THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

I. Các công thức cần nhớ

1. *Thể tích khối chóp*: $\boxed{V = \frac{1}{3}B.h}$

B : Diện tích mặt đáy.
h : Chiều cao của khối chóp.

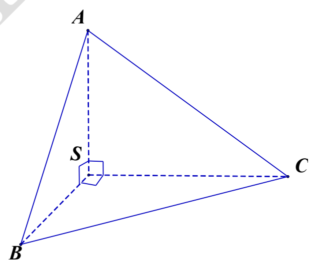
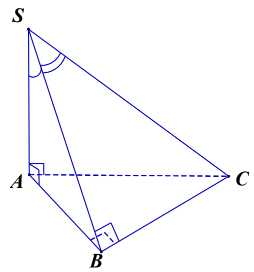
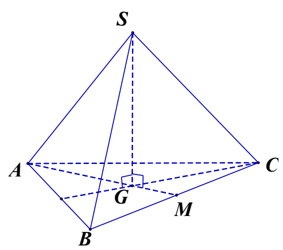
2. *Tỉ số thể tích:* $\boxed{\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}}$

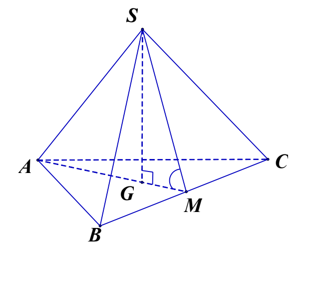
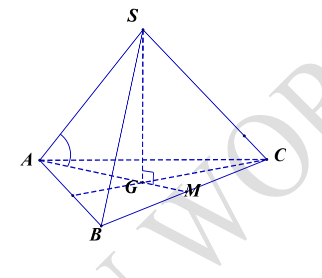
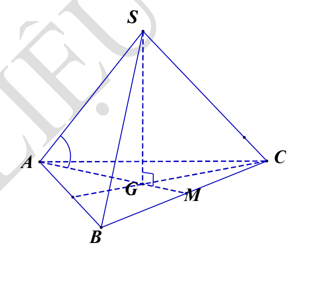
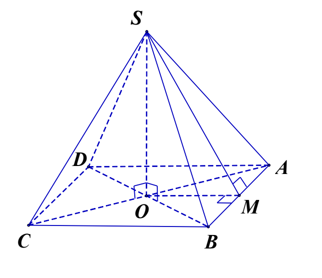
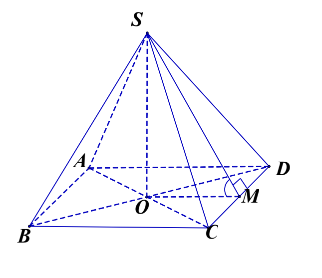
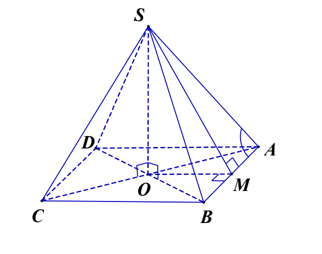
3. *Hình chóp cụt* $ABC.A'B'C'$

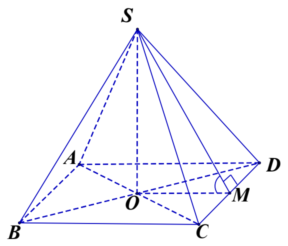
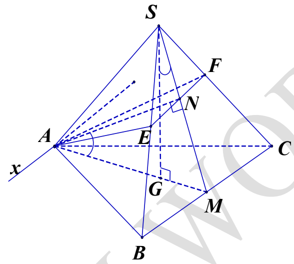
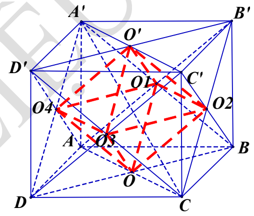
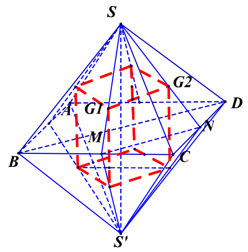
$$\boxed{V = \frac{h}{3}\ B + B' + \sqrt{BB'}}$$

Với B, B', h là diện tích hai đáy và chiều cao.

II. Một số công thức tính nhanh thể tích các khối chóp thường gặp

TÍNH CHẤT	HÌNH VẼ
Cho hình chóp $SABC$ với các mặt phẳng $(SAB),(SBC),(SAC)$ vuông góc với nhau từng đôi một, diện tích các tam giác SAB, SBC, SAC lần lượt là S_1, S_2, S_3. Khi đó: $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{2S_1.S_2.S_3}}{3}$	
Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC), hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $BSC = \alpha, ASB = \beta$. Khi đó: $V_{S.ABC} = \frac{SB^3.\sin 2\alpha.\tan\beta}{12}$	
Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên bằng b. Khi đó: $V_{S.ABC} = \frac{a^2\sqrt{3b^2 - a^2}}{12}$	

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc α. Khi đó: $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\tan\alpha}{24}$	
Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên bằng b và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy góc β. Khi đó: $V_{S.ABC}=\dfrac{\sqrt{3}b^3.\sin\beta\cos^2\beta}{4}$	
Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh đáy bằng a, cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy góc β. Khi đó: $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3.\tan\beta}{12}$	
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, và $SA=SB=SC=SD=b$. Khi đó: $V_{S.ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{4b^2-2a^2}}{6}$	
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc tạo bởi mặt bên và mặt phẳng đáy là α. Khi đó: $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3.\tan\alpha}{6}$	
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, $SAB=\alpha$, với $\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$ Khi đó: $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{\tan^2\alpha-1}}{6}$	

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng a, góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy là α với $\alpha \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó: $V_{S.ABCD}=\dfrac{4a^3.\tan\alpha}{3\sqrt{\left(2+\tan^2\alpha\right)^3}}$	
Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A song song với BC và vuông góc với (SBC), góc giữa (P) với mặt phẳng đáy là α. Khi đó: $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\cot\alpha}{24}$	
Khối tám mặt đều có đỉnh là tâm các mặt của hình lập phương cạnh a. Khi đó: $V=\dfrac{a^3}{6}$	
Cho khối tám mặt đều cạnh a. Nối tâm của các mặt bên ta được khối lập phương. Khi đó: $V=\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{27}$	

III. Một số công thức tính thể tích tứ diện đặc biệt

ĐIỀU KIỆN TỨ DIỆN	CÔNG THỨC
$\begin{cases} SA=a,SB=b,SC=c \\ ASB=\alpha,BSC=\beta,CSA=\varphi \end{cases}$	$V_{S.ABC}=\dfrac{abc}{6}\sqrt{1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta-\cos^2\varphi+2\cos\alpha\cos\beta\cos\varphi}$ *Công thức tính khi biết 3 cạnh, 3 góc ở đỉnh 1 tứ diện*
$\begin{cases} AB=a,CD=b \\ d\left(AB,CD\right)=d,\left(AB,CD\right)=\alpha \end{cases}$	$V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}abd\sin\alpha$ *Công thức tính khi biết 2 cạnh đối, khoảng cách và góc 2 cạnh đó*
$\begin{cases} S_{\Delta SAB}=S_1,S_{\Delta SAC}=S_2,SA=a \\ \left(\left(SAB\right),\left(SAC\right)\right)=\alpha \end{cases}$	$V_{SABC}=\dfrac{2S_1S_2\sin\alpha}{3a}$ *Công thức tính khi biết một cạnh, diện tích và góc giữa 2 mặt kề*

$\begin{cases} SA = a, SB = b, SC = c \\ \left(\left(SAB\right),\left(SAC\right)\right) = \alpha \\ ASB = \beta, ASC = \varphi \end{cases}$	$V_{S.ABC} = \dfrac{abc}{6}\sin\alpha\sin\beta\sin\varphi$ *Công thức tính khi biết 3 cạnh, 2 góc ở đỉnh và 1 góc nhị diện*
Tứ diện đều tất cả các cạnh bằng a	$V_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$
Tứ diện gần đều $\begin{cases} AB = CD = a \\ AC = BD = b \\ AD = BC = c \end{cases}$	$V_{ABCD} = \dfrac{\sqrt{2}}{12}\sqrt{\left(a^2+b^2-c^2\right)\left(b^2+c^2-a^2\right)\left(a^2+c^2-b^2\right)}$

Dạng 1. Khối chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy

1. ***Phương pháp giải toán***

Ta có thể tích khối chóp $V = \dfrac{1}{3}.h.S$ với h: độ dài đường cao và S: diện tích đáy.

Khối chóp có cạnh bên vuông góc với đáy ta suy ra cạnh bên vuông góc với đáy là đường cao của chóp hay $h =$ độ dài cạnh bên vuông góc với đáy.

2. ***Các ví dụ minh họa***

Ví dụ 1: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 4$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 24. **B.** 8. **C.** 72. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp đã cho được tính theo công thức $V = \dfrac{1}{3}Bh = \dfrac{1}{3}.4.6 = 8$.

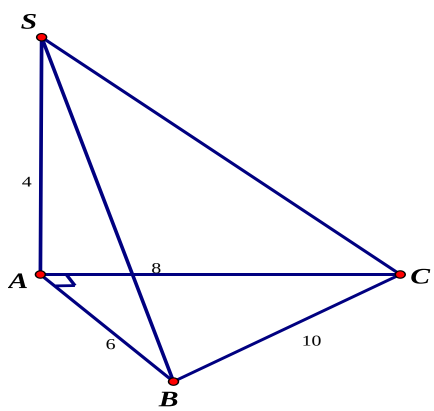
Ví dụ 2: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 8a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$ **B.** $\dfrac{4}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $\dfrac{8}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp đã cho bằng $V = \dfrac{1}{3}.B.h = \dfrac{1}{3}.8a^2.a = \dfrac{8}{3}a^3$.



Ví dụ 3. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 40$. **B.** $V = 192$.

C. $V = 32$. **D.** $V = 24$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 10^2 = BC^2$ suy ra tam giác ABC vuông tại A,do đó diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}.6.8 = 24$

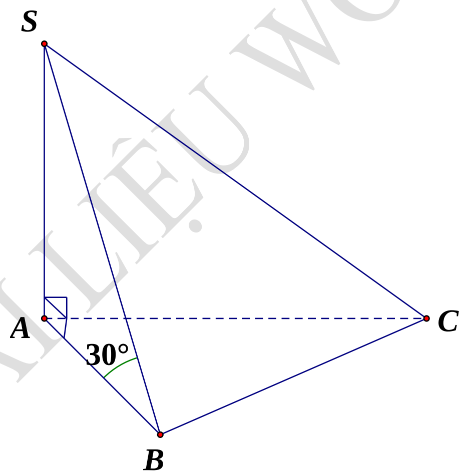
Vậy $V_{SABC} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.4.24 = 32$.

Ví dụ 4. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC), đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC = 2a$, góc giữa SB và (ABC) là $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ta có AB là hình chiếu của SB lên (ABC) suy ra góc giữa SB và (ABC) là góc $SBA = 30°$.

Tam giác ABC vuông cân tại A, $BC = 2a$

$\Rightarrow AB = AC = a\sqrt{2}$.

Xét ΔSAB vuông tại A có

$SA = AB.\tan 30° = a\sqrt{2}.\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB^2 = a^2$. Vậy

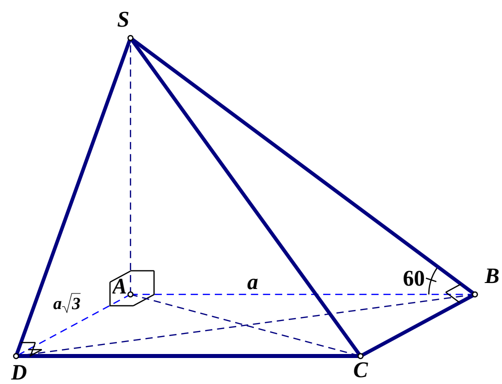
$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{3}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Ví dụ 5. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60^o. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 3a^3$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = \frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $S_{ABCD} = AB.AD = a.a\sqrt{3} = \sqrt{3}a^2$.

Dễ thấy $BC \perp AB; BC \perp SB \Rightarrow SBA = 60^o$.

Xét tam giác vuông $SAB\left(A = 1v\right)$ có:

$\tan 60^o = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB\tan 60^o = a\sqrt{3}$

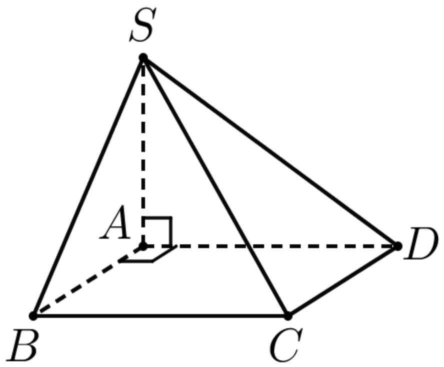
Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}a^2\sqrt{3}.a\sqrt{3} = a^3$.

Ví dụ 6:: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng SAB một góc bằng 30^0. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{18}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Xác định: $SD;\ SAB \;=\; SD;SA \;= DSA = 30^0$.

Chiều cao khối chóp: $SA = AD.\cot DSA = a\sqrt{3}$.

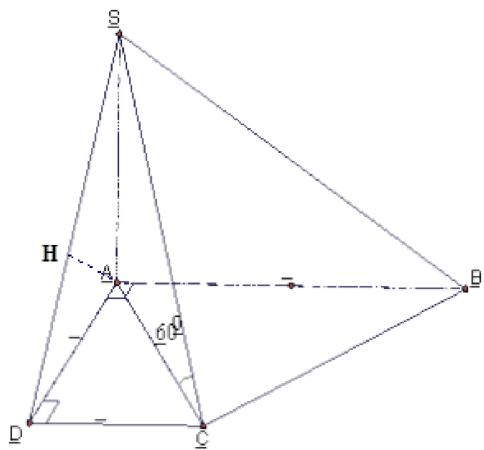
Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Ví dụ 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có $AB = 2AD = 2CD$, SA vuông góc với đáy $\left(ABCD\right)$. Góc giữa SC và đáy bằng $60°$. Biết khoảng cách từ B đến $\left(SCD\right)$ là $\dfrac{a\sqrt{42}}{7}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Ta có $AB//\left(SCD\right)$ nên

$d\left(B,(SCD)\right) = d\left(A,(SCD)\right) = AH = \dfrac{a\sqrt{42}}{7}$.

Đặt AB = 2AD = 2CD = 2x $\Rightarrow$ AC = $x\sqrt{2}$.

$SCA = 60^0 \Rightarrow AS = AC.\tan 60^0 = x\sqrt{6}$

Mặt khác $AH = \dfrac{AS.AD}{\sqrt{AS^2 + AD^2}} \Rightarrow \dfrac{a\sqrt{42}}{7} = \dfrac{x\sqrt{6}.x}{\sqrt{7x^2}}$

$\Rightarrow x = a \Rightarrow SA = a\sqrt{6}$

Diện tích hình thang $ABCD$:

$S_{ABCD} = \dfrac{\left(AB+CD\right).AD}{2} = \dfrac{\left(2a+a\right).a}{2} = \dfrac{3a^2}{2}$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}a\sqrt{6}\dfrac{3a^2}{2} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}a^3$.

Dạng 2. Khối chóp có một mặt bên vuông góc với đáy

3. *Phương pháp giải toán*

Ta có thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}.h.S$ với h: độ dài đường cao và S: diện tích đáy.

Khối chóp có mặt bên vuông góc với đáy ta suy ra đường cao của mặt bên vuông góc với đáy là đường cao của chóp hay $h=$ độ dài đường cao hạ từ đỉnh chóp của mặt bên vuông góc với đáy.

4. *Các ví dụ minh họa*

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

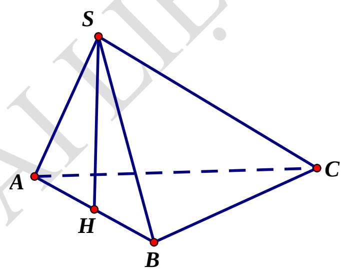
A. $V=\frac{a^3}{2}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\frac{3a^3}{2}$. **D.** $V=3a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

Gọi H là trung điểm của AB.

$$\left.\begin{array}{l}(SAB)\perp(ABC)\\(SAB)\cap(ABC)=AB\\SH\perp AB\\SH\subset(SAB)\end{array}\right\}\Rightarrow SH\perp(ABC)$$



$SH=\frac{AB\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$, $S_{ABC}=\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

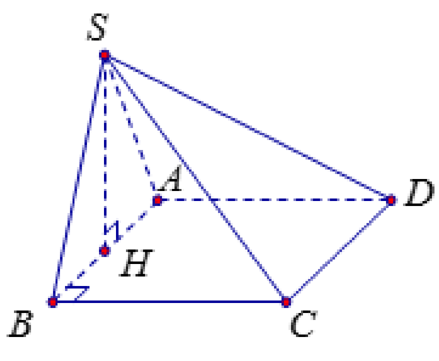
$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SH.S_{ABC}=a^3$.

