

THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Công thức tính thể tích khối lăng trụ : $V = B.h$ (B là diện tích đáy, h là chiều cao)

2. Đặc biệt:

- Khối lập phương có cạnh a có thể tích là $V = a^3$

- Khối hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c thì có thể tích là $V = abc$.

3-Một số khái niệm về lăng trụ

a. **Lăng trụ đứng:** Là lăng trụ có cạnh bên vuông góc với đáy. Các mặt bên là các hình chữ nhật. Cạnh bên bằng đường cao của lăng trụ.

b. **Lăng trụ đều:** Là lăng trụ đứng và có đáy là đa giác đều. Các mặt bên của lăng trụ đều là các hình chữ nhật và bằng nhau.

c. **Hình hộp:** Là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.

✓ 6 mặt của hình hộp là các hình bình hành.

✓ Hai mặt đối diện song song và bằng nhau.

✓ Bốn đường chéo của hình hộp đồng quy tại trung điểm của mỗi đường.

d. **Hình hộp chữ nhật:** Có 6 mặt đều là các hình chữ nhật.

e. **Hình lập phương:** Là hình có 6 mặt đều là các hình vuông (bằng nhau)

B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

I. Dạng 1. Lăng trụ đứng-Lăng trụ đều

Ví dụ 1: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 4$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 24.

B. 8.

C. 72.

D. 12.

Hướng dẫn giải

Chọn A

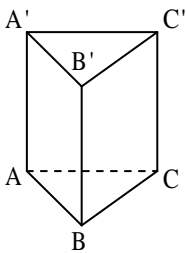
Thể tích của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức $V = Bh = 4.6 = 24$.

Ví dụ 2: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối lăng

trụ $ABC.A'B'C'$. A. $V = \frac{a^3}{2}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Diện tích đáy $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao $h = a$

Thể tích khối lăng trụ là $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Ví dụ 3: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ là:

A. $a^3\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $a^3\frac{\sqrt{3}}{6}$

C. a^3

D. $\frac{a^3}{3}$

Hướng dẫn giải:
Chọn A

Diện tích đáy $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao $h = 2a$

Thể tích khối lăng trụ là $V = S.h = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

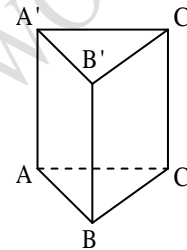
Ví dụ 4: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Thể tích khối tứ diện $A'BB'C'$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{cases} h = BB' = a \\ S_{A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

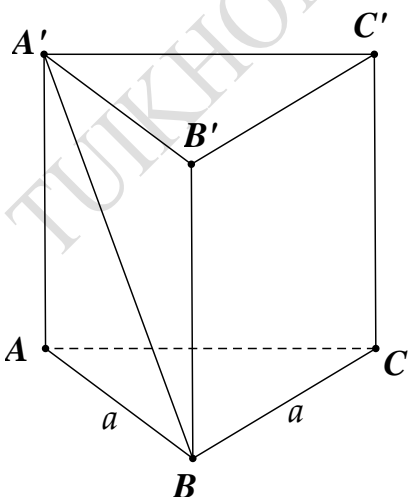
$$\Rightarrow V_{A'BB'C'} = \frac{1}{3} BB'.S_{A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$



Ví dụ 5: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại $A, BC = a\sqrt{2}, A'B = 3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = a^3\sqrt{2}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Hướng dẫn giải:
Chọn A



$$AB = AC = a.$$

Ta có

$$\text{Diện tích đáy } S = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Chiều cao } AA' = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = 2a\sqrt{2}.$$

