

BÀI 4: LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định lý:

$$\text{Nếu } a \geq 0; b > 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

2. Quy tắc khai phương một thương:

Với hai biểu thức A không âm, biểu thức B dương, ta có:

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} \quad (A \geq 0; B > 0)$$

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Thực hiện phép tính

Phương pháp giải : Áp dụng công thức khai phương một thương

Bài 1: Tính

a) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

b) $\frac{\sqrt{12,5}}{\sqrt{0,5}}$

c) $\sqrt{\frac{25}{64}}$

d) $\frac{\sqrt{230}}{\sqrt{2,3}}$

e) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$

f) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}}$

g) $\frac{\sqrt{12500}}{\sqrt{500}}$

h) $\frac{\sqrt{6^5}}{\sqrt{2^3 \cdot 3^5}}$

i) $\frac{\sqrt{2300}}{\sqrt{23}}$

j) $\frac{\sqrt{12,5}}{\sqrt{0,5}}$

HD :

a. $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}$

b. $\frac{\sqrt{12,5}}{\sqrt{0,5}} = \sqrt{\frac{12,5}{0,5}} = \sqrt{25} = 5$

c. $\sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}} = \frac{5}{8}$

d. $\frac{\sqrt{230}}{\sqrt{2,3}} = \sqrt{\frac{230}{2,3}} = \sqrt{100} = 10$

d) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{2}{18}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

e) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}} = \sqrt{\frac{15}{735}} = \sqrt{\frac{1}{49}} = \frac{1}{7}$

$$f) \frac{\sqrt{12500}}{\sqrt{500}} = \sqrt{\frac{12500}{500}} = \sqrt{25} = 5.$$

$$g) \frac{\sqrt{6^5}}{\sqrt{2^3 \cdot 3^5}} = \sqrt{\frac{6^5}{2^3 \cdot 3^5}} = \sqrt{\frac{1}{2^3} \cdot \left(\frac{6}{3}\right)^5} = \sqrt{\frac{1}{2^3} \cdot 2^5} = \sqrt{\frac{2^5}{2^3}} = \sqrt{2^2} = 2.$$

$$h) \frac{\sqrt{2300}}{\sqrt{23}} = \sqrt{\frac{2300}{23}} = \sqrt{100} = 10.$$

$$i) \frac{\sqrt{12,5}}{\sqrt{0,5}} = \sqrt{\frac{12,5}{0,5}} = \sqrt{\frac{125}{5}} = \sqrt{25} = 5.$$

Bài 2: Tính

$$a) \sqrt{1\frac{9}{16} \cdot 5\frac{4}{9} \cdot 0,01}$$

$$b) \sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}$$

$$c) \sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}}$$

$$d) \sqrt{1,44 \cdot 1,21 - 1,44 \cdot 0,4}$$

HD :

$$a) \sqrt{1\frac{9}{16} \cdot 5\frac{4}{9} \cdot 0,01} = \sqrt{\frac{25}{16} \cdot \frac{49}{9} \cdot \frac{1}{100}} = \sqrt{\left(\frac{5 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 10}\right)^2} = \frac{5 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 10} = \frac{7}{24}.$$

$$b) \sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}} = \sqrt{\frac{(165 - 124)(165 + 124)}{164}} = \sqrt{\frac{41 \cdot 289}{2^2 \cdot 41}} = \sqrt{\frac{289}{4}} = \sqrt{\left(\frac{17}{2}\right)^2} = \frac{17}{2}.$$

$$c) \sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}} = \sqrt{\frac{(149 + 76)(149 - 76)}{(457 - 384)(457 + 384)}} = \sqrt{\frac{225 \cdot 73}{73 \cdot 841}} = \sqrt{\frac{15^2 \cdot 73}{73 \cdot 29^2}} = \sqrt{\left(\frac{15}{29}\right)^2} = \frac{15}{29}.$$

$$d) \sqrt{1,44 \cdot 1,21 - 1,44 \cdot 0,4} = \sqrt{1,44(1,21 - 0,4)} = \sqrt{1,44 \cdot 0,81} = \sqrt{1,44} \cdot \sqrt{0,81} = 1,2 \cdot 0,9 = 1,08.$$

Bài 3: Tính

$$a) \left(\sqrt{\frac{1}{7}} - \sqrt{\frac{16}{7}} + \sqrt{7} \right) : \sqrt{7}$$

$$b) \sqrt{36 - 12\sqrt{5}} : \sqrt{6}$$

$$c) \left(\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{3} \right) : \sqrt{3}$$

$$d) \sqrt{3 - \sqrt{5}} : \sqrt{2}$$

$$e) \frac{2\sqrt{12} - 3\sqrt{27} + 5\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$f) \frac{\sqrt{32} - \sqrt{50} + \sqrt{8}}{\sqrt{2}}$$

g) $(\sqrt{12} + \sqrt{75} + \sqrt{27}) : \sqrt{15}$

h) $(12\sqrt{50} - 8\sqrt{200} + 7\sqrt{450}) : \sqrt{10}$

i) $\sqrt{32} - \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} + \frac{\sqrt{22}}{\sqrt{11}}$