Ví dụ 2: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC=2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là :

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của AB.

Theo bài tam giác SAB cân tại S nên ta có $SH\perp AB$.

Ta có : $\begin{cases}(SAB)\cap(ABCD)=AB\\ SH\subset(SAB)\\ SH\perp AB\end{cases} \Rightarrow SH\perp(ABCD).$

Xét tam giác BHC vuông tại B có :

$$HC=\sqrt{BH^2+BC^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

Xét tam giác SHC vuông tại H có :

$$SH=\sqrt{SC^2-HC^2}=\sqrt{4a^2-\left(\frac{a\sqrt{10}}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

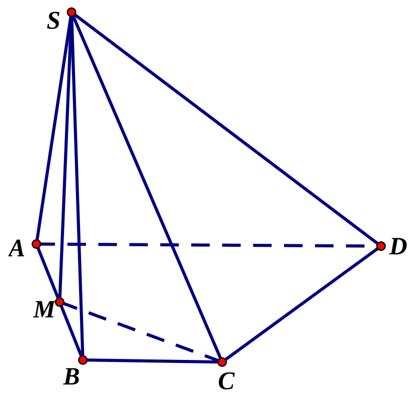
Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.\left(a\sqrt{2}\right)^2.\frac{a\sqrt{6}}{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm cạnh AB. Biết rằng $SC=a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$ **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$. **D.** $V=\frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Gọi M là trung điểm AB. Ta có:

$MC=\sqrt{BC^2+MB^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$ suy ra $SM=\frac{a\sqrt{15}}{2}$.

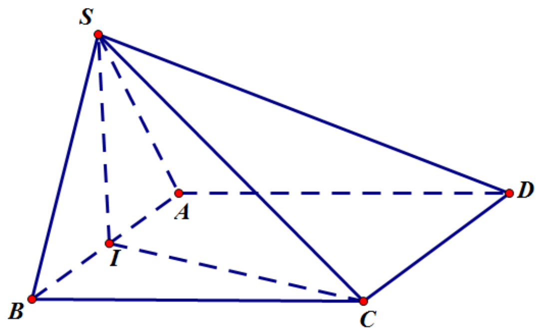
Nên $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}\frac{a\sqrt{15}}{2}.\frac{(a+2a)a}{2}=\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$.

Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Biết $SD=2a\sqrt{3}$ và góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{7}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{13}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **D.** $V=\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn. D



Ta có $SC=SD=2a\sqrt{3}$,

$SI=SC.\sin SCI=2a\sqrt{3}.\sin 30^0=a\sqrt{3}$,

$CI=SC.\cos SCI=2a\sqrt{3}.\cos 30^0=3a$.

$SI=\frac{AB\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AB=2a$.

$BC=\sqrt{CI^2-BI^2}=\sqrt{(3a)^2-a^2}=2a\sqrt{2}$

Từ đó:

$S_{ABCD}=AB.BC=2a.2a\sqrt{2}=4a^2\sqrt{2}$

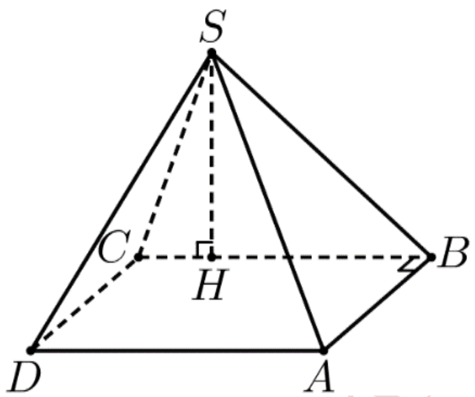
Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SI=\frac{1}{3}.4a^2\sqrt{2}.a\sqrt{3}=\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$.

Ví dụ 5 : Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$, tam giác SBC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đường thẳng SD tạo với mặt phẳng SBC một góc 60^0. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Kẻ $SH\perp BC$. Từ giả thiết suy ra $SH\perp ABCD$.

Xác định được hình chiếu vuông góc của D lên SBC là điểm C.

Do đó: $SD, SBC = SD,SC = DSC = 60^0$.

Tam giác vuông SCD, có $SC=DC.\cot DSC=a$.

Tam giác vuông SBC, có $SB=\sqrt{BC^2-SC^2}=a\sqrt{2}, SH=\frac{SB.SC}{BC}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\frac{1}{3}AB^2.SH=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Dạng 3. Khối chóp đều

5. ***Phương pháp giải toán***

Khối chóp đều có đường cao là đường nối từ đỉnh đến tâm của đa giác đáy

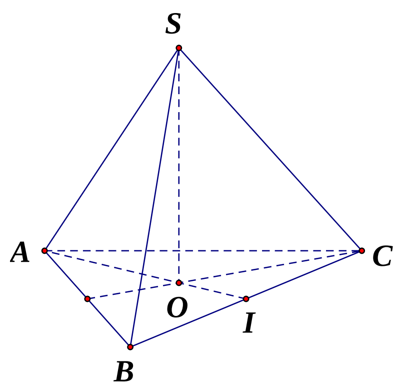
6. ***Các ví dụ minh họa***

Ví dụ 1. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V=\frac{\sqrt{13}a^3}{12}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{11}a^3}{12}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{11}a^3}{6}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{11}a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Do đáy là tam giác đều nên gọi I là trung điểm cạnh BC, khi đó AI là đường cao của tam giác đáy. Theo định lý Pitago ta có $AI=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, và $AO=\frac{2}{3}AI=\frac{2a\sqrt{3}}{3.2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác SOA vuông tại O ta có $SO=\sqrt{4a^2-\frac{a^2}{3}}=\frac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}}$

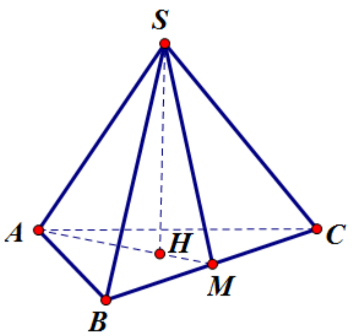
Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}a\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{11}a^3}{12}$.

Ví dụ 2: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{3}$ và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{a^3 7\sqrt{21}}{32}$ **C.** $a^3\sqrt{3}$ **D.** $\frac{a^3 7\sqrt{21}}{96}$

Lời giải

Chọn C



- Theo giải thiết có góc $\angle SMA=60^0$.

Gọi $AB=x$, khi đó $AM=\frac{x\sqrt{3}}{2}, AH=\frac{x\sqrt{3}}{3}, HM=\frac{x\sqrt{3}}{6}$

Ta có: $SH=HM.\tan 60^0=\frac{x}{2}$ và $SH^2=SA^2-AH^2$. Thay vào ta được:

$\frac{x^2}{4}=\frac{21a^2}{9}-\frac{x^2}{3}\Leftrightarrow x=2a$. Suy ra $SH=a, S_{\Delta ABC}=a^2\sqrt{3}$.

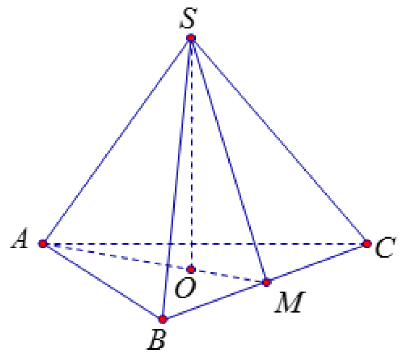
Thể tích khối chóp là $V=a^3\sqrt{3}$.

Ví dụ 3: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) là bằng 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC và O là tâm của đáy ABC.

Do hình chóp S.ABC là hình chóp đều nên ta có $SO \perp (ABC)$, $AM = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.,

$OM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3}a\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có diện tích đáy ABC là : $S_{ABC} = \frac{1}{2}.2a.2a.\sin 60^0 = a^2\sqrt{3}$.

Lại có : $\begin{cases}(SBC)\cap(ABC) = BC \\ SM \perp BC \\ AM \perp BC\end{cases}$.

Suy ra góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) là góc $SMA = 60°$.

Xét tam giác SOM vuông tại O có : $\tan SMA = \frac{SO}{OM} \Rightarrow SO = OM.\tan SMA = \frac{a\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3} = a$.

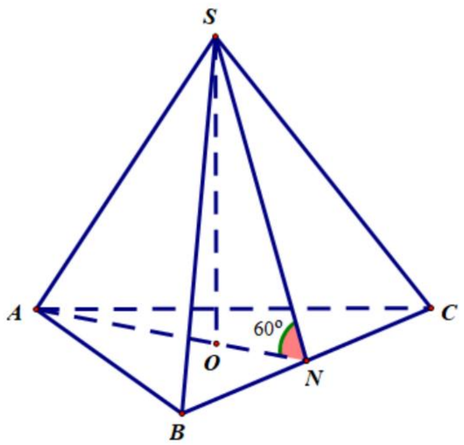
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.a^2\sqrt{3}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Ví dụ 4: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $60°$. Thể tích khối chóp bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn D



◆ Gọi N là trung điểm của BC

suy ra $\left.\begin{matrix} AN \perp BC \\ SN \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left((SBC),(ABC)\right) = (SN, AN) = SNA = 60°$.

Gọi O là chân đường cao hạ từ S xuống mặt đáy suy ra $ON = \frac{1}{3}AN = \frac{1}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét tam giác $\Delta SON\left(O = 90°\right) \Rightarrow SO = \tan 60°.ON = \frac{a}{2}$.

◆ Vậy thể tích khối chóp tam giác đều bằng: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Ví dụ 5. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

Hướng dẫn giải

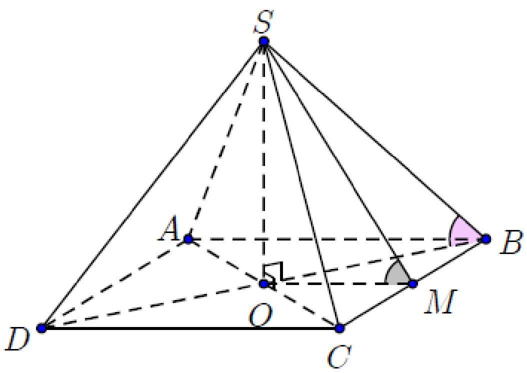
Chọn.D.

Ta có: $S_{ABCD} = a^2$.

Chiều cao SO

$SO = OB.\tan SBO = \frac{a\sqrt{2}}{2}.\tan 60^0 = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.



Ví dụ 6. Một hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng b và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc α. Thể tích của hình chóp đó là

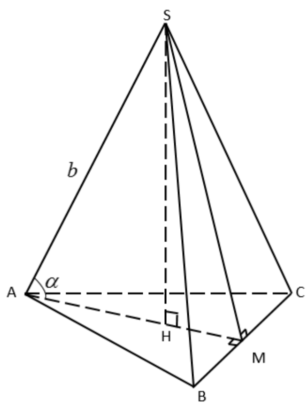
A. $\frac{\sqrt{3}}{4}b^3\cos^2\alpha\sin\alpha$. **B.** $\frac{3}{4}b^3\sin^2\alpha\cos\alpha$.

C. $\frac{3}{4}b^3\cos^2\alpha\sin\alpha$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}b^3\cos\alpha\sin\alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Gọi M là trung điểm BC, H là tâm tam giác ABC. Ta có $SH \perp (ABC)$.



Xét tam giác ΔSHA vuông tại H, ta có: $\begin{cases} SH = SA\sin\alpha = b\sin\alpha \\ AH = SA\cos\alpha = b\cos\alpha \end{cases}$

$\Rightarrow AM = \frac{3}{2}AH = \frac{3}{2}b\cos\alpha$.

Mà: $AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow AB = \frac{2AM}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}\cos\alpha$.

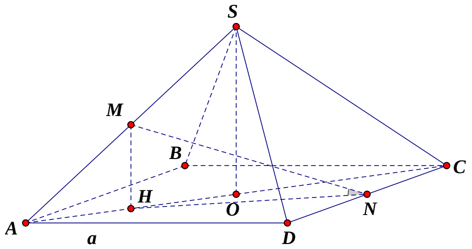
$V_{SABC} = \frac{1}{3}.SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.b\sin\alpha.\frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}b\cos\alpha\right)^2}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}b^3\cos^2\alpha\sin\alpha$

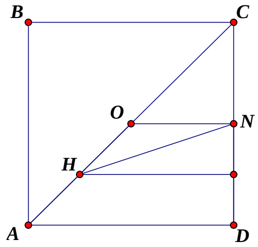
Ví dụ 7: Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD. Cho biết MN tạo với mặt đáy một góc bằng $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{30}}{18}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{12}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{5}$

Lời giải

Chọn A





Gọi $O = AC \cap BD$, ta có $SO \perp (ABCD)$.

Gọi H là trung điểm OA, ta có $MH \,//\, SO \Rightarrow MH \perp (ABCD)$.

Do đó $(MN,(ABCD)) = (MN, NH) = MNH = 30°$.

Ta có: $NH^2 = \left(\dfrac{3}{4}AD\right)^2 + \left(\dfrac{1}{4}CD\right)^2 = \dfrac{5}{8}a^2 \Rightarrow NH = \dfrac{a\sqrt{10}}{4}$.

$\tan MNH = \dfrac{MH}{NH} = \dfrac{MH}{\dfrac{a\sqrt{10}}{4}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow MH = \dfrac{a\sqrt{30}}{12}$.

Mặt khác: $SO = 2MH = \dfrac{a\sqrt{30}}{6}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SO = \dfrac{1}{3}.a^2.\dfrac{a\sqrt{30}}{6} = \dfrac{a^3\sqrt{30}}{18}$.

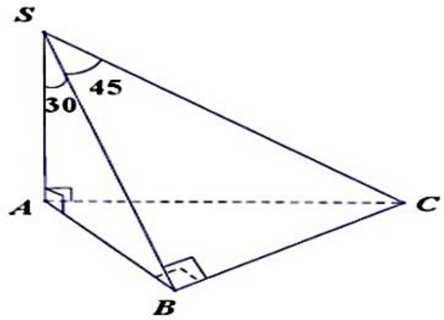
Dạng 4. Khối chóp thường

Ví dụ 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $SB = a\sqrt{3}$, góc $BSC = 45°$ và góc $ASB = 30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V. Tỉ số $\dfrac{a^3}{V}$ là:

A. $\dfrac{8}{3}$ **B.** $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\dfrac{4}{3}$

Hướng dẫn giải

+ Ta có:
$SA \perp (ABC) \Rightarrow (SAB) \perp (ABC)$



$\begin{cases}(SBC)\perp(SAB),(ABC)\perp(SAB)\\(SBC)\cap(ABC)=BC\end{cases}$

$\Rightarrow BC\perp(SAB)$

$\Rightarrow \Delta ABC,\Delta SBC$ là các tam giác vuông tại B

Xét ΔSAB vuông tại A có:

$AB=SB.\sin ASB=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}, SA=SB.\cos ASB=\dfrac{3a}{2}$ xét ΔSBC vuông tại B có:

$BC=SB.\tan BSC=a\sqrt{3}$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AB.BC=\dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3}=\dfrac{3a^2}{4}$

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3a^2}{4}.\dfrac{3a}{2}=\dfrac{3a^3}{8}\Rightarrow\dfrac{a^3}{V}=\dfrac{8}{3}$.

Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, hai đường chéo $AC=2a\sqrt{3}$, $BD=2a$ và cắt nhau tại O, hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $ABCD$. Biết khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$

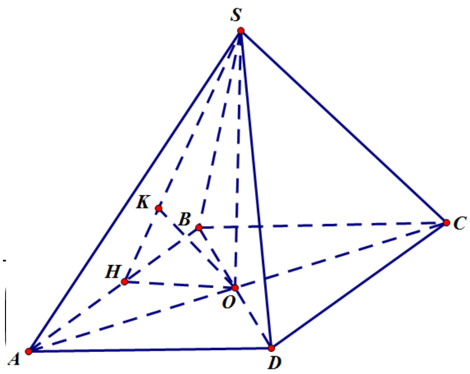
Hướng dẫn giải

Chọn.B.

Ta có $S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}.AC.BD=\dfrac{1}{2}.2a\sqrt{3}.2a=2a^2\sqrt{3}$.

$\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}=\dfrac{1}{\left(a\sqrt{3}\right)^2}+\dfrac{1}{a^2}$ nên $OH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\dfrac{1}{OK^2}=\dfrac{1}{OH^2}+\dfrac{1}{OS^2}\Rightarrow\dfrac{1}{OS^2}=\dfrac{1}{OK^2}-\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2}-\dfrac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}$



nên $SO=\dfrac{a}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.2a^2\sqrt{3}.\dfrac{a}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân đỉnh S. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

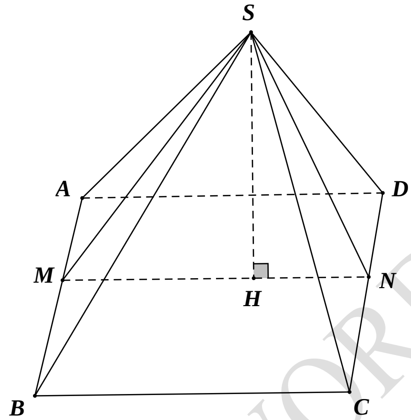
A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB,CD .Do $AB\perp(MN;SM)\Rightarrow AB\perp(SMN)$

Ta có $(SMN)\perp(ABCD)$ nên hình chiếu H của S lên mp $(ABCD)$ thuộc MN.