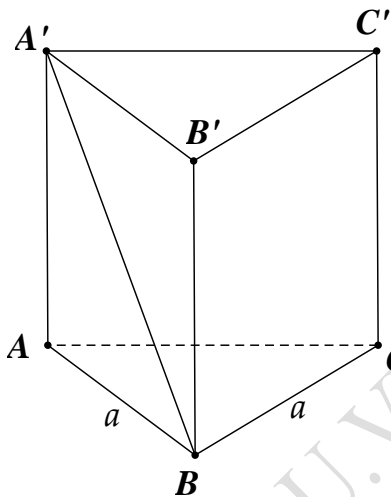
$$\text{Thể tích khối lăng trụ là } V = S \cdot h = \frac{a^2}{2} \cdot 2a\sqrt{2} = a^3\sqrt{2}.$$

Ví dụ 6: Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$, biết $A'B$ tạo với mặt phẳng ABC một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C



$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}.$$

$ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng $\Rightarrow AA' \perp ABC \Rightarrow AB$ là hình chiếu của $A'B$ trên (ABC)
 $\Rightarrow \angle A'BA = \angle A'B, AB = 60^\circ$.

$$\Delta A'AB \text{ vuông tại } A \Rightarrow A'BA = \angle A'B, AB = 60^\circ \Rightarrow AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

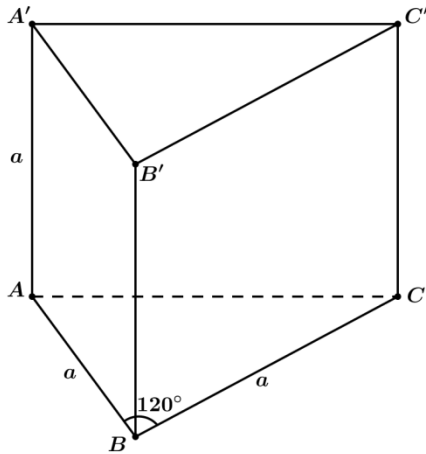
Ví dụ 7: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = BC = AA' = a$, $\angle ABC = 120^\circ$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Theo bài, ta có hình vẽ sau:



Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin B = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

Vì lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên độ dài đường cao của lăng trụ là $AA' = a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Ví dụ 8: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = 2a$, $CAB = 120^\circ$, góc giữa $A'BC$ và ABC là 45° . Tính thể tích lăng trụ đã cho.

Lời giải

Gọi M là trung điểm của BC . Ta có $AM \perp BC$ và $CAM = 60^\circ$ (do $\triangle ABC$ cân tại A)

Ta xác định được góc giữa $A'BC$ và ABC là

$$A'MA = 45^\circ$$

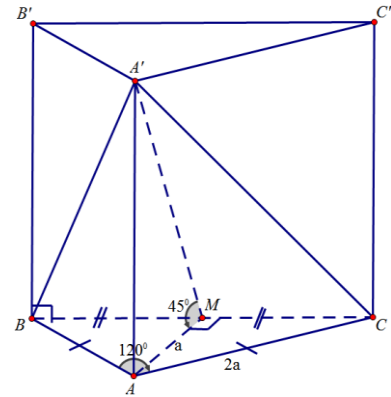
$$\text{Ta có } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \sin 120^\circ$$

$$= a^2 \sqrt{3} \text{ và}$$

$$AM = AC \cos MAC = 2a \cdot \cos 60^\circ = a;$$

$$AA' = AM \cdot \tan A'MA = a$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = a^3 \sqrt{3} \text{ (đơn vị thể tích).}$$



Ví dụ 9. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , biết $AB = a, AC = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , góc tạo bởi đường thẳng $A'M$ và (ABC) bằng α . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a và α .

Lời giải

Tam giác $A'M$ vuông tại A nên góc $A'MA$ là góc nhọn. AM là hình chiếu vuông góc của $A'M$ trên mp (ABC) góc giữa đường thẳng $A'M$ và (ABC) bằng góc $A'MA$ và bằng α .

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$.

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a, AM = \frac{1}{2} BC = a$.

Tam giác $A'M$ vuông tại A nên $AA' = AM.tan A'MA = a.tan \alpha$.

$V_{LT} = AA'.S_{ABC} = \frac{a^3 \sqrt{3} \tan \alpha}{2}$.