HD:

a) $\left(\sqrt{\frac{1}{7}} - \sqrt{\frac{16}{7}} + \sqrt{7}\right) : \sqrt{7} = \left(\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{7}} - \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{7}} + \sqrt{7}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{4}{7}$

b) $\sqrt{36 - 12\sqrt{5}} : \sqrt{6} = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$

c) $\left(\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{3}\right) : \sqrt{3} = \frac{2}{3}$

d) $\sqrt{3 - \sqrt{5}} : \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{5}} : 2 = \frac{\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}}{2} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$

e) $\frac{2\sqrt{12} - 3\sqrt{27} + 5\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2^2 \cdot 3} - 3\sqrt{3^2 \cdot 3} + 5\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(2 \cdot 2 - 3 \cdot 3 + 4)}{\sqrt{3}} = 2 \cdot 2 - 3 \cdot 3 + 4 = -1$

f) $\frac{\sqrt{32} - \sqrt{50} + \sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2^5} - \sqrt{2 \cdot 5^2} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(4 - 5 + 2)}{\sqrt{2}} = 1.$

g) $(\sqrt{12} + \sqrt{75} + \sqrt{27}) : \sqrt{15} = \sqrt{\frac{12}{15}} + \sqrt{\frac{75}{15}} + \sqrt{\frac{27}{15}} = \sqrt{\frac{4}{5}} + \sqrt{5} + \sqrt{\frac{9}{5}}$
 $= \frac{2}{\sqrt{5}} + \sqrt{5} + \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

h) $(12\sqrt{50} - 8\sqrt{200} + 7\sqrt{450}) : \sqrt{10} = 12\sqrt{5} - 8\sqrt{20} + 7\sqrt{45}$
 $= 12\sqrt{5} - 16\sqrt{5} + 21\sqrt{5} = 17\sqrt{5}$

i) $\sqrt{32} - \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} + \frac{\sqrt{22}}{\sqrt{11}}$
 $= \sqrt{16 \cdot 2} - \sqrt{18} + \sqrt{\frac{22}{11}}$
 $= 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

Bài 4: Thực hiện phép tính

a) $A = \sqrt{\sqrt{7} + 5 - 2\sqrt{\sqrt{7} + 4}} + 1$

b) $B = \sqrt{4 + \sqrt{3} + \sqrt{6\sqrt{3} + 15}} - \sqrt{\sqrt{3} + \frac{5}{2}}$

c) $C = \sqrt{1 + 2\sqrt{5\sqrt{5} - 11}} - \sqrt{\sqrt{5} - 2}$

d) $D = \frac{\sqrt{1 + 2\sqrt{27\sqrt{2} - 38}} - \sqrt{5 - 3\sqrt{2}}}{\sqrt{3\sqrt{2} - 4}}$

e) $E = \left(\sqrt{5 - 2\sqrt{2\sqrt{2} - 2}} + \sqrt{2} - 1 \right) \sqrt{\sqrt{2} - 1}$

f) $\sqrt{2 + \sqrt{3}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}$

g) $\sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{2}$

h) $\sqrt{6,5 + \sqrt{12}} + \sqrt{6,5 - \sqrt{12}} + 2\sqrt{6}$

HD:

a) $A = \sqrt{\sqrt{7} + 5 - 2\sqrt{\sqrt{7} + 4}} + 1 = \sqrt{(\sqrt{7} + 4) - 2\sqrt{\sqrt{7} + 4} \cdot 1 + 1 + 1}$

$$= \sqrt{(\sqrt{\sqrt{7} + 4} - 1)^2} + 1 = \sqrt{\sqrt{7} + 4} - 1 + 1 = \sqrt{\sqrt{7} + 4} = \sqrt{\frac{2\sqrt{7} + 8}{2}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{7} + 1)^2}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{7} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{7} + 1)}{2}$$

b) $B = \sqrt{4 + \sqrt{3} + \sqrt{6\sqrt{3} + 15}} - \sqrt{\sqrt{3} + \frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{8 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6\sqrt{3} + 15}} - \sqrt{2\sqrt{3} + 5}}{\sqrt{2}}$

$$= \frac{\sqrt{5 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3(2\sqrt{3} + 5)} + 3} - \sqrt{2\sqrt{3} + 5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{2\sqrt{3} + 5} + \sqrt{3})^2} - \sqrt{2\sqrt{3} + 5}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2\sqrt{3} + 5} + \sqrt{3} - \sqrt{2\sqrt{3} + 5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

c) $C = \sqrt{1 + 2\sqrt{5\sqrt{5} - 11}} - \sqrt{\sqrt{5} - 2} = \sqrt{(\sqrt{\sqrt{5} - 2} + \sqrt{3 - \sqrt{5}})^2} - \sqrt{\sqrt{5} - 2}$

c) $= \sqrt{\sqrt{5} - 2} + \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{\sqrt{5} - 2}$

$$= \sqrt{3 - \sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{5} - 1) = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} - 1)}{2}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } D &= \frac{\sqrt{1+2\sqrt{27\sqrt{2}-38}} - \sqrt{5-3\sqrt{2}}}{\sqrt{3\sqrt{2}-4}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{5-3\sqrt{2}} + \sqrt{3\sqrt{2}-4})^2} - \sqrt{5-3\sqrt{2}}}{\sqrt{3\sqrt{2}-4}} \\
 &= \frac{\sqrt{5-3\sqrt{2}} + \sqrt{3\sqrt{2}-4} - \sqrt{5-3\sqrt{2}}}{\sqrt{3\sqrt{2}-4}} = \frac{\sqrt{3\sqrt{2}-4}}{\sqrt{3\sqrt{2}-4}} = 1.
 \end{aligned}$$

$$\text{e) } E = \left(\sqrt{5-2\sqrt{2\sqrt{2}-2}} + \sqrt{2}-1 \right) \sqrt{\sqrt{2}-1}.$$

Ta có $\sqrt{\sqrt{2}-1} = \sqrt{\sqrt{2}-1} \cdot \sqrt{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = (\sqrt{2}-1)\sqrt{\sqrt{2}+1}$.