$SM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $SN=\dfrac{a}{2}$, $MN=a$.

$SM^2+SN^2=\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2=a^2=MN^2$ nên tam giác SMN vuông tại S.

$$SH.MN=SM.SN\Rightarrow SH=\frac{SM.SN}{MN}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a}{2}}{a}=\frac{a\sqrt{3}}{4}$$

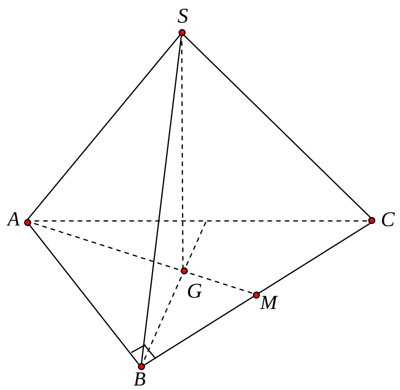
$$V=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}\frac{a\sqrt{3}}{4}.a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

Ví dụ 4. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA=2a$ $(a>0)$; SA tạo với mặt phẳng (ABC) góc $30°$. Tam giác ABC vuông cân tại B, G là trọng tâm tam giác ABC. Hai mặt phẳng (SGB), (SGC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\dfrac{27a^3}{10}$. **B.** $\dfrac{9a^3}{10}$. **C.** $\dfrac{9a^3}{40}$. **D.** $\dfrac{81a^3}{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



$$\begin{cases}(SGB)\perp(ABC)\\(SGC)\perp(ABC)\\(SGB)\cap(SGC)=SG\end{cases}\Leftrightarrow SG\perp(ABC).$$

Hình chiếu của SA lên (ABC) là AG.

$[SA,(ABC)]=[SA,AG]=SAG=30^0$.

$SG=SA.\sin 30°=2a.\dfrac{1}{2}=a$.

$AG=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}$.

$AM=\dfrac{3}{2}AG=\dfrac{3a\sqrt{3}}{2}$.

Có : $AB^2+BM^2=AM^2\Leftrightarrow\dfrac{5}{4}AB^2=\dfrac{27a^2}{4}\Leftrightarrow AB=\dfrac{3a\sqrt{15}}{5}$.

$$V_{SABC}=\frac{1}{3}SG.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}a.\frac{1}{2}\left(\frac{3a\sqrt{15}}{5}\right)^2=\frac{9a^3}{10}.$$

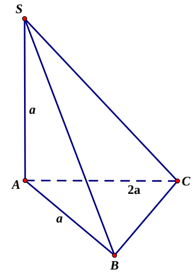
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

Câu 1. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải



Chọn C.

Diện tích đáy $B=S_{ABC}=\dfrac{1}{2}a.2a=a^2$

Chiều cao: $h=a$

$V_{ABCA'B'C'}=\dfrac{1}{3}B.h=\dfrac{1}{3}a^2.a=\dfrac{a^3}{3}$

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $a^3\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

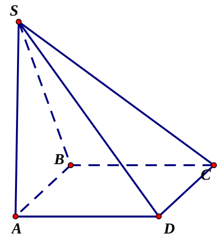
Diện tích đáy $B=S_{ABCD}=a^2$

Chiều cao: $h=a\sqrt{2}$

$V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}B.h=\dfrac{1}{3}a^2.a\sqrt{2}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V=a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.



Lời giải

Chọn C.

Diện tích đáy $B=S_{ABCD}=a^2$;

Chiều cao: $h=SA=a\sqrt{3}$; $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}B.h=\dfrac{1}{3}.a^2.a\sqrt{3}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hai mặt phẳng (SAC) và (SAB) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là $60°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

$V=\dfrac{1}{3}a^2a\sqrt{3}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh $2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABO$ là

A. $\dfrac{4a^3\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{12}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $AC = 2a.\sqrt{2} \Rightarrow OA = OB = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2}OA.OB = a^2$

Vậy : $V_{S.OAB} = \frac{1}{3}SA.S_{OAB} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2 = \frac{\sqrt{2}}{3}.a^3$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a\sqrt{3}$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $12a^3$. **B.** $14a^3$. **C.** $15a^3$. **D.** $17a^3$.

Câu 7. Thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng 2 là:

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 8. Kim tự tháp Kê – ốp ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước Công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao $147m$, cạnh đáy dài $230m$. Thể tích của nó là

A. $2592100m^3$. **B.** $2592100m^2$. **C.** $7776300m^3$. **D.** $3888150m^3$.

Câu 9. Cho (H) là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích của (H) bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 10. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{10a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Gọi O là tâm của đáy

Ta có $BO = \sqrt{SA^2 - SO^2} = 2a$. Vậy $BD = 4a$, suy ra $AB = 2a\sqrt{2}$.

Vậy $V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}AB^2.SO = \frac{8a\sqrt{2}}{3}$

Câu 11. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho

A. $V = 4\sqrt{7}a^3$. **B.** $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$. **C.** $V = \frac{4a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $2a$ nên độ dài đường chéo $AC = 2a\sqrt{2}$.

Tam giác SAO vuông tại O nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{9a^2 - 2a^2} = a\sqrt{7}$.

Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{7}.4a^2 = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Câu 12. Cho hình chóp đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm SB, SC. Biết $(AMN) \perp (SBC)$. Khi đó $V_{S.ABC}$ là

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{15}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có diện tích đáy là 5, chiều cao là 15. Thể tích của khối chóp đó là

A. $\frac{125}{3}$. **B.** 125. **C.** $\frac{25}{3}$. **D.** 25.

Lời giải

Chọn D

Chiều cao: $h = 3.5 = 15$. Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}.15.5 = 25$.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có chiều rộng $2a$, chiều dài $3a$. Chiều cao của khối chóp là $4a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ tính theo a là:

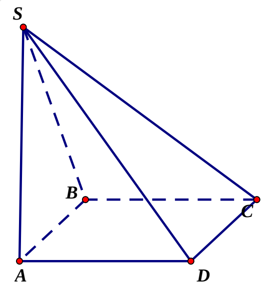
A. $V = 8a^3$ **B.** $V = 24a^3$ **C.** $V = 9a^3$ **D.** $V = 40a^3$.

Câu 15. Cho hình chóp tam giác có đường cao bằng $100\,cm$ và các cạnh đáy bằng $20\,cm$, $21\,cm$, $29\,cm$. Thể tích khối chóp đó là:

A. $7000cm^3$. **B.** $6213cm^3$. **C.** $6000cm^3$. **D.** $7000\sqrt{2}cm^3$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.



Lời giải

Chọn C.

Diện tích đáy $B = S_{ABCD} = a^2$;

Chiều cao:

$h = SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SBC) tạo với mặt đáy (ABC) một góc bằng $45°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$

Lời giải

Chọn.A.

Do ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC = a\sqrt{2}$ nên $AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a$. Suy ra $S_{ABC} = \frac{a^2}{2}$.

Do mặt bên (SBC) tạo với mặt đáy (ABC) một góc bằng $45°$ nên $SMA = 45°$ nên

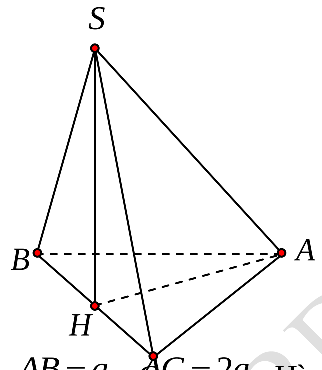
$SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{a^2}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC = 2a$. Mặt bên SBC là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = \frac{2a^3}{3}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải



Chọn D.

Gọi H là trung điểm BC.

Ta có $SH \perp (ABC)$ và $SH = \frac{1}{2}BC = a$.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2}a.2a = a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{SABC} = \frac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}a.a^2 = \frac{a^3}{3}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B, $AB = a$, $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) là trung điểm M của AC. Góc giữa SB và đáy bằng $60°$. Thể tích $S.ABC$ là bao nhiêu?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn B.

Diện tích ABC : $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$

* $SBM = 60^0 \Rightarrow SM = MB.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$

Thể tích S.ABC : $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SM.S_{\Delta ABC} = \frac{a^3}{2}$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, ΔSAB đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Biết (SCD) tạo với $(ABCD)$ một góc bằng 30^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi E là trung điểm AB, $SE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SE \perp (ABCD)$ Gọi G là trung điểm của C**D.**

$\left((SCD),(ABCD)\right) = SGE = 30^0$, $EG = SE.\cot 30^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = \frac{3a}{2} \Rightarrow AD = BC = \frac{3a}{2}$

$\Rightarrow S_{ABCD} = AB.CD = a\frac{3a}{2} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow V = \frac{1}{3}.SE.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{3a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là ABC tam giác vuông cân đỉnh $A, AB = AC = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC. Mặt phẳng (SAB) hợp với mặt phẳng đáy một góc bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn D.

Góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng đáy là góc $SKH \Rightarrow SKH = 60°$.

$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ có $SH = KH.\tan 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

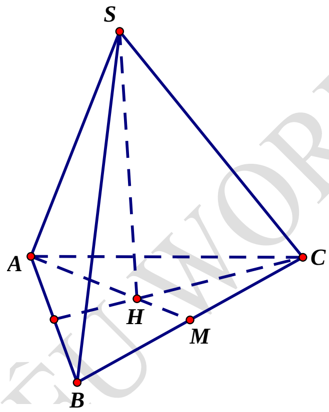
Do đó $V=\frac{1}{3}.SH.S_{ABC}=...=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 22. Tính thể tích của chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Diện tích đáy $B=S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$;

$AH=\frac{AB}{\sqrt{3}}=\frac{a}{\sqrt{3}}$

Chiều cao: $h=SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{3}}=a\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

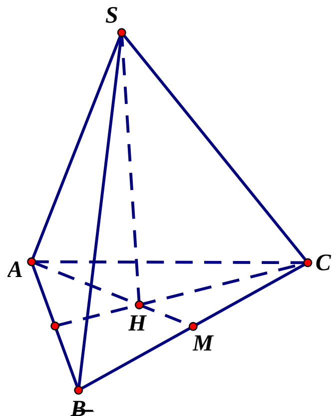
$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

Câu 23. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Diện tích đáy $B=S_{ABC}=\frac{\left(a.\sqrt{3}\right)^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$;

$AH=\frac{AB}{\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=a$

Chiều cao: $h=SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}$

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3}=\frac{3a^3}{4}$

Câu 24. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$.

Lời giải

Chọn D

Do tam giác ABC đều, $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABC)\Leftrightarrow O$ là trọng tâm tam giác ABC.

Vậy, $AO=\frac{2}{3}AM=\frac{2}{3}.\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tam giác đều ABC cạnh a có diện tích $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Trong tam giác vuông SAO, $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Do đó, $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SO.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{15}}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$.

Câu 25. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi O là giao điểm của AC và BD, ta có: $SO \perp (ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của CD, ta có: $((SCD),(ABCD)) = SMO = 60^o$

Ta có: $OM = a,\ SO = OM.\tan 60^o = a\sqrt{3}$ và $S_{ABCD} = 4a^2$

Suy ra: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 26. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $\frac{2a}{3}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 45^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{81}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{81}$. **C.** $\frac{a^3}{81}$. **D.** $\frac{4a^3}{81}$.

Câu 27. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp đó là:

A. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. **B.** $V = \frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$. **C.** $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}}{9}a^3$.

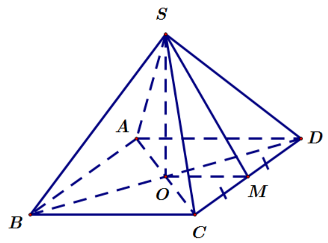
Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $SM = a\sqrt{3}$. ΔSCD đều nên $SC = CD = 2a$.

Suy ra: $SO = \frac{AC}{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.

Vậy $V = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{2}.4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

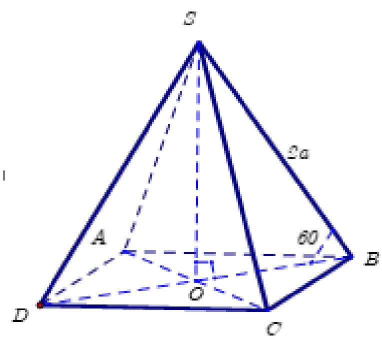


Câu 28. Tính thể tích của khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng 2a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60^0.

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn C



Xét tam giác SBO vuông tại O.Suy ra: $OB = SB.\cos 60^0 = 2a.\frac{1}{2} = a$.

Đường cao: $SO = SB.\sin 60^0 = 2a.\frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác ABO vuông tại O. $AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=a\sqrt{2}$. Vậy $V=\frac{1}{3}2a^2.a\sqrt{3}=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 29. Một hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh a, các mặt bên tạo với đáy một góc α. Thể tích khối chóp đó là

A. $\frac{a^3}{2}\sin\alpha$. **B.** $\frac{a^3}{2}\tan\alpha$. **C.** $\frac{a^3}{6}\cot\alpha$. **D.** $\frac{a^3}{6}\tan\alpha$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi h là đường cao của hình chóp ta có $h=\frac{a}{2}\tan\alpha$, $S_{day}=a^2$

Vậy $V=\frac{1}{3}h.S_{day}=\frac{a^3}{6}\tan\alpha$.

Câu 30. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b. Thể tích của khối chóp là

A. $\frac{a^2}{4}\sqrt{3b^2-a^2}$. **B.** $\frac{a^2}{12}\sqrt{3b^2-a^2}$. **C.** $\frac{a^2}{6}\sqrt{3b^2-a^2}$. **D.** $a^2\sqrt{3b^2-a^2}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều và G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó $SG\perp(ABC)$ và

$AB=a$, $SB=b$, $AG=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$ $\Rightarrow SG=\sqrt{SA^2-AG^2}=\sqrt{\frac{3b^2-a^2}{3}}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SG.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\sqrt{\frac{3b^2-a^2}{3}}=\frac{a^2}{12}\sqrt{3b^2-a^2}$.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng φ. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}\tan\varphi$. **B.** $\frac{a^3}{6}\tan\varphi$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}\tan\varphi$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}\cot\varphi$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $O=AC\cap BD$. Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABCD)$.

Suy ra OA là hình chiếu của SA trên $(ABCD)$.

Khi đó $(SA,(ABCD))=(SA,OA)=SAO=\varphi$.

Tam giác vuông SOA, có $SO=OA.\tan SAO=\frac{a\sqrt{2}}{2}\tan\varphi$.

Diện tích hình vuông ABC là $S_{ABCD}=AB^2=a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}\tan\varphi$.

Câu 32. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với mặt đáy một góc φ. Tính thể tích của khối chóp đó.

A. $\frac{a^3\tan\varphi}{12}$. **B.** $\frac{a^3\tan\varphi}{6}$. **C.** $\frac{a^3\cot\varphi}{12}$. **D.** $\frac{a^3\cot\varphi}{6}$.

Lời giải

Chọn A.

OA=$\frac{a\sqrt{3}}{3}$, tanφ=$\frac{SO}{OA}$ $\Rightarrow SO=OA.\tan\varphi=\frac{a\sqrt{3}}{3}.\tan\varphi$

$V=\frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\frac{a\sqrt{3}}{3}\tan\varphi=\frac{a^3}{12}\tan\varphi$

Câu 33. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình thoi tâm *O* cạnh *a*, góc $BAC=60^0$, $SO\perp(ABCD)$ và $SO=\frac{3a}{4}$. Tính thể tích của khối chóp.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

$S_{ABCD}=2.S_{ABC}=2\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ (ΔABC là tam giác đều)

$V=\frac{1}{3}.\text{SO}.\text{S}_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{3a}{4}.\frac{\sqrt{3}}{2}a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$ và vuông góc với đáy ABC. Biết rằng tam giác ABC đều và mặt phẳng (SBC) hợp với đáy (ABC) một góc $30°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\frac{2a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm BC

Ta có $(SBC,ABC)=(SIA)=30°$

$\tan 30^0=\frac{SA}{AI}\Rightarrow AI=\frac{a}{\tan 30°}=\frac{a}{\frac{1}{\sqrt{3}}}=a\sqrt{3}$

Xét ΔABC đều

$AI=AB.\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AB=\frac{2AI}{\sqrt{3}}=2a$

$S_{\Delta ABC}=\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$

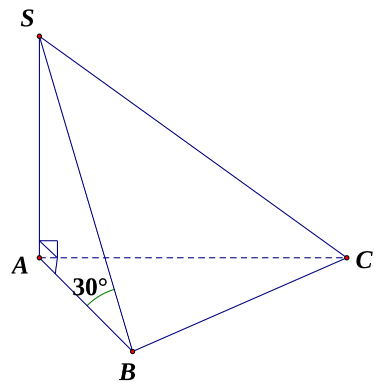
$V_{SABC}=\frac{1}{3}.a.a^2\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC), đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC=2a$, góc giữa SB và (ABC) là $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn A.