Ví dụ 10. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng $8a^2$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Lời giải

Kẻ đường cao AM của tam giác ABC . Khi đó M là trung điểm của $BC \Rightarrow BC \perp (A'M)$

Tam giác $A'M$ vuông tại A nên góc $A'MA$ là góc nhọn. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng góc giữa

$A'M$ và AM và bằng góc $A'MA$, bằng 30°

Tam giác ABC là hình chiếu vuông góc của tam giác $A'BC$ trên (ABC)

Suy ra $S_{ABC} = S_{A'BC} \cdot \cos 30^\circ = 4a^2 \sqrt{3}$.

Đặt $AB = x > 0$. Diện tích tam giác đều ABC theo x là

$S_{ABC} = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}$.

Vậy có $\frac{x^2 \sqrt{3}}{4} = 4a^2 \sqrt{3} \Leftrightarrow x = 4a \Rightarrow AM = \frac{x \sqrt{3}}{2} = 2a \sqrt{3}$

Tam giác $A'MA$ vuông tại A , $AA' = AM.tan 30^\circ = 2a \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 2a$.

Thể tích của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = AA'.S_{ABC} = 2a.4a^2 \sqrt{3} = 8a^3 \sqrt{3}$.

Ví dụ 11. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng,

$AC = a, BC = 2a$ góc ACB bằng 120° . Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 30° . Tính thể tích lăng trụ đã cho.

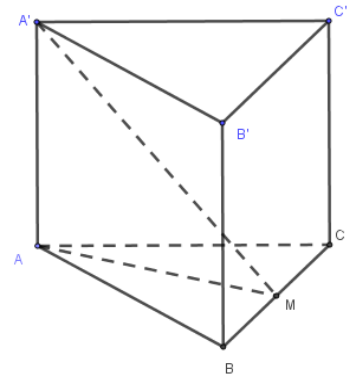
Lời giải

Kẻ $C'K \perp A'B'$. Vì lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $C'K \perp AA'$. Do đó $C'K \perp (ABB'A')$.

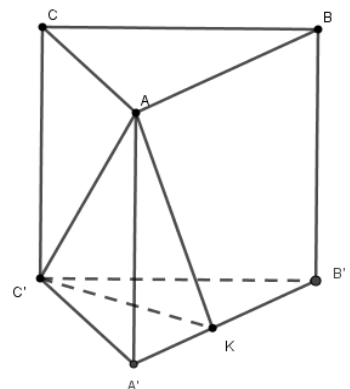
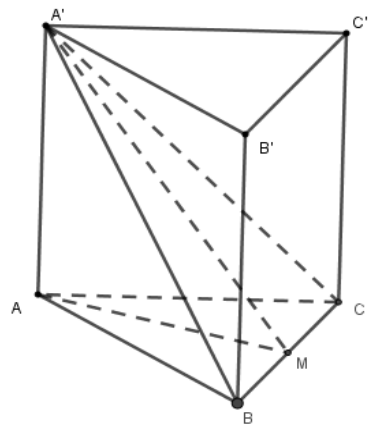
Góc giữa AC' và $(ABB'A')$ bằng góc $C'AK$ và bằng 30° (tam giác $C'AK$ vuông tại K nên góc $C'AK$ nhọn)

Xét tam giác ABC , áp dụng định lý cosin cho cạnh AB có:

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2.AB.AC.\cos 120^\circ = 7a^2 \Rightarrow A'B'^2 = 7a^2$.



nên



$$S_{A'B'C'} = S_{ABC} = \frac{1}{2} CA.CB.\sin ACB = \frac{1}{2} a.2a.\sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Mặt khác } S_{A'B'C'} = \frac{1}{2} C'K.A'B' = \frac{1}{2} C'K.a\sqrt{7}$$

$$\text{Do đó } \frac{1}{2} C'K.a\sqrt{7} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow C'K = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$\text{Xét tam giác } AKC' \text{ vuông tại } K \text{ nên } AK = C'K.\cot 30^\circ = C'K.\sqrt{3} = \frac{3a}{\sqrt{7}}$$