Khi đó $5-2\sqrt{2\sqrt{2}-2} = 5-2\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{2}-1} = 2+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}-2\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{2}-1}$.

$$= 2(\sqrt{2}+1) + (\sqrt{2}-1)^2 - 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{2}+1}(\sqrt{2}-1) = (\sqrt{2+2\sqrt{2}} - \sqrt{2}+1)^2.$$

$$\Rightarrow \sqrt{5-2\sqrt{2\sqrt{2}-2}} = \sqrt{2+2\sqrt{2}} - \sqrt{2}+1.$$

Do đó $E = \left(\sqrt{5-2\sqrt{2\sqrt{2}-2}} + \sqrt{2}-1 \right) \sqrt{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}$.

$$\text{f) } \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{2}} - \sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{|\sqrt{3}+1|}{\sqrt{2}} - \frac{|\sqrt{3}-1|}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\text{g) } \sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{2} = \sqrt{\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{2}} - \sqrt{\frac{(\sqrt{5}-1)^2}{2}} - \sqrt{2} = \frac{\sqrt{5}+1-\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\text{h) } \sqrt{6,5+\sqrt{12}} + \sqrt{6,5-\sqrt{12}} + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$

Bài 5: Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{4x+4+\frac{1}{x}}}{\sqrt{x} \cdot |2x^2-x-1|}$. Tính giá trị của A, biết $x = (\sqrt{10}-\sqrt{6}) \cdot \sqrt{4+\sqrt{15}}$

HD:

Ta có: $x = \sqrt{(\sqrt{10}-\sqrt{6})(\sqrt{10}-\sqrt{10})(4+\sqrt{15})} = \sqrt{(\sqrt{10}-\sqrt{6})(\sqrt{10}+\sqrt{6})} = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$

Dạng 2: Rút gọn biểu thức

Phương pháp giải: Áp dụng quy tắc khai phương một thương

Bài 1: Rút gọn biểu thức sau (loại bỏ dấu căn và dấu trị tuyệt đối):

a) $\frac{\sqrt{63y^3}}{\sqrt{7y}}$ với $y > 0$

b) $\frac{\sqrt{48x^3}}{\sqrt{3x^5}}$ với $x > 0$

c) $\frac{\sqrt{45mn^2}}{\sqrt{20m}}$ với $m > 0, n > 0$

d) $\frac{\sqrt{16x^4y^6}}{\sqrt{128x^6y^6}}$ với $x < 0$ và $y \neq 0$

e) $\frac{x}{y} \cdot \sqrt{\frac{x^2}{y^4}}$ với $x > 0, y \neq 0$

f) $2y^2 \cdot \sqrt{\frac{x^4}{4y^2}}$ với $y < 0$

g) $5xy \cdot \sqrt{\frac{25x^2}{y^6}}$ với $x < 0, y > 0$

h) $0,2x^3y^3 \cdot \sqrt{\frac{16}{x^4y^8}}$ với $x \neq 0, y \neq 0$

i) $xy^2 \cdot \sqrt{\frac{3}{x^2y^4}}$ với $x < 0, y \neq 0$

j) $\sqrt{\frac{27(x-3)^2}{48}}$ với $x > 3$

k) $(x-y) \cdot \sqrt{\frac{xy}{(x-y)^2}}$ với $x < y, y < 0$

l) $\sqrt{\frac{9+12x+4x^2}{y^2}}$ với $x > -1,5$ và $y < 0$

HD:

a) $\frac{\sqrt{63y^3}}{\sqrt{7y}}$ với $y > 0$.

Ta có: $\frac{\sqrt{63y^3}}{\sqrt{7y}} = \sqrt{\frac{63y^3}{y}} = \sqrt{9y^2} = 3y$ (vì $y > 0$).

b) $\frac{\sqrt{48x^3}}{\sqrt{3x^5}}$ với $x > 0$.

Ta có: $\frac{\sqrt{48x^3}}{\sqrt{3x^5}} = \sqrt{\frac{48x^3}{3x^5}} = \sqrt{\frac{16}{x^2}} = \frac{4}{x}$ (vì $x > 0$).

c) $\frac{\sqrt{45mn^2}}{\sqrt{20m}}$ với $m > 0; n > 0$.

Ta có: $\frac{\sqrt{45mn^2}}{\sqrt{20m}} = \sqrt{\frac{45n^2}{20}} = \sqrt{\frac{9n^2}{4}} = \frac{3n}{2}$.

d) $\frac{\sqrt{16x^4y^6}}{\sqrt{128x^6y^6}} = \sqrt{\frac{16x^4y^6}{128x^6y^6}} = \sqrt{\frac{1}{8x^2}} = -\frac{1}{2x\sqrt{2}}$ với $x < 0$ và $y \neq 0$.

e) $\frac{x}{y} \cdot \sqrt{\frac{x^2}{y^4}}$ với $x > 0, y \neq 0$.

Ta có: $\frac{x}{y} \cdot \sqrt{\frac{x^2}{y^4}} = \frac{x}{y} \cdot \sqrt{\left(\frac{x}{y^2}\right)^2} = \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y^2} = \frac{x^2}{y^3}$ (vì $x > 0, y \neq 0$).

f) $2y^2 \cdot \sqrt{\frac{x^4}{4y^2}}$ với $y < 0$.

Ta có: $2y^2 \cdot \sqrt{\frac{x^4}{4y^2}} = 2y^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{x^2}{2y}\right)^2} = -2y^2 \cdot \frac{x^2}{2y} = -x^2y$ (vì $y < 0$).

g) $5xy \cdot \sqrt{\frac{25x^2}{y^6}}$ với $x < 0; y > 0$.

Ta có: $5xy \cdot \sqrt{\frac{25x^2}{y^6}} = 5xy \cdot \frac{-5x}{y^3} = -\frac{25x^2}{y^2}$ (vì $x < 0; y > 0$).

h) $0,2x^3y^3 \cdot \sqrt{\frac{16}{x^4y^8}}$ với $x \neq 0; y \neq 0$.