AB là hình chiếu của SB lên (ABC) suy ra góc giữa SB và (ABC) là góc $SBA=30°$.

Tam giác ABC vuông cân tại A, $BC = 2a \Rightarrow AB = AC = a\sqrt{2}$.

$SA = AB.\tan 30° = a\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB^2 = a^2$.

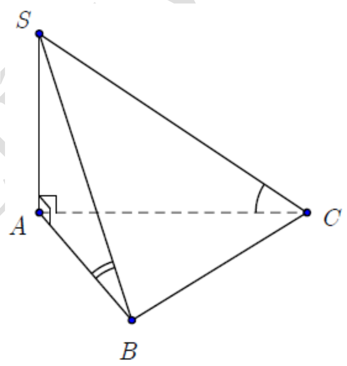
$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{6}}{3}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Câu 36. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB tạo với mặt đáy một góc $45°$. Biết $AB = a$, $ACB = 60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{2\sqrt{3}}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Lời giải

Chọn.D.



Ta có $BC = \dfrac{AB}{\tan ACB} = \dfrac{a}{\tan 60°} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ nên diện tích

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2}.AB.BC = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{6}$

$SA = AB\tan SBA = a.\tan 45° = a$ nên thể tích

$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.S_{ABC}.SA = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, tam giác ABC đều, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{24}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn C.

Tam giác SAB vuông cân tại S và $SA = a$ nên $AB = a\sqrt{2}$.

Gọi M là trung điểm AB, ta có $SM \perp AB$ và $SM = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ (SM là đường trung tuyến của tam giác SAB vuông cân tại S).

Mặt khác $(SAB) \perp (ABC)$, $SM \perp AB$ và $(SAB) \cap (ABC) = AB$ nên $SM \perp (ABC)$.

Suy ra SM là đường cao của hình chóp $S.ABC$ ứng với đáy là tam giác ABC.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SM.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{\left(a\sqrt{2}\right)^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của cạnh AB, đường thẳng SC tạo với đáy một góc 45^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V = \dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$

Lời giải

Chọn.A.

Ta có $S_{ABCD} = 2a.a = 2a^2$.

Do SC tạo với đáy một góc 45^0 nên $SH = HC$.

Mà $HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$. Vậy $V_{ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}.2a^2.a\sqrt{2} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh A, góc tạo bởi cạnh SC và mặt phẳng đáy (ABC) bằng 30^0. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm AB. Khi đó, $SI \perp (ABC)$

Ta có, $(SC,(ABC)) = SCI = 30^0$.

$SI = \tan 30^0.CI = \frac{\sqrt{3}}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{2}$

Vậy $V_{SABC} = \frac{1}{3}SI.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu S lên đáy là trung điểm H của cạnh AB, góc tạo bởi SD và đáy là 60^0. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{13}}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải

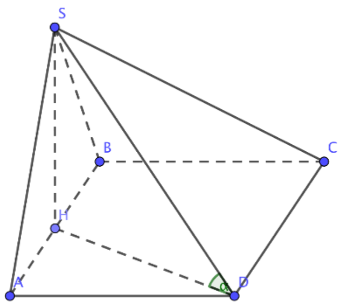
Chọn A.

$\alpha = 60^0$

HD=$\frac{a\sqrt{13}}{2}$

SH=$\frac{a\sqrt{39}}{2}$

V=$\frac{1}{3}a^2\sqrt{3}\frac{a\sqrt{39}}{2} = \frac{a^3\sqrt{13}}{2}$



Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Biết $SD = 2a\sqrt{3}$ và góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{7}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{13}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $V = \frac{4\sqrt{6}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi H là trng điểm của AB, suy ra $SH \perp (ABCD)$

Ta có $SC = SD = 2a\sqrt{3},\ SCH = 30^0$

và $CH = SC.\cos 30^0 = 3a,\ SH = SC.\sin 30^0 = a\sqrt{3}$

Mặt khác ΔSAB đều nên $AB = \dfrac{2SH}{\sqrt{3}} = 2a$

Nên $BH = \dfrac{AB}{2} = a,\ BC = \sqrt{CH^2 - BH^2} = \sqrt{9a^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a$

Suy ra $S_{ABCD} = AB.BC = 2a.2\sqrt{2}a = 4\sqrt{2}a^2$

Vậy $V = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.4\sqrt{2}a^2 = \dfrac{4\sqrt{6}}{3}a^3$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có SAB và ABC là hai tam giác đều và nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau, $SC = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{a^3}{12}$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{4}$. **C.** $V = \dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $V = \dfrac{a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi I là trung điểm của AB ta có $AB \perp (SIC)$. Mặt khác góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) là góc $SIC = 90° \Rightarrow SI \perp (ABC)$.

Đặt $AB = x \Rightarrow SI = CI = \dfrac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \dfrac{x\sqrt{3}}{2}.\sqrt{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow x = a$.

Vậy thể tích tứ diện là $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3}{8}$.

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, ΔSAD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa (SBC) và mặt đáy bằng 60^o. Tính thể tích $S.ABCD$ bằng:

A. $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là trung điểm AD.

Ta có: $\begin{cases} (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAD) \cap (ABCD) = AD \\ SH \perp AD \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

$ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ nên $S_{ABCD} = AB^2 = 4a^2$.

Tam giác SBC cân tại S $\Rightarrow SM \perp BC$, mà $HM \perp BC$ $\Rightarrow$ góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa hai đường thẳng HM, SM chính là góc SMH. Theo bài ra có $SMH = 60^o$.

$\Rightarrow SH = 2a.\tan 60^o = 2a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích $S.ABCD$: $V_{SABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.2a\sqrt{3}.4a^2 = \dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều; mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAB vuông tại S, $SA=a\sqrt{3}$, $SB=a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Do ΔSAB vuông tại S nên có $AB=\sqrt{SA^2+SB^2}=\sqrt{3a^3+a^2}=2a$.

Và $\sin SAB=\dfrac{SB}{AB}=\dfrac{a}{2a}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow SAB=30^\circ$.

Dựng $SH\perp AB$, xét ΔSAH có $\sin SAH=\dfrac{SH}{SA}\Leftrightarrow \sin 30^\circ=\dfrac{SH}{a\sqrt{3}}\Leftrightarrow SH=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

Do $(SAB)\perp(ABC)\Leftrightarrow SH\perp(ABC)$.

Dựng $AK\perp BC$,do ΔABC đều nên AK là trung trực và có $AK=\sqrt{4a^2-a^2}=\sqrt{3}a$.

Có $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}SH.\dfrac{1}{2}.AK.BC=\dfrac{1}{6}\dfrac{\sqrt{3}a}{2}.\sqrt{3}a.2a=\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách giữa AB và SC bằng $\dfrac{3a}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=2a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=3a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

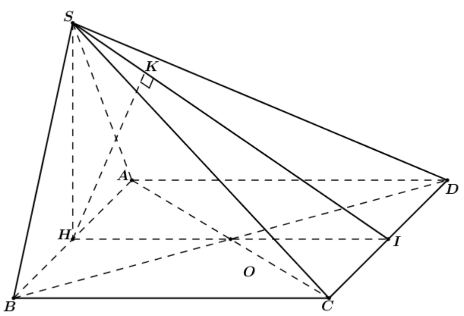
Chọn A.

Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, CD, kẻ $HK\perp SI$.

Vì tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy suy ra $SH\perp(ABCD)$.

$\left.\begin{array}{l} CD\perp HI \\ CD\perp SH \end{array}\right\}\Rightarrow CD\perp HK\Rightarrow HK\perp(SCD)$, $CD//AB$

$d_{(AB,SC)}=d_{(AB,(SCD))}=d_{(H,(SCD))}=HK$ suy ra



$\Rightarrow$

$HK=\dfrac{3a}{2}$. $HI=AD=a\sqrt{3}$. Trong tam giác vuông SHI ta có $SH=\sqrt{\dfrac{HI^2.HK^2}{HI^2-HK^2}}=3a$. Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}3a.a^2\sqrt{3}=a^3\sqrt{3}$.

Câu 46. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2a, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 45^0. Thể tích của khối chóp đó là:

A. $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $SCO = 45^0 \Rightarrow \Delta SOC$ vuông cân tại O.

$S_{ABCD} = 4a^2; AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow OC = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = a\sqrt{2}$.

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}.4a^2.a\sqrt{2} = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 47. Hình chóp tứ giác *S.ABCD* có đáy là hình chữ nhật cạnh *AB* = 2*a*, *AD* = *a*; các cạnh bên đều có độ dài bằng 3*a*. Tính thể tích hình chóp *S.ABCD*.

A. $\frac{\sqrt{31}}{3}a^3$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{31}}{9}a^3$. D. $\frac{\sqrt{6}}{9}a^3$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi O là giao điểm của AC và BD. Vì SAC và SBD là các tam giác cân nên $SO \perp AC, SO \perp BD$ $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

$AC = a\sqrt{5} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{9a^2 - \frac{5a^2}{4}} = \frac{\sqrt{31}}{2}a$

Vậy $V_{SABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{31}a}{2}.2a.a = \frac{\sqrt{31}}{3}a^3$

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi , hai đường chéo $AC = 2a\sqrt{3}$, $BD = 2a$ và cắt nhau tại O, hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $SO \perp (ABCD)$

Từ O kẻ $OM \perp AB$ tại M và $OH \perp SM$ tại H

Suy ra $d(O,(SAB)) = OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Ta có $OA = a\sqrt{3}, OB = a \Rightarrow OM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Xét tam giác SOM có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OM^2} \Rightarrow OS = \frac{a}{2}$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{1}{2}.2a.2\sqrt{3}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$

Câu 49. Cho hình chóp $S, ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và có thể tích bằng 8. Tính thể tích V của khối chóp $S.OCD$.

A. $V = 3$. **B.** $V = 4$. **C.** $V = 5$. **D.** $V = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Cách 1. Gọi h là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$

Ta có $8=V_{SABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.h=\frac{1}{3}.4S_{OCD}.h=4V_{SOCD}\Rightarrow V_{SOCD}=2$.

Cách 2. Ta có hai hình chóp có cùng chiều cao mà $S_{ABCD}=4S_{OCD}\Rightarrow V_{SOCD}=\frac{8}{4}=2$

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=3a$, $AC=4a$, $BC=5a$, $SA=SB=SC=6a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $a^3\sqrt{119}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{119}}{3}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{119}}{3}$. **D.** $4a^3\sqrt{119}$.

Lời giải

Chọn A.

Vì $AB=3a$, $AC=4a$, $BC=5a$ nên tam giác ABC vuông tại A.

Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC). Vì $SA=SB=SC$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và chính là trung điểm của BC.

$SH=\sqrt{SB^2-HB^2}=\sqrt{36a^2-\frac{25}{4}a^2}=\frac{\sqrt{119}a}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC}=6a^2$.

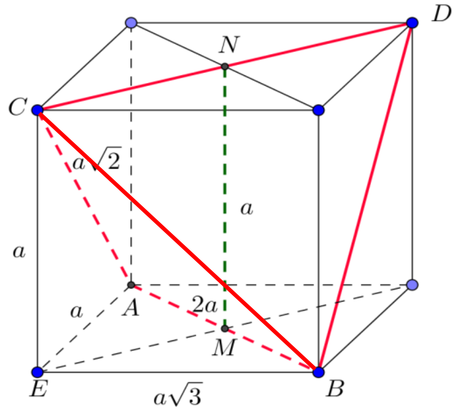
Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.6a^2.\frac{\sqrt{113}}{2}a=a^3\sqrt{119}$.

Câu 51. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=2a$ và $AC=a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Biết $MN=a$ và MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD. Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D.



Dựng hình hộp chữ nhật chứa tứ diện $ABCD$ như hình vẽ.

Ta có: $AE=\sqrt{AC^2-DE^2}=a$

$BC=\sqrt{AB^2-AE^2}=a\sqrt{3}$

Vậy $V_{ABCD}=\frac{1}{3}V=\frac{1}{3}.a.a.a\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{5}$. Hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của đoạn thẳng BC. Biết rằng góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (ASC) bằng $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{5a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\frac{5a^3\sqrt{10}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{210}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{30}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

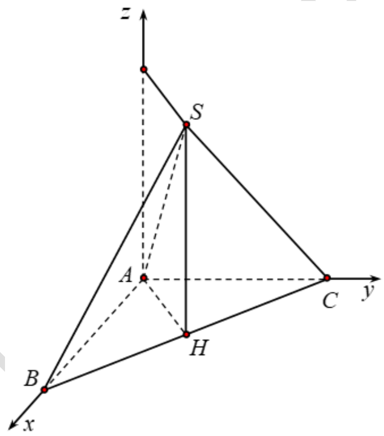
Cách 1:

Gọi H là trung điểm của BC, đặt $SH = x, (x > 0)$.

$a\sqrt{2}$ Gắn hình chóp vào hệ trục tọa độ với $A(0;0;0)$,

$B(a\sqrt{2};0;0)$, $C(0;a\sqrt{5};0)$, $H\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{5}}{5};0\right)$,

$S\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{5}}{2};x\right)$ như hình vẽ



Ta có:

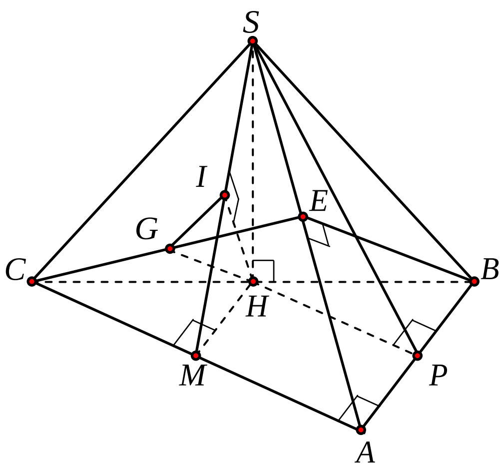
VTCP của đường thẳng AB là $\vec{i} = (1;0;0)$,

VTCP của đường thẳng AC là $\vec{j} = (0;1;0)$.

$\overrightarrow{AS} = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{5}}{2};x\right)$

VTPT của $mp(SAB)$ là $\left[\overrightarrow{AS},\vec{i}\right] = \left(0;x;-\frac{a\sqrt{5}}{2}\right) = \overrightarrow{n_1}$

VTPT của $mp(ASC)$ là $\left[\overrightarrow{AS},\vec{j}\right] = \left(-x;0;\frac{a\sqrt{2}}{2}\right) = \overrightarrow{n_2}$.

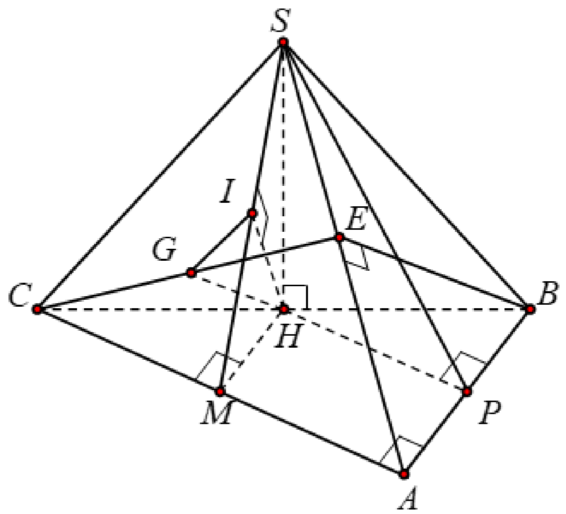


Có $\cos 60° = \frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \frac{\frac{a^2\sqrt{10}}{4}}{\sqrt{x^2 + \frac{5a^2}{4}}.\sqrt{x^2 + \frac{2a^2}{4}}} = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 16x^4 + 28x^2a^2 - 30a^4 = 0 \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ do $x > 0$.

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABS} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}.a\sqrt{2}.a\sqrt{5} = \frac{a^3\sqrt{30}}{12}$.

Cách 2:



$(SAB)\cap(SAC)=SA$, kẻ $BE\perp SA$ và $GH\parallel BE$, suy ra

$\left((SAC),(SAB)\right)=\left(GH,(SAC)\right)=HGI=60^\circ$.

