqrt{3} \Rightarrow f(\sqrt{2}-1) > f(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

### Dạng 3: Giá trị của hàm số

**Phương pháp giải:** Để tính giá trị của h/số  $y = f(x)$  tại  $x = a$  ta thay  $x = a$  vào  $f(x)$  và viết là  $f(a)$

Bài 1: Cho hàm số  $y = (3-\sqrt{2}).x+1$

a) Hàm số là đồng biến hay nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  ? Vì sao?

b) Tính giá trị tương ứng của  $y$  khi  $x$  nhận các giá trị sau:  $0; -2; 3-\sqrt{2}; 3+\sqrt{2}$ .

c) Tính giá trị tương ứng của  $x$  khi  $y$  nhận các giá trị sau:  $0; 1; 8; 2-\sqrt{2}$

HD:

a) Hàm số  $y = f(x) = (3-\sqrt{2}).x+1$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ . (Vì :  $a = 3-\sqrt{2} > 0$  )

b) Khi +)  $x = 0 \Rightarrow y = (3-\sqrt{2}).0+1 = 1$

+ )  $x = -2 \Rightarrow y = (3-\sqrt{2}).(-2)+1 = -6+2\sqrt{2}+1 = -5+2\sqrt{2}$

+ )  $x = 3-\sqrt{2} \Rightarrow y = (3-\sqrt{2}).(3-\sqrt{2})+1 = 9-6\sqrt{2}+2+1 = 12-6\sqrt{2}$

+ )  $x = 3+\sqrt{2} \Rightarrow y = (3-\sqrt{2}).(3+\sqrt{2})+1 = 3^2-(\sqrt{2})^2+1 = 9-2+1 = 8$

c) Khi  $y = 0 \Rightarrow (3-\sqrt{2}).x+1 = 0 \Rightarrow (3-\sqrt{2}).x = -1$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{3-\sqrt{2}} = -\frac{3+\sqrt{2}}{3^2-(\sqrt{2})^2} = -\frac{3+\sqrt{2}}{9-2} = -\frac{3+\sqrt{2}}{7}$$

Bài 2: Cho hàm số  $y = f(x) = (3-\sqrt{2}).x+2$

a. Hàm số đã cho đồng biến hay nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ? Vì sao?

b. Tính các giá trị tương ứng của  $y$  khi  $x$  nhận các giá trị :  $0; 1; 3+\sqrt{2}; 3-\sqrt{2}$

c. Tính các giá trị tương ứng của  $x$  khi  $y$  nhận các giá trị :  $1; 1; 5+\sqrt{2}; 5-\sqrt{2}$

HD:

a.  $a = 3 - \sqrt{2} > 0 \Rightarrow$  hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$

b.  $f(0) = 2; f(1) = 5 - \sqrt{2}; f(3 + \sqrt{2}) = 9; f(3 - \sqrt{2}) = 13 - 6\sqrt{2}$

c.  $x = \frac{2}{\sqrt{2}-3}; x = \frac{1}{\sqrt{2}-3}; x = \frac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}; x = 1$

Bài 3: Cho hàm số  $y = f(x) = (\sqrt{3} - \sqrt{5})x + \sqrt{5} + \sqrt{3}$

a. Hàm số đã cho đồng biến hay nghịch biến trên  $\mathbb{R}$

b. Tìm các giá trị của  $x$  để  $y = 1$

c. Tìm các giá trị của  $x$  để  $f^2(x) = 8 + 2\sqrt{15}$

**HD:**

a.  $a = \sqrt{3} - \sqrt{5} < 0 \Rightarrow$  hàm số nghịch biến

b.  $y = 1 \Rightarrow (\sqrt{3} - \sqrt{5})x + \sqrt{3} + \sqrt{5} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1 - \sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} = \frac{(1 - \sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5})}{3 - 5}$   
 $= \frac{8 + 2\sqrt{15} - \sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$

c.  $[(\sqrt{3} - \sqrt{5})x + \sqrt{5} + \sqrt{3}]^2 = 8 + 2\sqrt{15} \Leftrightarrow [..]^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 = 0$

$\Leftrightarrow [(\sqrt{3} - \sqrt{5})x + (\sqrt{3} + \sqrt{5}) - (\sqrt{3} + \sqrt{5})][(\sqrt{3} - \sqrt{5})x + (\sqrt{3} + \sqrt{5}) + (\sqrt{3} + \sqrt{5})] = 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{3} - \sqrt{5})x[(\sqrt{3} - \sqrt{5})x + 2(\sqrt{3} + \sqrt{5})] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (\sqrt{3} - \sqrt{5})x = 0 \\ (\sqrt{3} - \sqrt{5})x + 2(\sqrt{3} + \sqrt{5}) = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 \end{cases}$

### BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số bậc nhất? Trong trường hợp là hàm số bậc nhất hãy chỉ rõ các hệ số  $a$  và  $b$

a)  $y = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x}$

b)  $y = (2x - 3)(x + 3) - 2x^2$

c)  $y = \sqrt{x+3} + 1$

d)  $y = \frac{-x-1}{4}$

HD:

a)  $y = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x}$  không là hàm bậc nhất

b)  $y = (2x-3)(x+3) - 2x^2$  là hàm số bậc nhất với  $a = 3; b = -9$

c)  $y = \sqrt{x+3} + 1$  không là hàm bậc nhất

d)  $y = \frac{-x-1}{4}$  là hàm số bậc nhất với  $a = \frac{-1}{4}; b = \frac{-1}{4}$

Bài 2: Tìm m để các hàm số sau là hàm số bậc nhất

a.  $y = (9m^2 + 6m + 1)x + 65$

b.  $y = \frac{m-3}{\sqrt{m+4}}x + 1$

c.  $y = mx^2 + x\sqrt{m-1} + 2$

c.  $y = \frac{\sqrt{m+2}(x+1)}{m^2 + 5m + 4}$

HD:

a.  $m \neq \frac{-1}{3}$

b.  $-4 < m \neq 3$

c.  $m \in \emptyset$

d.  $-2 \leq m \neq -1$

Bài 3: Chứng minh các hàm số sau là hàm số bậc nhất, các hàm số đó đồng biến hay nghịch biến?

a.  $y = 2(x^2 + x + 1) - x(2x + \sqrt{3})$

b.  $y = \frac{x+7}{4} - \frac{1-3x}{6}$

c.  $y = \frac{-x-2\sqrt{2}}{5} + \sqrt{2} + \frac{x}{6}$

HD:

a.  $y = 2(x^2 + x + 1) - x(2x + \sqrt{3}) = (2 - \sqrt{3})x + 6$  là hàm số đồng biến

b.  $y = \frac{x+7}{4} - \frac{1-3x}{6} = \frac{3}{4}x + \frac{19}{12}$  là hàm số đồng biến

c.  $y = \frac{-x - 2\sqrt{2}}{5} + \sqrt{2} + \frac{x}{6} = \frac{-1}{30}x + \frac{3\sqrt{2}}{5}$  là hàm số nghịch biến.

Bài 4: Cho hàm số  $y = (2m^2 - m + 1)x - 6m + 1$  với  $m$  là tham số

a. Hàm số trên có là hàm số bậc nhất không? Nếu có chỉ rõ hàm số đồng biến hay nghịch biến?

b. So sánh  $f(3)$  và  $f(\sqrt{15} - 1)$

**HD:**

a. Vì  $a = 2(m - \frac{1}{4})^2 + \frac{7}{8} > 0$  với mọi  $m$  nên hàm số đã cho là hàm số bậc nhất và đồng biến

b. Vì hàm số đồng biến và  $3 = 4 - 1 = \sqrt{16} - 1 > \sqrt{15} - 1$  nên  $f(3) > f(\sqrt{15} - 1)$

Bài 5: Tìm  $m$  để các hàm số sau

a.  $y = m(m + 3)x + 18$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$

b.  $y = \frac{m}{2m + 3} + 7$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

**HD:**

a) Điều kiện  $-3 < m < 0$

b) Điều kiện  $\begin{cases} m > 0 \\ m < \frac{-3}{2} \end{cases}$

Bài 6: Cho hàm số  $y = (m^2 - m + 1)x + 2m - \frac{1}{2}$  ( $m$  là tham số)

a. Chứng minh rằng hàm số trên luôn là hàm số bậc nhất và đồng biến

b. Không cần tính, hãy so sánh  $f(-1 + \sqrt{2})$  và  $f(-\sqrt{0,001})$

**HD:**

a) Ta có:  $a = m^2 - m + 1 > 0 \forall m \Rightarrow$  hàm số đã cho là hàm số bậc nhất và đồng biến

b) Vì hàm số đồng biến và  $\sqrt{2} - 1 > -\sqrt{0,001} \Rightarrow f(\sqrt{2} - 1) > f(-\sqrt{0,001})$