Ta có: $0,2x^3y^3 \cdot \sqrt{\frac{16}{x^4y^8}} = 0,2x^3y^3 \cdot \frac{4}{x^2y^4} = \frac{0,8x}{y}$ (vì $x \neq 0; y \neq 0$).

i) $xy^2 \cdot \sqrt{\frac{3}{x^2y^4}}$ với $x < 0; y \neq 0$.

Ta có: $xy^2 \cdot \sqrt{\frac{3}{x^2y^4}} = -xy^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{xy^2} = -\sqrt{3}$ (vì $x < 0; y \neq 0$).

j) $\sqrt{\frac{27(x-3)^2}{48}}$ với $x > 3$.

Ta có: $\sqrt{\frac{27(x-3)^2}{48}} = \sqrt{\left[\frac{3(x-3)}{4}\right]^2} = \frac{3(x-3)}{4}$ (vì $x > 3$).

k) $(x-y) \cdot \sqrt{\frac{xy}{(x-y)^2}}$ với $x < y < 0$.

Ta có : $(x-y) \cdot \sqrt{\frac{xy}{(x-y)^2}} = (x-y) \cdot \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{(x-y)^2}} = -\sqrt{xy}$ (vì $x < y < 0$).

1) $\sqrt{\frac{9+12x+4x^2}{y^2}}$ với $x > -1,5$ và $y < 0$.

Ta có: $\sqrt{\frac{9+12x+4x^2}{y^2}} = \sqrt{\frac{(3+2x)^2}{y^2}} = -\frac{3+2x}{y}$ (vì $x > -1,5$ và $y < 0$).

Bài 2: Rút gọn biểu thức sau:

a) $\frac{2}{2x-1} \sqrt{5x^2(1-2x)^2}$ với $x > 0,5$ b) $\frac{2}{x^2-y^2} \sqrt{\frac{3(x+y)^2}{2}}$ với $x, y > 0$ và $x \neq y$

HD:

a) $\frac{2}{2x-1} \cdot \sqrt{5x^2 \cdot (1-2x)^2} = \frac{2}{2x-1} \cdot |x| \cdot |1-2x| \sqrt{5} = \frac{-2x \cdot (2x-1)}{2x-1} \sqrt{5} = -2\sqrt{5}x$ với $x > 0,5$

b) $\frac{2}{x^2-y^2} \cdot \sqrt{\frac{3(x+y)^2}{2}} = \frac{2}{(x-y) \cdot (x+y)} \cdot (x+y) \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{x-y}$ với $x, y > 0; x \neq y$

Bài 3: Rút gọn

a) $A = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{15}}{\sqrt{8} - \sqrt{12}}$

b) $B = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{15}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}}$

c) $C = \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + \sqrt{2}}$

d) $D = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{5 - 2\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4}$

HD:

a) $A = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{15}}{\sqrt{8} - \sqrt{12}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{4} \cdot \sqrt{3}} \rightarrow A = \frac{\sqrt{5}}{2}$

b) $B = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{15}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}} = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{-\sqrt{21}}{7}$

c) $C = \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

d) $D = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{5 - 2\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} - 2)}{2(\sqrt{5} - 2)} = \sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

Bài 4: Rút gọn biểu thức rồi tính

a. $A = \sqrt{\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{b}+1}} : \sqrt{\frac{\sqrt{b}-1}{\sqrt{a}+1}}$ tại $a=7,25 ; b=3,25$

b. $B = \sqrt{15a^2 - 8a\sqrt{15} + 16}$ tại $a = \sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{\frac{5}{3}} = \frac{8}{\sqrt{15}}$

c. $C = \frac{(x-6)^2}{|5-x|} - \frac{x^2-36}{x-5}$ ($x < 5$) tại $x = 4$

d. $D = 5x - \sqrt{125} + \frac{\sqrt{x^3+5x^2}}{\sqrt{x+5}}$ ($x \geq 0$) tại $x = \sqrt{5}$

e. $E = \sqrt{a^2 + 2\sqrt{a^2-1}} - \sqrt{a^2 - 2\sqrt{a^2-1}}$ với $a = \sqrt{5}$

HD:

a) $A = \sqrt{\frac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{b}-1)(\sqrt{b}+1)}} = \sqrt{\frac{a-1}{b-1}} = \frac{5}{3}$ ($a=7,25, b=3,25$)

b. $B = \sqrt{15a^2 - 8a\sqrt{15} + 16} = \sqrt{15 \cdot \left(\frac{8}{\sqrt{15}}\right)^2 - 8 \cdot \frac{8}{\sqrt{15}} \cdot \sqrt{15} + 16} = \sqrt{8^2 - 8^2 + 16} = \sqrt{16} = 4$

c. Do $x < 5 \Rightarrow 5-x > 0 \Rightarrow |5-x| = 5-x \Rightarrow C = \frac{(x-6)^2 + (x^2-36)}{5-x} = \frac{2x^2-12x}{5-x} = -16$

d. Ta có : $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x^3+5x^2}$ và $\sqrt{x+5}$ luôn có nghĩa. Vậy D luôn xác định

$$D = 5x - \sqrt{125} + \frac{\sqrt{x^3+5x^2}}{\sqrt{x+5}} = 5x - \sqrt{125} + \frac{\sqrt{x^2 \cdot (x+5)}}{\sqrt{x+5}} = 5x - \sqrt{125} + |x| = 6x - 5\sqrt{5} \quad (x \geq 0)$$