Đặt $SH=h$, ta tính được $SA=\sqrt{h^2+\frac{7a^2}{4}}$ và $SP=\sqrt{h^2+\frac{5a^2}{4}}$. Vậy

$$BE=\frac{2S_{SAB}}{SA}=\frac{a\sqrt{2}.\sqrt{h^2+\frac{5a^2}{4}}}{\sqrt{h^2+\frac{7a^2}{4}}}\Rightarrow HG=\frac{BE}{2},\quad HI=\frac{SH.HM}{SM}=\frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}.h}{\sqrt{h^2+\frac{a^2}{2}}}$$

Tam giác GIH vuông tại I có

$$\sin 60^\circ=\frac{IH}{HG}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}.\sqrt{h^2+\frac{5a^2}{4}}}{\sqrt{h^2+\frac{7a^2}{4}}}=\frac{h.\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{h^2+\frac{a^2}{2}}}\Rightarrow h^4+\frac{7a^2}{4}h^2-\frac{15a^4}{8}=0\Rightarrow h=\frac{2a\sqrt{3}}{4}$$

Vậy $V_{SABC}=\frac{1}{6}AB.AC.SH=\frac{a^3\sqrt{30}}{12}$.

Câu 53. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, $BC=2a\sqrt{3}$, $BAC=120^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Lời giải

Chọn.**A.**

Đặt $AB=AC=x$ ta có:

$BC^2=AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos BAC$

$\Leftrightarrow\left(2a\sqrt{3}\right)^2=x^2+x^2-2x^2.\cos120^\circ$

$\Leftrightarrow 12a^2=3x^2\Rightarrow x=2a$

Nên $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin BAC=\frac{1}{2}.2a.2a.\sin120^\circ=a^2\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.a^2\sqrt{3}.2a=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 54. Cho hình chóp $S.ABC$ có $ASB=60°$, $ASC=90°$, $CSB=120°$ và $SA=1$, $SB=2$, $SC=3$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Lấy M là trung điểm của SB và lấy $N\in SC$ sao cho $SN=1$. Ta có $SA=SM=SN=1$ nên hình chiếu vuông góc của S lên (AMN) trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN .

Ta có: $AM=1$ vì tam giác SAM đều (cân tại S và có một góc bằng $60°$)

$AN=\sqrt{2}$ vì là cạnh huyền của tam giác vuông SAN có cạnh góc vuông bằng 1.

$MN=\sqrt{SM^2+SN^2-2SM.SN.\cos 120°}=\sqrt{3}$

Dễ đánh giá được tam giác AMN vuông tại A nên có $S_{AMN}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$OA=\frac{AM.AN.MN}{4.S_{AMN}}=\frac{\sqrt{2}.\sqrt{3}}{4.\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

Suy ra $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{1-\frac{3}{4}}=\frac{1}{2}$

Suy ra $V_{S.AMN}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{12}$

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}$ suy ra $V_{S.ABC}=6.V_{S.AMN}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 55. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Mặt phẳng (α) đi qua A, B và trung điểm M của SC. Mặt phẳng (α) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 với $V_1<V_2$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{5}$.

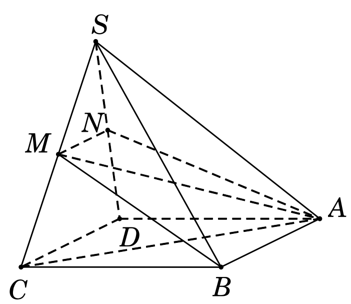
Lời giải

Chọn. D

Kẻ $MN\parallel CD$ $(N\in CD)$, suy ra $ABMN$ là thiết diện của khối chóp.

Ta có $V_{S.ABMN}=V_{S.ABM}+V_{S.AMN}$.

- $\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SC}=\frac{1}{2}\Rightarrow V_{S.ABM}=\frac{1}{2}V_{S.ABC}=\frac{1}{4}V_{S.ABCD}$.
- $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}}=\frac{SM}{SC}.\frac{SN}{SD}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{S.AMN}=\frac{1}{8}V_{S.ABCD}$.



Do đó $V_{S.ABMN}=\frac{1}{4}V_{S.ABCD}+\frac{1}{8}V_{S.ABCD}=\frac{3}{8}V_{S.ABCD}$.

Suy ra $V_{ABMNDC}=\frac{5}{8}V_{S.ABCD}$ nên $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{5}$.

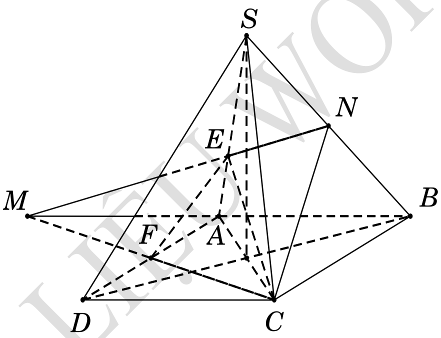
Câu 56. Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Gọi N là trung điểm SB, M là điểm đối xứng với B qua A. Mặt phẳng (MNC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 với $V_1 < V_2$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{7}$.. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{11}$.. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{9}$.. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{13}$.

Lời Giải

Chọn. A.

Gọi h, S lần lượt là chiều cao và diện tích đáy của khối chóp $S.ABCD$. Khi đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S.h.$ Nối MN cắt SA tại E, MC cắt AD tại F. Tam giác SBM có A, N lần lượt là trung điểm của BM và SB suy ra E là trọng tâm tam giác SBM. Tứ giác $ACDM$ là hình bình hành nên F là trung điểm MC.



Ta có $V_{BNC.AEF} = V_{ABCEN} + V_{E.ACF}$.

● $\frac{V_{S.ENC}}{V_{S.ABC}} = \frac{S}{S}$

$\longrightarrow V_{ABCEN} = \frac{2}{3}V_{S.ABC} = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}V_{S.ABCD}\right) = \frac{1}{3}V_{S.ABCD}$.

● $V_{E.ACF} = \frac{1}{3}S_{\Delta ACF}.d\left[E,(ACF)\right] = \frac{1}{3}.\frac{1}{4}S.\frac{1}{3}h = \frac{1}{12}V_{S.ABCD}$.

Do đó $V_{BNC.AEF} = V_{ABCEN} + V_{E.ACF} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD} + \frac{1}{12}V_{S.ABCD} = \frac{5}{12}V_{S.ABCD} = V_1$.

Suy ra $V_2 = \frac{7}{12}V_{S.ABCD} \longrightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{7}$..

Câu 57. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc 60^0. Gọi M là điểm đối xứng của C qua D, N là trung điểm SC.Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tỉ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng:

A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{1}{7}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{6}{5}$.

Lời Giải

Chọn A

Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$

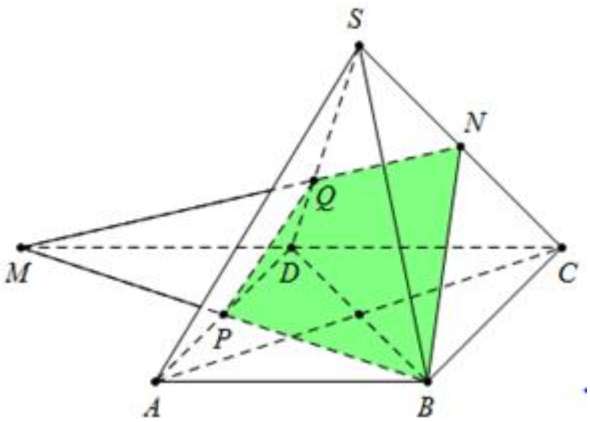
V_1 là thể tích khối chóp $PDQ.BCN$ và V_2 là thể tích của khối chóp còn lại, khi đó $V_1 + V_2 = V$

MB cắt AD tại $P \to P$ là trung điểm của AD.

MN cắt SD tại $Q \to Q$ là trọng tâm của ΔSMC

Ta có

$$\frac{V_{M.PDQ}}{V_{M.BCN}} = \frac{MP}{MB}.\frac{MD}{MC}.\frac{MQ}{MN} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$



Mặt khác

$V_{M.BCN} = V_{M.PDQ} + V_1 \Rightarrow V_1 = \dfrac{5}{6} V_{M.BCN}$

Mà $S_{\Delta MBC} = S_{ABCD}, d(S;(ABCD)) = \dfrac{1}{2} d(S;(ABCD))$

Suy ra $V_{M.BCN} = V_{N.MBC} = \dfrac{1}{2} V_{S.ABCD} = \dfrac{V}{2} \Rightarrow V_1 = \dfrac{5}{12} V \Rightarrow V_2 = \dfrac{7}{12} V \Rightarrow V_2 : V_1 = 7:5$.

Câu 58. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C' sao cho $SA = 2SA'; SB = 3SB'; SC = 4SC'$, mặt phẳng $(A'B'C')$ cắt cạnh SD tại D', gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$; $S.ABCD$. Khi đó $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng:

A. $\dfrac{1}{24}$. **B.** $\dfrac{1}{26}$. **C.** $\dfrac{7}{12}$. **D.** $\dfrac{7}{24}$

Lời Giải

Chọn **A**

- Phương pháp: +Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành; mặt phẳng (P) cắt các cạnh $SA; SB; SC; SD$ lần lượt tại $A'; B'; C'; D'$. Khi đó ta có $\dfrac{SA}{SA'} + \dfrac{SC}{SC'} = \dfrac{SB}{SB'} + \dfrac{SD}{SD'}$

+ Với hình chóp $S.ABC$. Trên các đoạn thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy 3 điểm A', B', C' khác S.

Ta có: $\dfrac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SA'}{SA} \cdot \dfrac{SB'}{SB} \cdot \dfrac{SC'}{SC}$.

- Cách giải: ta có:

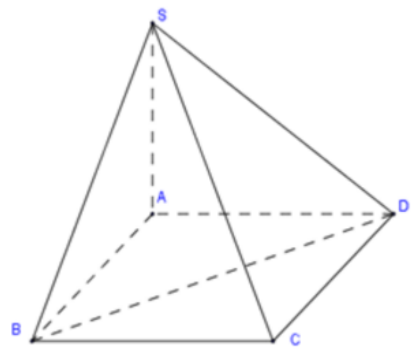
$\dfrac{SA}{SA'} + \dfrac{SC}{SC'} = \dfrac{SB}{SB'} + \dfrac{SD}{SD'} \Rightarrow 2 + 4 = 3 + \dfrac{SD}{SD'} \Rightarrow \dfrac{SD}{SD'} = 3 \Rightarrow$

$\dfrac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SA'}{SA} \cdot \dfrac{SB'}{SB} \cdot \dfrac{SC'}{SC} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{24} \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \dfrac{1}{24} S_S$

$\dfrac{V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ACD}} = \dfrac{SA'}{SA} \cdot \dfrac{SD'}{SD} \cdot \dfrac{SC'}{SC} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{24} \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \dfrac{1}{24} S$

$\Rightarrow V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'C'D'} = \dfrac{V_{S.ABC} + V_{S.ACD}}{24}$

$\Rightarrow \dfrac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{1}{24}$.



Câu 59. Cho tứ diện $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc SA và SB sao cho $MA = 2SM$, $SN = 2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC. Kí hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện $S.ABC$ bởi mặt phẳng (α), trong đó (H_1) chứa điểm S, (H_2) chứa điểm A; V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2). Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

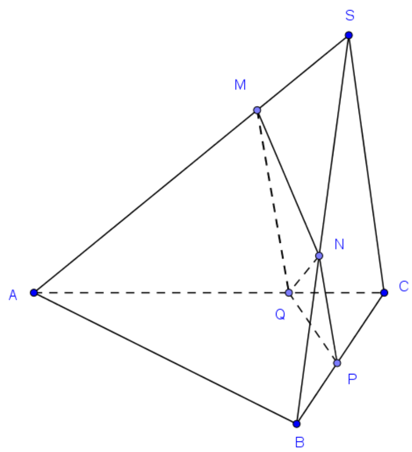
A. $\dfrac{4}{5}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải.

Chọn. A

Kí hiệu V là thể tích khối tứ diện $S.ABC$.

Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của (α) với các đường thẳng BC, AC.



Ta có $NP//MQ//SC$. Khi chia khối (H_1) bởi (QNC), ta được hai khối chóp $N.SMQC$ và $N.QPC$.

Ta có $\dfrac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}=\dfrac{d\left(N,(SAC)\right)}{d\left(B,(SAC)\right)}.\dfrac{S_{SMQC}}{S_{SAC}}$.

$\dfrac{d\left(N,(SAC)\right)}{d\left(B,(SAC)\right)}=\dfrac{NS}{BS}=\dfrac{2}{3}$.

$\dfrac{S_{AMQ}}{S_{ASC}}=\left(\dfrac{AM}{AS}\right)^2=\dfrac{4}{9}\Rightarrow\dfrac{S_{SMQC}}{S_{ASC}}=\dfrac{5}{9}$.

Suy ra $\dfrac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{5}{9}=\dfrac{10}{27}$.

$\dfrac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{d\left(N,(QPC)\right)}{d\left(S,(ABC)\right)}.\dfrac{S_{QPC}}{S_{ABC}}=\dfrac{NB}{SB}.\dfrac{CQ}{CA}.\dfrac{CP}{CB}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{3}.\dfrac{2}{3}=\dfrac{2}{27}$.

$$\frac{V_1}{V}=\frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}+\frac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}}=\frac{10}{27}+\frac{2}{27}=\frac{4}{9}\Rightarrow\frac{V_1}{V_1+V_2}=\frac{4}{9}\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{4}{5}.$$

Câu 60. Cho tứ diện $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA=2SM$, $SN=2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC. Kí hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện $S.ABC$ bởi mặt phẳng (α), trong đó, (H_1) chứa điểm S, (H_2) chứa điểm A; V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2). Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{4}{5}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$

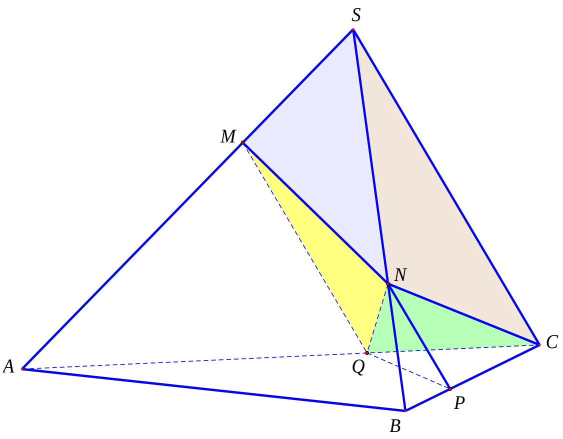
Hướng dẫn giải

Đáp án: A

Kí hiệu V là thể tích khối tứ diện $SABC$.

Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của (α) với các đường thẳng BC, AC.

Ta có $NP//MQ//SC$. Khi chia khối (H_1) bởi mặt phẳng (QNC), ta được hai khối chóp $N.SMQC$ và $N.QPC$.



Ta có: $\dfrac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}=\dfrac{d(N,(SAC))}{d(B,(SAC))}\cdot\dfrac{S_{SMQC}}{S_{SAC}}$;

$\dfrac{d(N,(SAC))}{d(B,(SAC))}=\dfrac{NS}{BS}=\dfrac{2}{3}$;

$\dfrac{S_{AMQ}}{S_{ASC}}=\left(\dfrac{AM}{AS}\right)^2=\dfrac{4}{9}\Rightarrow\dfrac{S_{SMQC}}{S_{ASC}}=\dfrac{5}{9}$.

Suy ra $\dfrac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{5}{9}=\dfrac{10}{27}$

$$\frac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}}=\frac{d(N,(QPC))}{d(S,(ABC))}\cdot\frac{S_{QPC}}{S_{ABC}}$$

$$=\frac{NB}{SB}\cdot\frac{CQ}{CA}\cdot\frac{CP}{CB}==\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$$

$$\frac{V_1}{V}=\frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}+\frac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}}=\frac{10}{27}+\frac{2}{27}=\frac{4}{9}\Rightarrow\frac{V_1}{V_1+V_2}=\frac{4}{9}\Rightarrow 5V_1=4V_2\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{4}{5}$$

BAAIF TẬP TRẮC NGHIỆM 2

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $V = a^3\sqrt{2}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SBC là tam giác vuông cân tại S, $SB = 2a$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng SBC bằng $3a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 2a^3$. **B.** $V = 4a^3$. **C.** $V = 6a^3$ **D.** $V = 12a^3$.

Câu 3. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4, AB = 6, BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 40$. **B.** $V = 192$. **C.** $V = 32$. **D.** $V = 24$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = a$, $BC = 2a$. Hai mặt bên SAB và SAD cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $ABCD$, cạnh $SA = a\sqrt{15}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{6}$. **B.** $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. **C.** $V = 2a^3\sqrt{15}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $ABCD$ và $SC = a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích V khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V = a^3\sqrt{3}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V = \frac{a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = 1$, $AD = 2$. Cạnh bên $SA = 2$ và vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 1$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V = \frac{1}{3}$. **D.** $V = 2$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng ABC. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 9. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, $SA = 2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{12}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 10. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{13}\,a^3}{12}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{11}\,a^3}{12}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{11}\,a^3}{6}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{11}\,a^3}{4}$.

Câu 11. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 12. (ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016 – 2017) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $h=a\sqrt{3}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$. Cạnh bên $SA=a\sqrt{2}$, hình chiếu của điểm S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm của cạnh huyền AC. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, góc $ABC=60°$. Cạnh bên $SD=\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $ABCD$ là điểm H thuộc đoạn BD thỏa $HD=3HB$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{5}}{24}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{15}}{24}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{15}}{8}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{15}}{12}$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Hình chiếu vuông góc của S trên AB là điểm H thỏa $AH=2BH$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $SBD=60^0$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC=2a$, $AB=SA=a$. Tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy ABC. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Cạnh bên $SA=a$ và vuông góc với đáy; diện tích tam giác SBC bằng $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$ (đvdt). Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C, cạnh huyền AB bằng 3. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC và $SB=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{1}{4}$. **C.** $V=\dfrac{3}{4}$. **D.** $V=1$.

Câu 20. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60^0. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AC=5a$. Đường thẳng SA vuông góc với mặt đáy, cạnh bên SB tạo với mặt đáy một góc 60^0. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=6\sqrt{2}a^3$. **B.** $V=4\sqrt{2}a^3$. **C.** $V=2\sqrt{2}a^3$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng ABC; góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng ABC bằng 60^0. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3}{4}$. **B**. $V=\frac{3a^3}{4}$. **C**. $V=\frac{a^3}{2}$. **D**. $V=a^3$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $BAD=120^0$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $ABCD$ và SD tạo với đáy $ABCD$ một góc 60^0. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{a^3}{4}$. **B**. $V=\frac{3a^3}{4}$. **C**. $V=\frac{a^3}{2}$. **D**. $V=a^3$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $ABCD$ là trung điểm H của cạnh AB, góc giữa SC và mặt đáy bằng 30^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{\sqrt{15}}{6}$. **B**. $V=\frac{\sqrt{15}}{18}$. **C**. $V=\frac{1}{3}$. **D**. $V=\frac{\sqrt{5}}{6}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC=2a, BC=a$. Đỉnh S cách đều các điểm A, B, C. Biết góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $ABCD$ bằng 60^o. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD.$

A. $V=\frac{a^3}{4}$. **B**. $V=\frac{3a^3}{4}$. **C**. $V=\frac{a^3}{2}$. **D**. $V=a^3$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=AC=a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy ABC. Gọi I là trung điểm của BC, SI tạo với mặt phẳng ABC góc 60^0. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B**. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C**. $V=\frac{a^3}{2}$. **D**. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng ABC là trung điểm H của cạnh BC. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng ABC bằng 60^0. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B**. $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **C**. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D**. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B; đỉnh S cách đều các điểm A, B, C. Biết $AC=2a, BC=a$; góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy ABC bằng 60^0. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B**. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C**. $V=\frac{a^3}{2}$. **D**. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, $BD=1$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy $ABCD$ là trung điểm OD. Đường thẳng SD tạo với mặt đáy một góc bằng 60^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{\sqrt{3}}{24}$. **B**. $V=\frac{\sqrt{3}}{8}$. **C**. $V=\frac{1}{8}$. **D**. $V=\frac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a. Tam giác ABC đều, hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng $ABCD$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Đường thẳng SD hợp với mặt phẳng $ABCD$ góc 30^0. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD.$

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B**. $V=\frac{a^3}{3}$. **C**. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D**. $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh đáy AD và BC; $AD=2a, AB=BC=CD=a.$ Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $ABCD$ và SD tạo với mặt phẳng $ABCD$ góc 45^0. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B**. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C**. $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **D**. $V=a^3\sqrt{3}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác vuông tại S. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HA=3HD$. Biết rằng $SA=2a\sqrt{3}$ và

SC tạo với đáy một góc bằng 30^0. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{8\sqrt{6}a^3}{9}$. **B.** $V=8\sqrt{2}a^3$. **C.** $V=8\sqrt{6}a^3$. **D.** $V=\dfrac{8\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=AB=a$. Gọi N là trung điểm SD, đường thẳng AN hợp với đáy $ABCD$ một góc 30^0. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 34. (ĐỀ THAM KHẢO 2016 – 2017) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng SAB một góc bằng 30^0. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{18}$. **B.** $V=\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{3}$, tam giác SBC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đường thẳng SD tạo với mặt phẳng SBC một góc 60^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{1}{\sqrt{6}}$. **B.** $V=\sqrt{6}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V=\sqrt{3}$.

Câu 36. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng 60^0. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{8}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc đáy và mặt bên SCD hợp với đáy một góc bằng 60^0. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a,\ AD=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và mặt phẳng SBC tạo với đáy một góc 60^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=3a^3$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng SBD và mặt phẳng $ABCD$ bằng 60^0. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, đường chéo $AC=a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa SCD và đáy bằng 45^0. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{12}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AD=DC=1$, $AB=2$; cạnh bên SA vuông góc với đáy; mặt phẳng SBC tạo với mặt đáy $ABCD$ một góc 45^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\sqrt{2}$. **B.** $V=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$.

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$ có $S_{\Delta ABC}=4\text{cm}^2$, $S_{\Delta ABD}=6\text{cm}^2$, $AB=3\text{cm}$. Góc giữa hai mặt phẳng ABC và ABD bằng 60^o. Tính thể tích V của khối tứ diện đã cho.

A. $V=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$. **B.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$. **C.** $V=2\sqrt{3}\text{cm}^3$. **D.** $V=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$.

Câu 43. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB=6a, AC=7a$ và $AD=4a.$ Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh $BC, CD, BD.$ Tính thể tích V của tứ diện $AMNP.$

A. $V=\dfrac{7}{2}a^3.$ **B.** $V=14a^3.$ **C.** $V=\dfrac{28}{3}a^3.$ **D.** $V=7a^3.$

Câu 44. (ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016 – 2017) Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm của tam giác BCD. Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$.

A. $V=3.$ **B.** $V=4.$ **C.** $V=6.$ **D.** $V=5.$

Câu 45. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng SBC bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{a^3}{2}.$ **B.** $V=a^3.$ **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{9}.$ **D.** $V=\dfrac{a^3}{3}.$

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân ở B, $AC=a\sqrt{2}$, $SA=a$ và vuông góc với đáy ABC. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Mặt phẳng α qua AG và song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại M, N. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.AMN$.

A. $V=\dfrac{2a^3}{27}$. **B.** $V=\dfrac{2a^3}{29}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{9}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{27}$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD; H là giao điểm của CN và DM. Biết SH vuông góc với mặt phẳng $ABCD$ và $SH=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.CDNM$.

A. $V=\dfrac{5a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V=\dfrac{5a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\dfrac{5a^3}{8}$. **D.** $V=\dfrac{5a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 48. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh $2a$. Mặt bên tạo với đáy góc 60^0. Gọi K là hình chiếu vuông góc của O trên SD. Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $DKAC$.

A. $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{15}$. **B.** $V=\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{5}$. **C.** $V=\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{15}$. **D.** $V=a^3\sqrt{3}$.

Câu 49*. Cho hình chóp $S.ABC$ có $ASB=CSB=60^0$, $ASC=90^0$ và $SA=SB=a,$ $SC=3a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC.$

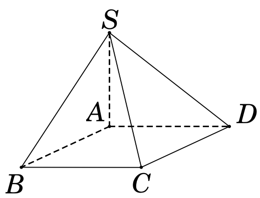
A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}.$ **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}.$ **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}.$ **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}.$

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a,$ $SA=SB,$ $SC=SD,$ $SAB\perp SCD$ và tổng diện tích hai tam giác SAB và SCD bằng $\dfrac{7a^2}{10}.$ Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD.$

A. $V=\dfrac{a^3}{5}.$ **B.** $V=\dfrac{4a^3}{15}.$ **C.** $V=\dfrac{4a^3}{25}.$ **D.** $V=\dfrac{12a^3}{25}.$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD}=a^2$.



Chiều cao khối chóp là $SA=a\sqrt{2}.$

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}.$

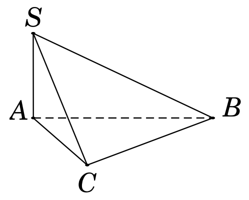
Chọn D.

Câu 2. Ta chọn SBC làm mặt đáy $\longrightarrow$ chiều cao khối chóp là $d\left[A,\ SBC\right]=3a.$

Tam giác SBC vuông cân tại S nên $S_{\Delta SBC}=\frac{1}{2}SB^2=2a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}S_{\Delta SBC}.d\left[A,\ SBC\right]=2a^3$. **Chọn A.**

Câu 3. Tam giác ABC, có $AB^2+AC^2=6^2+8^2=10^2=BC^2$ $\longrightarrow$ tam giác ABC vuông tại A $\longrightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=24.$



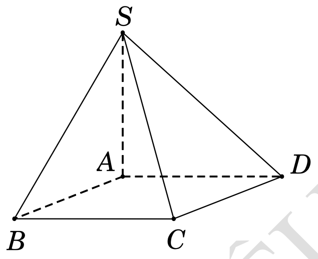
Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA=32.$ **Chọn C.**

Câu 4. Vì hai mặt bên SAB và SAD cùng vuông góc với $ABCD$, suy ra $SA\perp ABCD$. Do đó chiều cao khối chóp là $SA=a\sqrt{15}$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD}=AB.BC=2a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$.

Chọn B.



Câu 5. Đường chéo hình vuông $AC=a\sqrt{2}$.

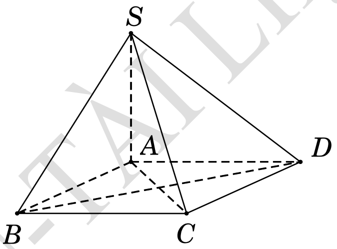
Xét tam giác SAC, ta có $SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=a\sqrt{3}$.

Chiều cao khối chóp là $SA=a\sqrt{3}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD}=a^2$.

Vậy thể tích khối chop $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Chọn A.

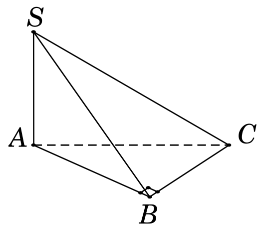


Câu 6. Diện tích tam giác vuông $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BA.BC=\frac{a^2}{2}$.

Chiều cao khối chóp là $SA=2a$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SA=\frac{a^3}{3}$.

Chọn C.

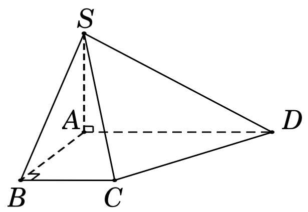


Câu 7. Diện tích hình thang $ABCD$ là

$$S_{ABCD}=\left(\frac{AD+BC}{2}\right).AB=\frac{3}{2}.$$

Chiều cao khối chóp là $SA=2$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=1.$ **Chọn A.**



Câu 8. Gọi H là trung điểm của AB, suy ra $SH\perp AB$.

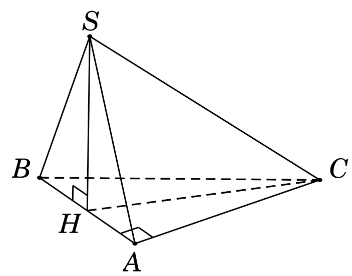
Do $SAB\perp ABC$ theo giao tuyến AB nên $SH\perp ABC$.

Tam giác SAB là đều cạnh $AB=a$ nên $SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác vuông ABC, có $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=a\sqrt{2}$.

Diện tích tam giác vuông $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **Chọn A.**



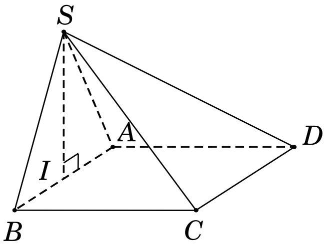
Câu 9. Gọi I là trung điểm của AB. Tam giác SAB cân tại S và có I là trung điểm AB nên $SI\perp AB$. Do $SAB\perp ABCD$ theo giao tuyến AB nên $SI\perp ABCD$.

Tam giác vuông SIA, có

$$SI=\sqrt{SA^2-IA^2}=\sqrt{SA^2-\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD}=a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SI=\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **Chọn B.**



Câu 10. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Vì $S.ABC$ là khối chóp đều nên suy ra $SI\perp ABC$.

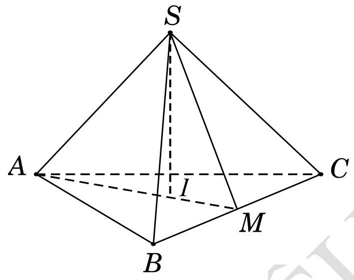
Gọi M là trung điểm của $BC\Rightarrow AI=\frac{2}{3}AM=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác SAI vuông tại I, có

$$SI=\sqrt{SA^2-SI^2}=\sqrt{2a^{\,2}-\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SI=\frac{\sqrt{11}\,a^3}{12}$. **Chọn B.**



Câu 11. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Vì $S.ABC$ là khối chóp đều nên suy ra $SI\perp ABC$.

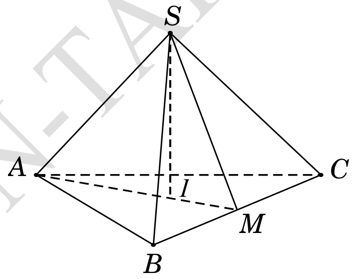
Gọi M là trung điểm của $BC\Rightarrow AI=\frac{2}{3}AM=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác SAI vuông tại I, có

$$SI=\sqrt{SA^2-AI^2}\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{21}}{6}\right)^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{a}{2}.$$

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SI=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **Chọn C.**



Câu 12. Xét hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a\Rightarrow S_{\Delta ABC}=a^2\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.h\longrightarrow h=\frac{3.V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{3a^3}{a^2\sqrt{3}}=a\sqrt{3}$. **Chọn D.**

Câu 13. Gọi M là trung điểm AC. Theo giả thiết, ta có $SM\perp ABC\Rightarrow SM\perp AC$.

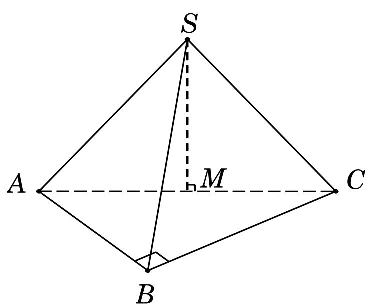
Tam giác vuông ABC, có $AC=AB\sqrt{2}=a\sqrt{2}$.

Tam giác vuông SMA, có

$$SM=\sqrt{SA^2-AM^2}=\sqrt{SA^2-\left(\frac{AC}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Diện tích tam giác vuông cân ABC là $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SM=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **Chọn A.**



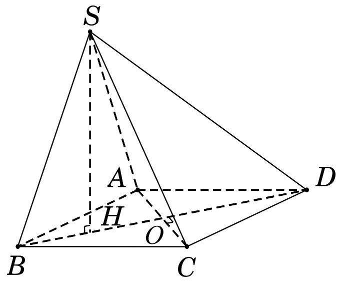
Câu 14. Vì $ABC = 60°$ nên tam giác ABC đều.
Suy ra

$$BO = \frac{\sqrt{3}}{2};\ BD = 2BO = \sqrt{3};\ HD = \frac{3}{4}BD = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

Tam giác vuông SHD, có $SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \frac{\sqrt{5}}{4}.$

Diện tích hình thoi $ABCD$ là $S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{\sqrt{15}}{24}.$ **Chọn B.**



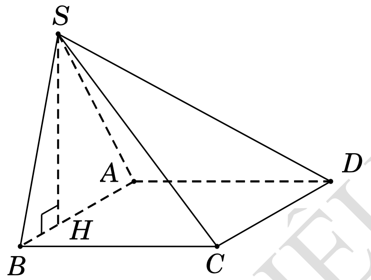
Câu 15. Trong tam giác vuông SAB, ta có

$$SA^2 = AH.AB = \frac{2}{3}AB.AB = \frac{2}{3}a^2;$$

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

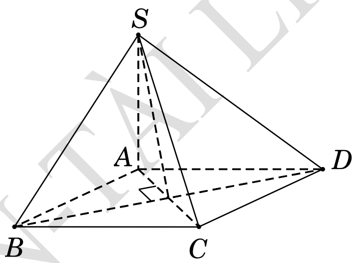
Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2.$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}.$ **Chọn D.**



Câu 16. Ta có $\Delta SAB = \Delta SAD \longrightarrow SB = SD.$
Hơn nữa, theo giả thiết $SBD = 60^0$.
Do đó ΔSBD đều cạnh $SB = SD = BD = a\sqrt{2}$.
Tam giác vuông SAB, ta có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$.
Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2.$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3}{3}$ (đvtt). **Chọn C.**



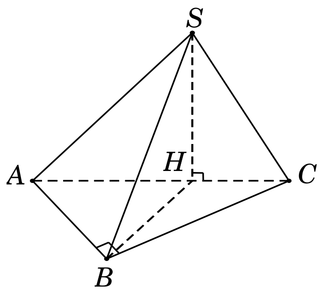
Câu 17. Kẻ $SH \perp AC$. Do $SAC \perp ABC$ theo giao tuyến AC nên $SH \perp ABC$.
Trong tam giác vuông SAC, ta có

$$SC = \sqrt{AC^2 - SA^2} = a\sqrt{3},\ SH = \frac{SA.SC}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Tam giác vuông ABC, có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$.
Diện tích tam giác ABC là

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH = \frac{a^3}{4}.$ **Chọn A.**



Câu 18. Ta có $BC \perp AB$ (do $ABCD$ là hình vuông). 1
Lại có $BC \perp SA$ (do SA vuông góc với đáy $ABCD$). 2
Từ 1 và 2 , suy ra $BC \perp SAB \Rightarrow BC \perp SB$. Do đó tam giác SBC vuông tại B.
Đặt cạnh hình vuông là $x > 0$.
Tam giác SAB vuông tại A nên

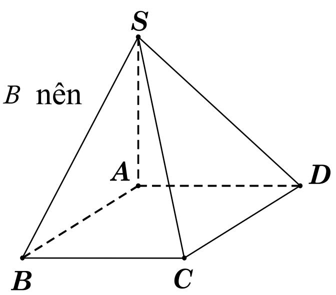
$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{a^2 + x^2}.$$

Theo chứng minh trên, ta có tam giác SBC vuông tại B nên

$$\frac{a^2\sqrt{2}}{2} = S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}SB.BC = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + x^2}.x \longrightarrow x = a.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3}{3}.$ **Chọn C.**



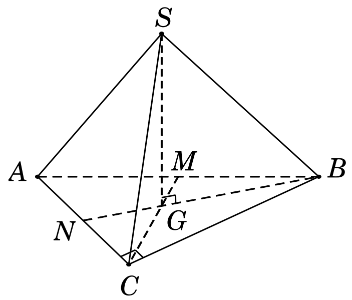
Câu 19. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, AC. Suy ra $G = CM \cap BN$ là trọng tâm tam giác ABC. Theo

giả thiết, ta có $SG \perp ABC$.