$\Rightarrow D = \sqrt{5}$

e. $E = \sqrt{a^2 + 2\sqrt{a^2-1}} - \sqrt{a^2 - 2\sqrt{a^2-1}}$
 $= \sqrt{(a^2-1) + 2\sqrt{a^2-1} + 1} - \sqrt{(a^2-1) - 2\sqrt{a^2-1} + 1}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{(\sqrt{a^2-1}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{a^2-1}-1)^2} = |\sqrt{a^2-1}+1| - |\sqrt{a^2-1}-1| \\ &= \left| \sqrt{(\sqrt{5})^2-1}+1 \right| - \left| \sqrt{(\sqrt{5})^2-1}-1 \right| \\ &= \left| \sqrt{4}+1 \right| - \left| \sqrt{4}-1 \right| = |2+1| - |2-1| = 2 \end{aligned}$$

Dạng 3: Giải phương trình

Phương pháp giải Khi giải phương trình chứa căn thức, luôn cần chú ý đến các điều kiện đi kèm.

$$\begin{aligned} +) \sqrt{A} = B &\Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases} & +) \sqrt{A} = \sqrt{B} &\Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \text{ (hoac } A \geq 0) \\ A = B \end{cases} \end{aligned}$$

Bài 1: Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{4x+20} - 3\sqrt{5+x} + \frac{4}{3}\sqrt{9x+45} = 6$

b) $\sqrt{25x-25} - \frac{15}{2}\sqrt{\frac{x-1}{9}} = 6 + \sqrt{x-1}$

c) $\sqrt{4x-20} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} + \sqrt{x-5} = 4$

d) $\sqrt{16x+16} - \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} = 16 - \sqrt{x+1}$.

HD:

a) $\sqrt{4x+20} - 3\sqrt{5+x} + \frac{4}{3}\sqrt{9x+45} = 6$

ĐK: $x \geq -5$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow 2\sqrt{x+5} - 3\sqrt{x+5} + 4\sqrt{x+5} = 6 \\ &\Leftrightarrow 3\sqrt{x+5} = 6 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x+5} = 2 \\ &\Leftrightarrow x+5 = 4 \\ &\Leftrightarrow x = -1(TM) \end{aligned}$$

Vậy PT có nghiệm là: $x = -1$

b) $\sqrt{25x-25} - \frac{15}{2}\sqrt{\frac{x-1}{9}} = 6 + \sqrt{x-1}$

ĐK: $x \geq 1$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow 5\sqrt{x-1} - \frac{15}{2.3}\sqrt{x-1} = 6 + \sqrt{x-1} \\ &\Leftrightarrow 10\sqrt{x-1} - 5\sqrt{x-1} = 12 + 2\sqrt{x-1} \\ &\Leftrightarrow 3\sqrt{x-1} = 12 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 4 \\ &\Leftrightarrow x-1 = 16 \\ &\Leftrightarrow x = 17(TM) \end{aligned}$$

Vậy PT có nghiệm là: $x = 17$

c) $\sqrt{4x-20} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} + \sqrt{x-5} = 4$

ĐK: $x \geq 5$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow 2\sqrt{x-5} - \sqrt{x-5} + \sqrt{x-5} = 4 \\ &\Leftrightarrow 2\sqrt{x-5} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x-5} = 2 \\ &\Leftrightarrow x-5 = 4 \\ &\Leftrightarrow x = 9(TM) \end{aligned}$$

Vậy PT có nghiệm là: $x = 9$

d) $\sqrt{16x+16} - \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} = 16 - \sqrt{x+1}$.

ĐK: $x \geq -1$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow 4\sqrt{x+1} - 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+1} = 16 - \sqrt{x+1} \\ &\Leftrightarrow 4\sqrt{x+1} = 16 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 4 \\ &\Leftrightarrow x+1 = 16 \\ &\Leftrightarrow x = 15(TM) \end{aligned}$$

Vậy PT có nghiệm là: $x = 15$

Bài 2: Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{1-x^2} = x-1$

b) $\sqrt{x^2+4x+4} = x-2$

c) $\sqrt{2x^2+7} = 2-x$

d) $\sqrt{x^2+4x+3} = x-2$

e) $\sqrt{x^2-4} + 2 - x = 0$

f) $\sqrt{x^2-4x+4} = 2x-1$

g) $\sqrt{(2x+4)(x-1)} = x+1$

h) $\sqrt{2x^2+4x-1} = x-2$.

HD:

a) $\sqrt{1-x^2} = x-1$

ĐK: $x \geq 1$

$$\sqrt{1-x^2} = x-1$$

$$\Leftrightarrow 1-x^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(KTM) \\ x = 1(TM) \end{cases}$$

Vậy nghiệm của PT là: $x = 1$

b) $\sqrt{x^2 + 4x + 4} = x - 2$

ĐK: $x \geq 2$

$$\sqrt{x^2 + 4x + 4} = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = x^2 - 4x + 4$$

$$\Leftrightarrow 4x + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0(KTM)$$

Vậy phương trình trên vô nghiệm.

c) $\sqrt{2x^2 + 7} = 2 - x$

ĐK: $x \leq 2$

$$\sqrt{2x^2 + 7} = 2 - x \Leftrightarrow 2x^2 + 7 = 4 - 4x + x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(TM) \\ x = -3(TM) \end{cases}$$

Vậy nghiệm của PT là: $x = -1; x = -3$

d) $\sqrt{x^2 + 4x + 3} = x - 2$

ĐK: $x \geq 2$

$$\sqrt{x^2 + 4x + 3} = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = x^2 - 4x + 4$$

$$\Leftrightarrow 8x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{8}(KTM)$$

Vậy PT đã cho vô nghiệm.

e) $\sqrt{x^2 - 4} + 2 - x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 4} = x - 2$

ĐK: $x \geq 2$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 4} = x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 4 = x^2 - 4x + 4$$
$$\Leftrightarrow 4x = 8 \Leftrightarrow x = 2(TM)$$

Vậy PT đã cho có nghiệm là: $x = 2$

f) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2x - 1$

ĐK: $x \geq \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow |x - 2| = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 2x - 1 \\ x - 2 = 1 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(KTM) \\ x = 1(TM) \end{cases}$$

Vậy PT đã cho có nghiệm là: $x = 1$

g) $\sqrt{(2x + 4)(x - 1)} = x + 1$

ĐK: $x \geq -1$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 4 = x^2 + 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{5}(KTM) \\ x = \sqrt{5}(TM) \end{cases}$$

Vậy nghiệm của PT đã cho là $x = \sqrt{5}$

h) $\sqrt{2x^2 + 4x - 1} = x - 2$.

ĐK: $x \geq 2$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 4x - 1 = x^2 - 4x + 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 8x - 5 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 8x + 16) - 21 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 4)^2 - 21 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 = \sqrt{21} \\ x + 4 = -\sqrt{21} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 + \sqrt{21}(KTM) \\ x = -4 - \sqrt{21}(KTM) \end{cases}$$

Vậy PT đã cho vô nghiệm.

Bài 3: Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{2x + 9} = \sqrt{5 - 4x}$

b) $\sqrt{2x - 1} = \sqrt{x - 1}$

c) $\sqrt{x + 3} = \sqrt{x + 3}$

d) $\sqrt{x^2 - x} = \sqrt{3 - x}$

e) $\sqrt{x^2 + 3x + 1} = \sqrt{x + 1}$

f) $\sqrt{2x^2 - 3} = \sqrt{4x - 3}$

g) $\sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{x - 3}$

h) $\sqrt{9x^2 - 4x} = \sqrt{2x - 3}$.

HD:

a) $\sqrt{2x + 9} = \sqrt{5 - 4x}$

ĐK: $\frac{-9}{2} \leq x \leq \frac{5}{4}$

$\Leftrightarrow 2x + 9 = 5 - 4x \Leftrightarrow 6x = -4 \Leftrightarrow x = \frac{-2}{3} (TM)$

Vậy PT đã cho có nghiệm là $x = \frac{-2}{3}$

b) $\sqrt{2x - 1} = \sqrt{x - 1}$

ĐK: $x \geq 1$

$\Leftrightarrow 2x - 1 = x - 1 \Leftrightarrow x = 0 (KTM)$

Vậy PT đã cho vô nghiệm.

c) $\sqrt{x + 3} = \sqrt{x + 3}$

ĐK: $x \geq -3$

$\Leftrightarrow x + 3 = x + 3 \Leftrightarrow 0x = 0$

Vậy PT trên có vô số nghiệm thỏa mãn $x \geq -3$

d) $\sqrt{x^2 - x} = \sqrt{3 - x}$

ĐK: $x \leq 0; 1 \leq x \leq 3$

$\Leftrightarrow x^2 - x = 3 - x \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{3} (TM) \\ x = \sqrt{3} (TM) \end{cases}$

Vậy PT đã cho có nghiệm là $x = -\sqrt{3}; x = \sqrt{3}$

e) $\sqrt{x^2 + 3x + 1} = \sqrt{x + 1}$

ĐK: $x \geq -1$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x + 1 = x + 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(TM) \\ x = -2(KTM) \end{cases}$$

Vậy PT đã cho có nghiệm là $x = 0$

f) $\sqrt{2x^2 - 3} = \sqrt{4x - 3}$

ĐK: $x \geq \frac{3}{4}$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 3 = 4x - 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow 2x(x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(KTM) \\ x = 2(TM) \end{cases}$$

Vậy PT đã cho có nghiệm $x = 2$

g) $\sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{x - 3}$

ĐK: $x \geq 3$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = x - 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(KTM) \\ x = -3(KTM) \end{cases}$$

Vậy PT vô nghiệm.

h) $\sqrt{9x^2 - 4x} = \sqrt{2x - 3}$.

ĐK: $x \geq \frac{3}{2}$

$$\Leftrightarrow 9x^2 - 4x = 2x - 3 \Leftrightarrow 9x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 - 6x + 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow (3x - 1)^2 + 2 = 0$$

Vậy PT vô nghiệm.

Bài 4: Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{x + 4\sqrt{x - 4}} = 5$

b) $\sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} = 2$

c) $\sqrt{x + 2 - 4\sqrt{x - 2}} + \sqrt{x + 7 - 6\sqrt{x - 2}} = 1$ d) $\sqrt{x + 2 - 3\sqrt{2x - 5}} + \sqrt{x + 2 + 3\sqrt{2x - 5}} = 2\sqrt{2}$.

HD:

a) $\sqrt{x + 4\sqrt{x - 4}} = 5$

ĐK: $x \geq 4$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \sqrt{x-4+4\sqrt{x-4}+4} = 5 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{x-4}+2)^2} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{x-4}+2 = 5 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x-4} = 3 \Leftrightarrow x-4 = 9 \Leftrightarrow x = 13(TM) \end{aligned}$$

Vậy PT có nghiệm là: $x = 13$

b) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$

ĐK: $x \geq 1$

$$\begin{aligned} &\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x-1+2\sqrt{x-1}+1} + \sqrt{x-1-2\sqrt{x-1}+1} = 2 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2} = 2 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x-1}+1 + |\sqrt{x-1}-1| = 2 \end{aligned}$$

* Nếu $\sqrt{x-1}-1 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$ có: $\sqrt{x-1}+1+1-\sqrt{x-1} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2$

Vậy PT có nghiệm đúng với mọi $1 \leq x \leq 2$

* Nếu $\sqrt{x-1}-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$ có: $\sqrt{x-1}+1-1+\sqrt{x-1} = 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{x-1} = 2$
 $\Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 1 \Leftrightarrow x-1 = 1 \Leftrightarrow x = 2(TM)$