Tam giác ABC vuông cân tại C, suy ra $CA = CB = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$ và $CM \perp AB$.

Ta có $CM = \frac{1}{2}AB = \frac{3}{2}$, suy ra $GM = \frac{1}{3}CM = \frac{1}{2}$;

$BG = \sqrt{BM^2 + GM^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$; $SG = \sqrt{SB^2 - GB^2} = 1$.

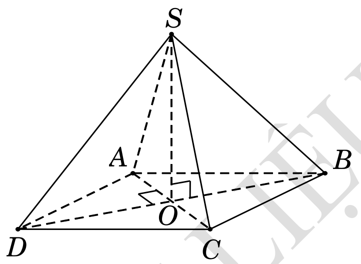


Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}CA.CB = \frac{9}{4}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SG = \frac{3}{4}$. **Chọn C.**

Câu 20. Gọi $O = AC \cap BD$. Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp ABCD$.

Suy ra OB là hình chiếu của SB trên $ABCD$.



Khi đó $60^0 = SB, ABCD = SB, OB = SBO$.

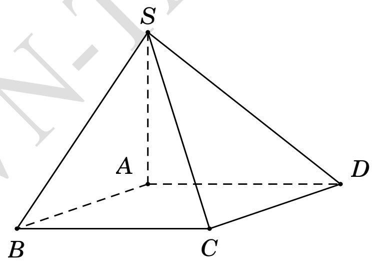
Tam giác vuông SOB, có $SO = OB.\tan SBO = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích hình vuông ABC là $S_{ABCD} = AB^2 = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **Chọn A.**

Câu 21. Trong tam giác vuông ABC, ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2\sqrt{6}a$.

Vì $SA \perp ABCD$ nên hình chiếu vuông góc của SB trên mặt phẳng $ABCD$ là AB.



Do đó $60^0 = SB, ABCD = SB, AB = SBA$.

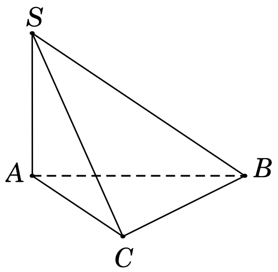
Tam giác vuông SAB, có $SA = AB.\tan SBA = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình chữ nhật $S_{ABCD} = AB.BC = 2\sqrt{6}a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = 2\sqrt{2}a^3$. **Chọn C.**

Câu 22. Do $SA \perp ABCD$ nên ta có

$$60^0 = SB, ABC = SB, AB = SBA.$$



Tam giác vuông SAB, có $SA = AB.\tan SBA = a\sqrt{3}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

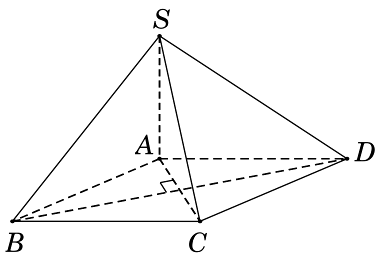
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = \frac{a^3}{4}$. **Chọn A.**

Câu 23. Do $SA \perp ABCD$ nên ta có $60^0 = SD, ABCD = SD, AD = SDA$.

Tam giác vuông SAD, có $SA = AD.\tan SDA = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình thoi

$$S_{ABCD} = 2S_{\Delta BAD} = AB.AD.\sin BAD = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$



Vậy thể tích khối chop $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3}{2}$.

Chọn C.

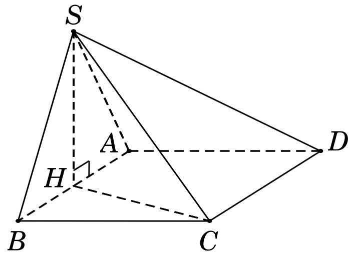
Câu 24. Vì $SH \perp ABCD$ nên hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng đáy $ABCD$ là HC. Do đó

$30^0 = SC,\ ABCD\ = SC, HC = SCH$.

Tam giác vuông BCH, có $HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Tam giác vuông SHC, có $SH = HC.\tan SCH = \dfrac{\sqrt{15}}{6}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = 1$.



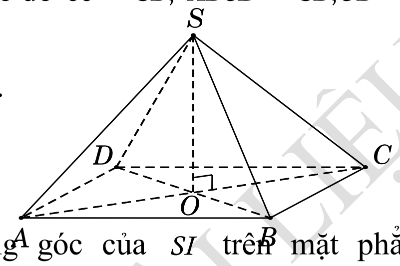
Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} S_{ABCD}.SH = \dfrac{\sqrt{15}}{18}$. **Chọn B.**

Câu 25. Gọi O là trung điểm AC, suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Theo giả thiết đỉnh S cách đều các điểm A, B, C nên hình chiếu của S xuống đáy là điểm $O \longrightarrow SO \perp\ ABCD \longrightarrow$ hình chiếu vuông góc của SB trên mặt đáy $ABCD$ là OB. Do đó $60^0 = SB,\ ABCD\ = SB, OB = SBO$.

Tam giác vuông SOB, có $SO = OB.\tan SBO = a\sqrt{3}$.

Tam giác vuông ABC, có $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình chữ nhật $S_{ABCD} = AB.BC = a^2\sqrt{3}$.



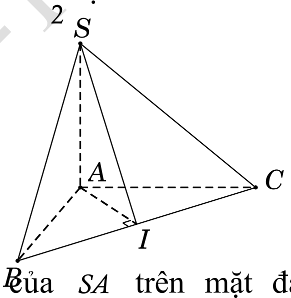
Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} S_{ABCD}.SO = a^3$. **Chọn D.**

Câu 26. Vì $SA \perp\ ABC$ nên hình chiếu vuông góc của SI trên mặt phẳng ABC là AI. Do đó $60^o = SI,\ ABC\ = SI, AI = SIA$.

Tam giác ABC vuông tại A, suy ra trung tuyến $AI = \dfrac{1}{2} BC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác vuông SAI, có $SA = AI.\tan SIA = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích tam giác vuông $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} AB.AC = \dfrac{a^2}{2}$.



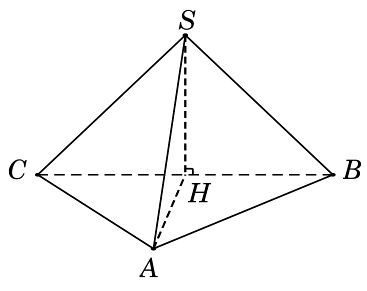
Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} SA.S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **Chọn D.**

Câu 27. Vì $SH \perp\ ABC$ nên hình chiếu vuông góc của SA trên mặt đáy ABC là HA. Do đó $60^0 = SA,\ ABC\ = SA, HA = SAH$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác vuông SHA, có $SH = AH.\tan SAH = \dfrac{3a}{2}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.



Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} S_{\Delta ABC}.SH = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **Chọn A.**

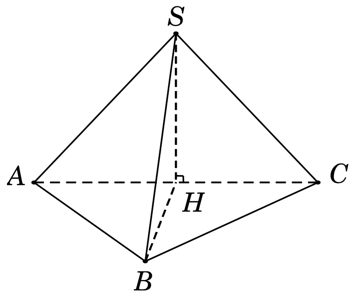
Câu 28. Gọi H là trung điểm AC. Do tam giác ABC vuông tại B nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Đỉnh S cách đều các điểm A, B, C nên hình chiếu của S trên mặt đáy ABC trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, suy ra $SH \perp\ ABC$. Do đó $60^0 = SB,\ ABC\ = SB, BH = SBH$.

Tam giác vuông SHB, có

$$SH = BH.\tan SBH = \frac{AC}{2}.\tan SBH = a\sqrt{3}.$$

Tam giác vuông ABC, có $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}.$

Diện tích tam giác vuông $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BA.BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.



Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH = \frac{a^3}{2}$. **Chọn C.**

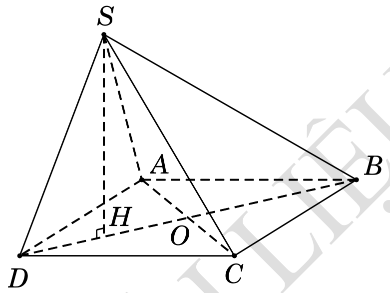
Câu 29. Vì $SH \perp ABCD$ nên hình chiếu vuông góc của SD trên mặt đáy $ABCD$ là HD. Do đó $60^0 = SD,\ ABCD\ = SD, HD = SDH$.

Tam giác vuông SHD, có

$$SH = HD.\tan SDH = \frac{BD}{4}.\tan SDH = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Trong hình vuông $ABCD$, có $AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB^2 = \frac{1}{2}$.



Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{\sqrt{3}}{24}$. **Chọn A.**

Câu 30. Gọi $O = AC \cap BD$; M là trung điểm AB. Suy ra $H = BO \cap CM$.

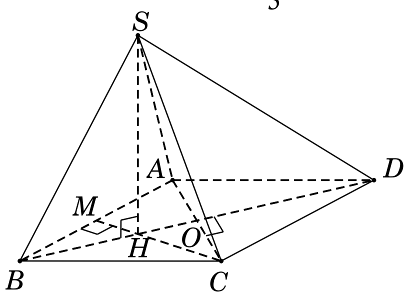
Theo giả thiết $SH \perp ABCD$ nên hình chiếu vuông góc của SD trên mặt đáy $ABCD$ là HD. Do đó $30^0 = SD,\ ABCD\ = SD, HD = SDH$.

Tam giác ABC và ADC đều cạnh a, suy ra

$$\begin{cases} OD = \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ OH = \frac{1}{3}BO = \frac{a\sqrt{3}}{6} \end{cases} \Rightarrow HD = OD + OH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác vuông SHD, có $SH = HD.\tan SDH = \frac{2a}{3}$.

Diện tích hình thoi $S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABC} = 2.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.



Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **Chọn C.**

Câu 31. Ta có $45^0 = SD,\ ABCD\ = SD, AD = SDA$.

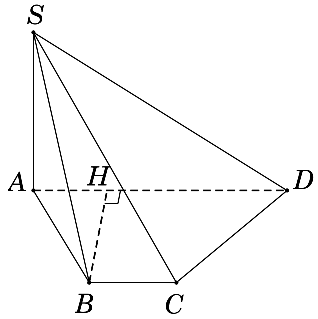
Suy ra tam giác SAD vuông cân tại A nên $SA = AD = 2a$.

Trong hình thang $ABCD$, kẻ $BH \perp AD\ \ H \in AD$.

Do $ABCD$ là hình thang cân nên $AH = \frac{AD - BC}{2} = \frac{a}{2}$.

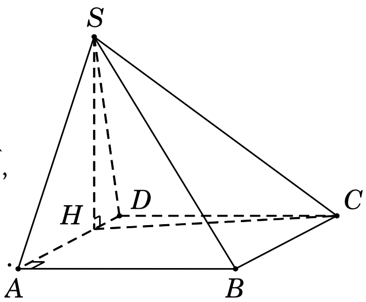
Tam giác AHB, có $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích $S_{ABCD} = \frac{1}{2}\ AD + BC\ BH = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.



Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **Chọn B.**

Câu 32. Hình chiếu vuông góc của SC trên mặt đáy là HC nên



$30^0 = SC,\ ABCD = SC, HC = SCH$.

Tam giác vuông SAD, có $SA^2 = AH.AD$

$\Leftrightarrow 12a^2 = \frac{3}{4}AD.AD = \frac{3}{4}AD^2$.

Suy ra $AD = 4a$, $HA = 3a$, $HD = a$, $SH = \sqrt{HA.HD} = a\sqrt{3}$,

$HC = SH.\cot SCH = 3a,\ CD = \sqrt{HC^2 - HD^2} = 2a\sqrt{2}$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD} = AD.CD = 8\sqrt{2}a^2$.

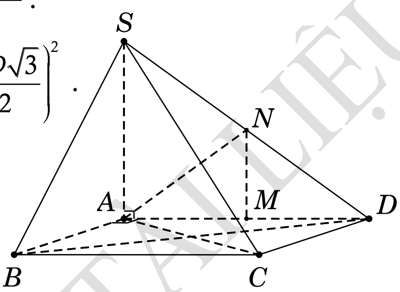
Vậy thể tích khối chop $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$. **Chọn D.**

Câu 33. Tam giác SAD vuông tại A, có AN là trung tuyến nên $AN = \frac{1}{2}SD$.

Gọi M là trung điểm AD, suy ra $MN \parallel SA$ nên $MN \perp ABCD$.

Do đó $30^0 = AN,\ ABCD = AN, AM = NAM$.

Tam giác vuông NMA, có $AM = AN.\cos NAM = \frac{SD\sqrt{3}}{4}$.



Tam giác SAD, có $SD^2 = SA^2 + AD^2 \Leftrightarrow SD^2 = a^2 + \left(\frac{SD\sqrt{3}}{2}\right)^2$.

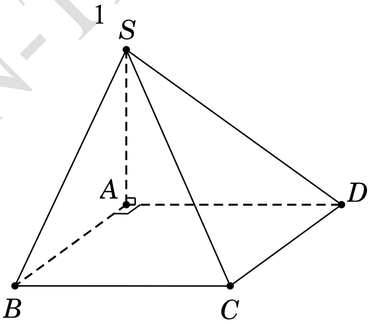
Suy ra $SD = 2a$ nên $AD = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình chữ nhật $S_{ABCD} = AB.AD = a^2\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **Chọn B.**

Câu 34. $ABCD$ là hình vuông suy ra $AB \perp AD$. 1

Vì $SA \perp ABCD \longrightarrow SA \perp AD.$ 2



Từ 1 và 2, suy ra $AD \perp SAB$.

Khi đó SA là hình chiếu của SD trên mặt phẳng SAB.

Do đó $30^0 = SD;\ SAB = SD; SA = DSA.$

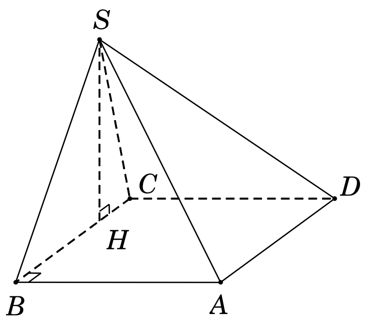
Tam giác SAD vuông tại A, có $SA = \frac{AD}{\tan DSA} = a\sqrt{3}.$

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **Chọn D.**

Câu 35. Kẻ $SH \perp BC$. Vì $SBC \perp ABCD$ theo giao tuyến BC nên $SH \perp ABCD$.

Ta có $\begin{cases} DC \perp BC \\ DC \perp SH \end{cases} \Rightarrow DC \perp SBC$. Do đó $60^0 = SD,\ SBC = SD, SC = DSC$.

Từ $DC \perp SBC \longrightarrow DC \perp SC.$



Tam giác vuông SCD, có $SC = \frac{DC}{\tan DSC} = 1$.

Tam giác vuông SBC, có

$SH = \frac{SB.SC}{BC} = \frac{\sqrt{BC^2 - SC^2}.SC}{BC} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = 3.$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{\sqrt{6}}{3}$. **Chọn C.**

Câu 36. Gọi $E,\ F$ lần lượt là trung điểm $BC,\ BA$ và $O = AE \cap CF$.