Vậy PT có nghiệm là $x = 2$

c) $\sqrt{x+2-4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+7-6\sqrt{x-2}} = 1$

ĐK: $x \geq 2$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \sqrt{x-2-4\sqrt{x-2}+4} + \sqrt{x-2-6\sqrt{x-2}+9} = 1 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{x-2}-2)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-2}-3)^2} = 1 \\ &\Leftrightarrow |\sqrt{x-2}-2| + |\sqrt{x-2}-3| = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\hspace{10em} -\sqrt{x-2}+2-\sqrt{x-2}+3 = 1 \\ * \text{ Nếu } 2 \leq x \leq 6 \text{ ta có: } &\Leftrightarrow -2\sqrt{x-2} = -4 \Leftrightarrow \sqrt{x-2} = 2 \Leftrightarrow x-2 = 4 \\ &\Leftrightarrow x = 6(TM) \end{aligned}$$

PT có nghiệm: $x = 6$

* Nếu $6 < x < 11$

ta có: $\sqrt{x-2}-2-\sqrt{x-2}+3=1$
 $\Leftrightarrow 0\sqrt{x-2}=0$

PT có nghiệm đúng với mọi $6 < x < 11$

* Nếu $x \geq 11$ ta có: $\sqrt{x-2}-2+\sqrt{x-2}-3=1$
 $\Leftrightarrow 3\sqrt{x-2}=6 \Leftrightarrow \sqrt{x-2}=2 \Leftrightarrow x=6(KTM)$

Vậy không có giá trị nào của x.

d) $\sqrt{x+2-3\sqrt{2x-5}} + \sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}} = 2\sqrt{2}$.

ĐK: $x \geq \frac{5}{2}$

$\Leftrightarrow \sqrt{2x-5-6\sqrt{2x-5}+9} + \sqrt{2x-5+6\sqrt{2x-5}+9} = 4$

$\Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{2x-5}-3)^2} + \sqrt{(\sqrt{2x-5}+3)^2} = 4$

$\Leftrightarrow |\sqrt{2x-5}-3| + \sqrt{2x-5}+3 = 4$

* Nếu $\frac{5}{2} \leq x \leq 7$

Ta có: $3-\sqrt{2x-5}+\sqrt{2x-5}+3=4 \Leftrightarrow 6=4(VL)$

Vậy không có giá trị nào của x.

* Nếu $x > 7$

$\sqrt{2x-5}-3+\sqrt{2x-5}+3=4 \Leftrightarrow 2\sqrt{2x-5}=4$

Ta có: $\Leftrightarrow \sqrt{2x-5}=2 \Leftrightarrow 2x-5=4 \Leftrightarrow x=\frac{9}{2}(KTM)$

Vậy không có giá trị nào của x.

Bài 5: Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{x^2-3x+5} + x^2-3x = 7$

b) $5\sqrt{x^2+5x+28} = x^2+5x+4$

c) $2\sqrt{2x^2-3x+5} = 2x^2-3x-6$

d) $\sqrt{2x^2+3x+9} + 2x^2+3x = 33$

HD:

a) $\sqrt{x^2-3x+5} + x^2-3x = 7 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-3x+5} + x^2-3x+5 = 12$

Đặt $\sqrt{x^2-3x+5} = t (t \geq 0)$

Ta có: $t^2 + t = 12 \Leftrightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4(KTM) \\ t = 3(TM) \end{cases}$

$$\sqrt{x^2 - 3x + 5} = 3 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 5 - 9 = 0$$

Khi $t = 3$ ta có: $\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$

Vậy PT có nghiệm là: $x = -1; x = 4$

b) $5\sqrt{x^2 + 5x + 28} = x^2 + 5x + 4$
 $\Leftrightarrow 5\sqrt{x^2 + 5x + 28} = x^2 + 5x + 28 - 24$

Đặt $\sqrt{x^2 + 5x + 28} = t (t \geq 0)$

Ta có: $5t = t^2 - 24 \Leftrightarrow t^2 - 5t - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 8(TM) \\ t = -3(KTM) \end{cases}$

$$\sqrt{x^2 + 5x + 28} = 8 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 28 - 64 = 0$$

Khi $t = 8$ ta có: $\Leftrightarrow x^2 + 5x - 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -9 \end{cases}$

Vậy PT có nghiệm là: $x = -9; x = 4$

c) $2\sqrt{2x^2 - 3x + 5} = 2x^2 - 3x - 6$
 $\Leftrightarrow 2\sqrt{2x^2 - 3x + 5} = 2x^2 - 3x + 5 - 11$

Đặt $\sqrt{2x^2 - 3x + 5} = t (t \geq 0)$

Ta có: $2t = t^2 - 11 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{10} + 1(TM) \\ t = 1 - \sqrt{10}(KTM) \end{cases}$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 5} = 1 + \sqrt{10} \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 5 - 11 - 2\sqrt{10} = 0$$

Khi $t = 1 + \sqrt{10}$ ta có: $\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 6 - 2\sqrt{10} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{57 + 16\sqrt{10}}}{4} \\ x = \frac{3 - \sqrt{57 + 16\sqrt{10}}}{4} \end{cases}$

Vậy PT có nghiệm là $x = \frac{3 + \sqrt{57 + 16\sqrt{10}}}{4}; x = \frac{3 - \sqrt{57 + 16\sqrt{10}}}{4}$

d) $\sqrt{2x^2 + 3x + 9} + 2x^2 + 3x = 33$
 $\Leftrightarrow \sqrt{2x^2 + 3x + 9} + 2x^2 + 3x + 9 = 42$

Đặt $\sqrt{2x^2 + 3x + 9} = t (t \geq 0)$

Ta có: $t + t^2 = 42 \Leftrightarrow t^2 + t - 42 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 6(TM) \\ t = -7(KTM) \end{cases}$

$$\sqrt{2x^2 + 3x + 9} = 6 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x + 9 - 36 = 0$$

Khi $t = 6$ ta có: $\Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{-9}{2} \end{cases}$

Vậy PT có nghiệm là $x = 3; x = \frac{-9}{2}$

Bài 6: Giải các phương trình sau

a. $1 + \sqrt{3x + 1} = 3x$

b. $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = 3x - 6$

c. $\sqrt{2 + \sqrt{3x - 5}} = \sqrt{x + 1}$

d. $\sqrt{\frac{5x + 7}{x + 3}} = 4$

HD :

a. Điều kiện:

$$x \geq \frac{1}{3} \Rightarrow (1) \Leftrightarrow 3x - 1 = \sqrt{3x + 1} \Leftrightarrow (3x - 1)^2 = 3x + 1 \Leftrightarrow 9x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(loai) \\ x = 1(tm) \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2 + 6x + 9} = 3x - 6 \Leftrightarrow \sqrt{(x + 3)^2} = 3x - 6 \Leftrightarrow |x + 3| = 3x - 6$$

b. $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 6 \geq 0 \\ x + 3 = 3x - 6 \\ x + 3 = -3x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = \frac{9}{2}(tm) \\ x = \frac{3}{4}(loai) \end{cases}$

c. Điều kiện: $\begin{cases} 3x - 5 \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{3}$

$$\begin{aligned} \sqrt{2+\sqrt{3x-5}} &= \sqrt{x+1} \Leftrightarrow 2+\sqrt{3x-5} = x+1 \\ \Leftrightarrow \sqrt{3x-5} &= x-1 \Leftrightarrow 3x-5 = x^2 - 2x+1 \\ \Leftrightarrow (x-3)(x-2) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(tm) \\ x = 3(tm) \end{cases} \end{aligned}$$

d. Điều kiện: $\frac{5x+7}{x+3} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+7 \geq 0 \\ x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{7}{5} \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{5} \leq x < -3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x+7 \leq 0 \\ x+3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{7}{5} \\ x < -3 \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{5x+7}{x+3}} = 4 \Leftrightarrow \frac{5x+7}{x+3} = 16 \Leftrightarrow x = \frac{-41}{11} (tm)$$

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1:Thực hiện phép tính

a) $\sqrt{1,6} \cdot \sqrt{250} + \sqrt{19,6} : \sqrt{4,9}$

b) $\sqrt{1\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{7} \cdot 5\frac{4}{9}}$

HD:

a) $\sqrt{1,6} \cdot \sqrt{250} + \sqrt{19,6} : \sqrt{4,9} = 22$

b) $\sqrt{1\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{7} \cdot 5\frac{4}{9}} = \frac{14}{3}$

Bài 2:Thực hiện phép tính

a) $A = (20\sqrt{300} - 15\sqrt{675} + 5\sqrt{75}) : \sqrt{15}$

b) $B = (\sqrt{325} - \sqrt{117} + 2\sqrt{208}) : \sqrt{13}$

HD:

a) $A = (20\sqrt{300} - 15\sqrt{675} + 5\sqrt{75}) : \sqrt{15} = 0$

b) $B = (\sqrt{325} - \sqrt{117} + 2\sqrt{208}) : \sqrt{13} = 10$

Bài 3: Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = \frac{2u + \sqrt{uv} - 3v}{2u - 5\sqrt{uv} + 3v} (u \geq 0; v \geq 0; u \neq \frac{9}{4}v)$

b) $B = \frac{x + \sqrt{5}}{x^2 + 2x\sqrt{5} + 5} (x \neq -\sqrt{5})$

HD:

$$a. A = \frac{2u + \sqrt{uv} - 3v}{2u - 5\sqrt{uv} + 3v} (u \geq 0; v \geq 0; u \neq \frac{9}{4}v) = \frac{(\sqrt{u} - \sqrt{v})(2\sqrt{u} + 3\sqrt{v})}{(\sqrt{u} - \sqrt{v})(2\sqrt{u} - 3\sqrt{v})} = \frac{2\sqrt{u} + 3\sqrt{v}}{2\sqrt{u} - 3\sqrt{v}}$$

$$b. B = \frac{x + \sqrt{5}}{x^2 + 2x\sqrt{5} + 5} (x \neq -\sqrt{5})$$

Bài 4: Rút gọn các biểu thức sau

$$a) A = \frac{x^2 - 2x\sqrt{2} + 2}{x^2 - 2} (x \neq \pm\sqrt{2})$$

$$b) B = \frac{x + \sqrt{5}}{x^2 + 2x\sqrt{5} + 5} (x \neq -\sqrt{5})$$

HD:

$$a) A = \frac{x^2 - 2x\sqrt{2} + 2}{x^2 - 2} (x \neq \pm\sqrt{2}) \rightarrow A = \frac{(x - \sqrt{2})^2}{(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})} = \frac{x - \sqrt{2}}{x + \sqrt{2}}$$

$$b) B = \frac{x + \sqrt{5}}{x^2 + 2x\sqrt{5} + 5} (x \neq -\sqrt{5}) = \frac{x + \sqrt{5}}{(x + \sqrt{5})^2} = \frac{1}{x + \sqrt{5}}$$

Bài 5: Giải các phương trình sau $\sqrt{25t^2 - 9} = 2\sqrt{5t - 3}$

HD:

$$\sqrt{25t^2 - 9} = 2\sqrt{5t - 3} \Leftrightarrow \sqrt{25t^2 - 9} = \sqrt{4(5t - 3)} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{5} \text{ (loại)} \\ t = \frac{3}{5} \text{ (tm)} \end{cases}$$