Do $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SO \perp ABC$.

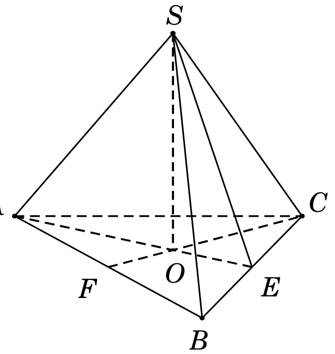
Khi đó $60^0 = SBC , ABC = SE, OE = SEO$.

Tam giác vuông SOE, có

$$SO = OE.\tan SEO = \frac{AE}{3}.\tan 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{6}.\sqrt{3} = \frac{a}{2}.$$

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC}.SO = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **Chọn A.**



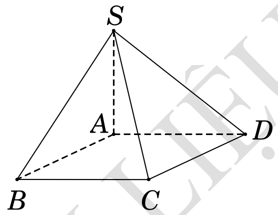
Câu 37. Ta có $SA \perp ABCD \Rightarrow SA \perp CD$ nên có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp SAD \Rightarrow CD \perp SD.$

Do $\begin{cases} SCD \cap ABCD = CD \\ SD \perp CD;\ AD \perp CD \end{cases}$, suy ra $60^0 = \left[SCD , ABCD \right] = \left[SD, AD \right] = SDA$.

Tam giác vuông SAD, có $SA = AD.\tan SDA = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB^2 = a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD}.SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn D.

Câu 38. Ta có $SA \perp ABCD \Rightarrow SA \perp BC$ nên có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SAB \Rightarrow BC \perp SB.$

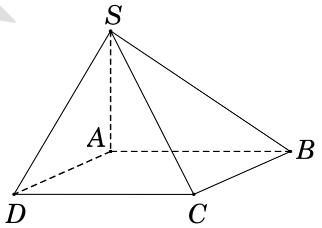
Do $\begin{cases} SBC \cap ABCD = BC \\ SB \perp BC;\ AB \perp BC \end{cases}$, suy ra $60^0 = \left[SBC , ABCD \right] = \left[SB, AB \right] = SBA$.

Tam giác vuông SAB, có $SA = AB.\tan SBA = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là

$$S_{ABCD} = AB.AD = a^2\sqrt{3}.$$

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD}.SA = a^3$.



Chọn C.

Câu 39. Vì $SA \perp ABCD \Rightarrow SA \perp BD$. 1

Gọi $O = AC \cap BD$, suy ra $BD \perp AO$. 2

Từ 1 và 2 , suy ra $BD \perp SAO \Rightarrow BD \perp SO$.

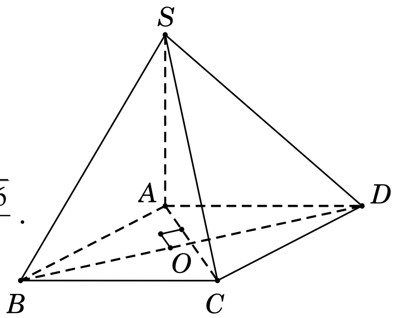
Do $\begin{cases} SBD \cap ABCD = BD \\ SO \perp BD,\ AO \perp BD \end{cases}$, suy ra

$$60^0 = \left[SBD , ABCD \right] = \left[SO, AO \right] = SOA.$$

Tam giác vuông SAO, ta có $SA = AO.\tan SOA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

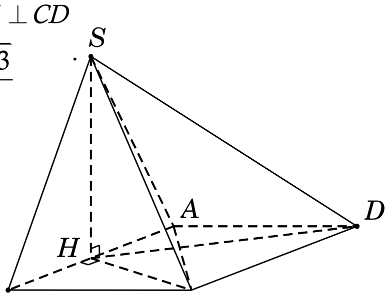
Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD}.SA = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **Chọn C.**



Câu 40. Gọi H là trung điểm AB, suy ra $SH \perp AB$.

Mà $SAB \perp ABCD$ theo giao tuyến AB nên $SH \perp ABCD$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $\begin{cases} CH \perp AB \longrightarrow CH \perp CD \\ CH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$.



Ta có $\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ SC \subset (SCD),\ SC \perp CD \\ HC \subset (ABCD),\ HC \perp CD \end{cases}$ suy ra

$45^0 = \widehat{(SCD),(ABCD)} = \widehat{SC,HC} = \widehat{SCH}$.

Tam giác vuông SHC, có $SH = HC.\tan \widehat{SCH} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

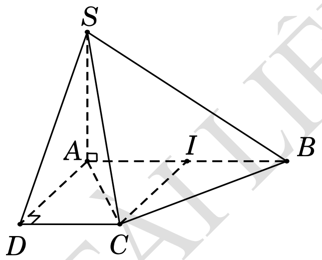
Diện tích hình thoi $ABCD$ là $S_{ABCD} = 2S_{\Delta ADC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \dfrac{a^3}{4}$. **Chọn A.**

Câu 41. Gọi I là trung điểm AB, suy ra $CI = AD = 1 = \dfrac{1}{2}AB$.

Do đó tam giác ABC vuông tại C. Suy ra $BC \perp AC$ nên

$$45^0 = \widehat{(SBC),(ABCD)} = \widehat{SC,AC} = \widehat{SCA}.$$



Ta có $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{2}$.

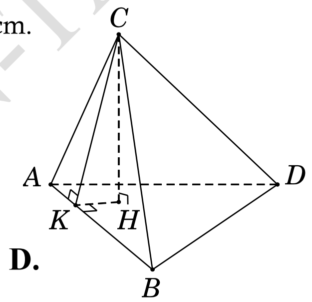
Tam giác vuông SAC, có $SA = AC.\tan \widehat{SCA} = \sqrt{2}$.

Diện tích hình thang $S_{ABCD} = \dfrac{(AB + DC)AD}{2} = \dfrac{3}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn C.

Câu 42. Kẻ $CK \perp AB$. Ta có $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AB.CK \longrightarrow CK = \dfrac{8}{3}$cm.



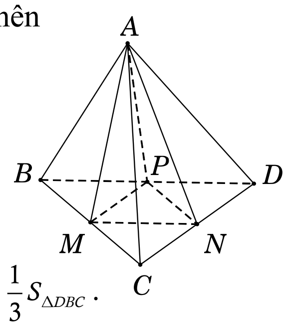
Gọi H là chân đường cao của hình chóp hạ từ đỉnh C.

Xét tam giác vuông CHK, ta có

$CH = CK.\sin \widehat{CKH} = CK.\sin \widehat{(ABC),(ABD)} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích khối tứ diện $V = \dfrac{1}{3}S_{\Delta ABD}.CH = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$. **Chọn D.**

Câu 43. Do $AB,\ AC$ và AD đôi một vuông góc với nhau nên



$V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}AB.AC.AD = \dfrac{1}{6}.6a.7a.4a = 28a^3$.

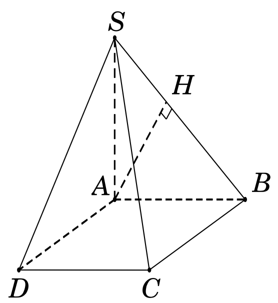
Dễ thấy $S_{\Delta MNP} = \dfrac{1}{4}S_{\Delta BCD}$.

Suy ra $V_{AMNP} = \dfrac{1}{4}V_{ABCD} = 7a^3$. **Chọn D.**

Câu 44. Vì G là trọng tâm của tam giác BCD nên $S_{\Delta GBC} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta DBC}$.

Suy ra $V_{A.GBC} = \dfrac{1}{3}V_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.12 = 4$. **Chọn B.**

Câu 45. Gọi H là hình chiếu của A trên $SB \Rightarrow AH \perp SB$.



Ta có $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow AH \perp BC$.

Suy ra $AH \perp (SBC) \Rightarrow d[A,(SBC)] = AH = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

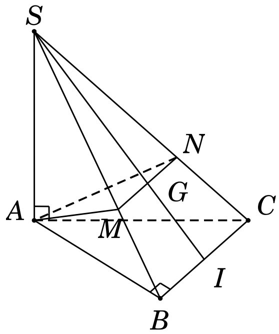
Tam giác SAB vuông tại A, có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AB^2} \Rightarrow SA = a$.

Vậy $V=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{a^3}{3}$. **Chọn D.**

Câu 46. Từ giả thiết suy ra $AB=BC=a$.

Diện tích tam giác $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{a^2}{2}$. Do đó $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA=\frac{a^3}{6}$.

Gọi I là trung điểm BC.



Do G là trọng tâm ΔSBC nên $\frac{SG}{SI}=\frac{2}{3}$.

Vì $BC \parallel \alpha \longrightarrow BC$ song song với giao tuyến MN

$\longrightarrow \Delta AMN \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số $\frac{2}{3} \longrightarrow S_{\Delta AMN}=\frac{4}{9}S_{\Delta SBC}$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.AMN}=\frac{4}{9}.V_{S.ABC}=\frac{2a^3}{27}$.

Chọn A.

Nhận xét. 1) bạn đọc có thể tham khảo cách giải khác bằng tỉ số thể tích ở Bài ???

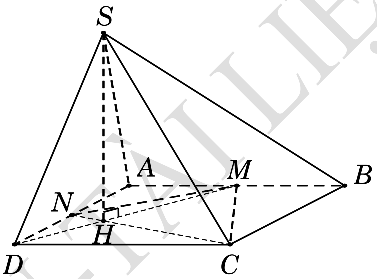
2) Hai tam giác đồng dạng theo tỉ số k thì tỉ số thể tích bằng k^2.

Câu 47. Theo giả thiết, ta có $SH=a\sqrt{3}$.

Diện tích tứ giác $S_{CDNM}=S_{ABCD}-S_{\Delta AMN}-S_{\Delta BMC}$

$=AB^2-\frac{1}{2}AM.AN-\frac{1}{2}BM.BC=a^2-\frac{a^2}{8}-\frac{a^2}{4}=\frac{5a^2}{8}$.

Vậy $V_{S.CDNM}=\frac{1}{3}S_{CDNM}.SH=\frac{5a^3\sqrt{3}}{24}$. **Chọn B.**



Câu 48. Gọi M là trung điểm CD, suy ra $OM\perp CD$ nên

$60^0 = SCD, ABCD = SM, OM = SMO$.

Tam giác vuông SOM, có $SO=OM.\tan SMO=a\sqrt{3}$.

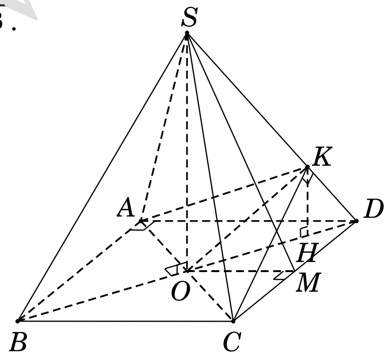
Kẻ $KH\perp OD \Rightarrow KH \parallel SO$ nên $KH\perp ABCD$.

Tam giác vuông SOD, ta có $\frac{KH}{SO}=\frac{DK}{DS}=\frac{DO^2}{DS^2}$

$=\frac{OD^2}{SO^2+OD^2}=\frac{2}{5}\longrightarrow KH=\frac{2}{5}SO=\frac{2a\sqrt{3}}{5}$.

Diện tích tam giác $S_{\Delta ADC}=\frac{1}{2}AD.DC=2a^2$.

Vậy $V_{DKAC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ADC}.KH=\frac{4a^3\sqrt{3}}{15}$. **Chọn C.**



Câu 49*. Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow SM\perp AB$. 1

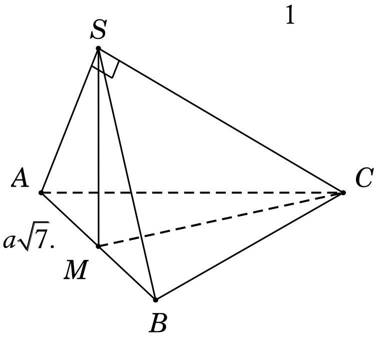
Ta có $\begin{cases} SA=SB \\ ASB=60^0 \end{cases} \Rightarrow \Delta SAB$ đều $\longrightarrow \begin{cases} AB=a \\ SM=\frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$.

Tam giác SAC, có $AC=\sqrt{SA^2+SC^2}=a\sqrt{10}$.

Tam giác SBC, có $BC=\sqrt{SB^2+SC^2-2SB.SC.\cos BSC}=a\sqrt{7}$.

Tam giác ABC, có $\cos BAC=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB.AC}=\frac{\sqrt{10}}{5}$.

$\longrightarrow CM=\sqrt{AM^2+AC^2-2AM.AC.\cos BAC}=\frac{a\sqrt{33}}{2}$.



Ta có $SM^2+MC^2=SC^2=9a^2 \longrightarrow \Delta SMC$ vuông tại $M \longrightarrow SM\perp MC$. 2

Từ 1 và 2, ta có $SM\perp ABC$.

Diện tích tam giác $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin BAC=\frac{a^2\sqrt{6}}{2}$.

Vậy thể tích khối chop $V_{SABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SM=\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **Chọn D.**

Cách 2. (Dùng phương pháp tỉ số thể tích-Bạn đọc sẽ hiểu rõ hơn vấn đề này ở Bài ??? đến Bài ???).
Trên cạnh SC lấy điểm D sao cho $SD=a$.

Dễ dàng suy ra $\begin{cases} AB=CD=a,\ AD=a\sqrt{2} \\ SA=SD=a,\ AD=a\sqrt{2} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \Delta ABD \text{ vuong can} \\ \Delta SAD \text{ vuong can} \end{cases}$.

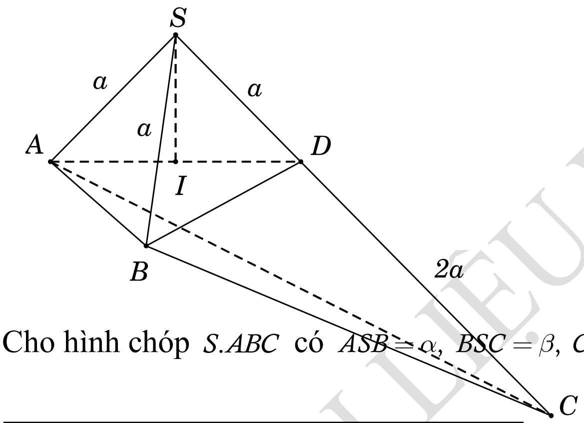
Lại có $SA=SB=SD=a$ nên hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng ABD là trung điểm I của AD.

Ta tính được $SI=\frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $S_{\Delta ABD}=\frac{1}{2}a^2$.

Suy ra $V_{S.ABD}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABD}.SI=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Ta có $\frac{V_{S.ABD}}{V_{S.ABC}}=\frac{SD}{SC}=\frac{1}{3}$

$\longrightarrow V_{S.ABC}=3V_{S.ABD}=\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

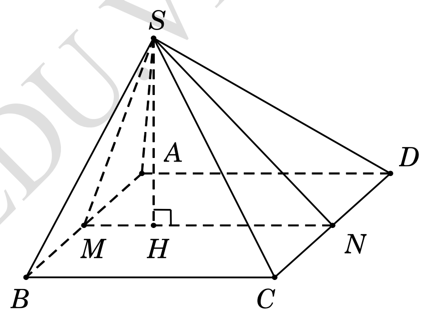


Cách 3. Phương pháp trắc nghiệm. " Cho hình chóp $S.ABC$ có $ASB=\alpha,\ BSC=\beta,\ CSA=\gamma$ và $SA=a,$ $SB=b,\ SC=c.$" Khi đó ta có:

$$V_{S.ABC}=\frac{abc}{6}\sqrt{1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta-\cos^2\gamma-2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma}.$$

Áp dụng công thức, ta được $V_{S.ABC}=\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 50. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và CD.



Tam giác SAB cân tại S suy ra $SM\perp AB\Rightarrow SM\perp d,$ với $d=(SAB)\cap(SCD)$.

Vì $(SAB)\perp(SCD)$ suy ra $SM\perp(SCD)\Rightarrow SM\perp SN$ và $(SMN)\perp(ABCD)$.

Kẻ $SH\perp MN\longrightarrow SH\perp(ABCD)$.

Ta có $S_{\Delta SAB}+S_{\Delta SCD}=\frac{7a^2}{10}\Leftrightarrow\frac{1}{2}AB.SM+\frac{1}{2}CD.SN=\frac{7a^2}{10}\longrightarrow SM+SN=\frac{7a}{5}$.

Tam giác SMN vuông tại S nên $SM^2+SN^2=MN^2=a^2$.

Giải hệ $\begin{cases} SM+SN=\frac{7a}{5} \\ SM^2+SN^2=a^2 \end{cases}\Leftrightarrow SM=\frac{3a}{5}\ \&\ SN=\frac{4a}{5}\longrightarrow SH=\frac{SM.SN}{MN}=\frac{12a}{25}$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SH=\frac{4a^3}{25}$. **Chọn C.**