Xét tam giác $A'C'K$ vuông tại K nên

$$A'K = \sqrt{A'C'^2 - KC'^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{7}} = \frac{2a}{\sqrt{7}}$$

$$\Rightarrow AA' = \sqrt{AK^2 - A'K^2} = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$$

$$\text{Thể tích của lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là } V = AA'.S_{ABC} = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{7}} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{105}}{14}.$$

Ví dụ 12. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ cạnh đáy bằng a . Biết khoảng cách từ A đến $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích lăng trụ đã cho.

Lời giải

Kẻ $A'H \perp CB \Rightarrow H$ là trung điểm của BC .

Đặt $AA' = x > 0$. Ta tính được

$$A'B^2 = A'B'^2 + BB'^2 = a^2 + x^2,$$

$$AH^2 = \frac{3a^2}{4}, A'H^2 = AA'^2 + AH^2 = x^2 + \frac{3a^2}{4} = \frac{4x^2 + 3a^2}{4}$$

Diện tích tam giác $A'BC$ là

$$S_{A'BC} = \frac{1}{2} A'H.BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{4x^2 + 3a^2}}{2} \cdot a$$

Thể tích khối chóp $A.A'BC$ là

$$V_{A.A'BC} = \frac{1}{3} d_{(A,(A'BC))} \cdot S_{A'BC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{4x^2 + 3a^2}}{4} = \frac{a \cdot \sqrt{4x^2 + 3a^2}}{24}$$

$$\text{Mặt khác } V_{A.A'BC} = V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} AA'.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot x \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{xa^2\sqrt{3}}{12}.$$

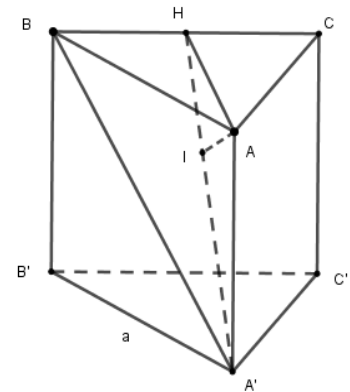
$$\text{Do đó } \frac{xa^2\sqrt{3}}{12} = \frac{a \cdot \sqrt{4x^2 + 3a^2}}{24} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{Thể tích của lăng trụ bằng } V_{LT} = AA'.S_{ABC} = x \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{8\sqrt{2}}.$$

*) Ta có thể tính AA' theo cách sau:

$$\text{Kẻ } AI \perp A'H. \text{ Chứng minh được } A'I \perp (A'BC) \Rightarrow d_{(A,(A'BC))} = AI = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Tam giác } AHA' \text{ vuông tại } A, AI \perp A'H \text{ nên } \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AA'^2} \Rightarrow AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}.$$



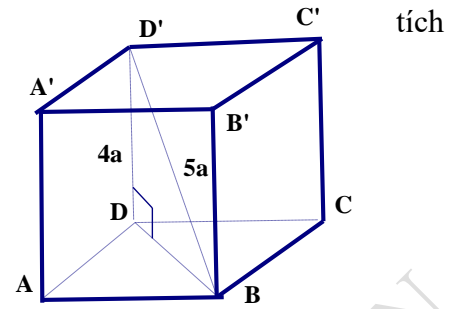
Ví dụ 13. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên bằng $4a$ và đường chéo $5a$. Tính thể tích hình hộp chữ nhật này.

Lời giải

$$BD^2 = BD'^2 - DD'^2 = 9a^2 \Rightarrow BD = 3a$$

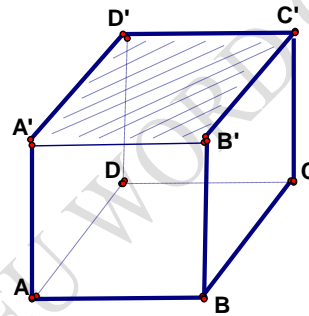
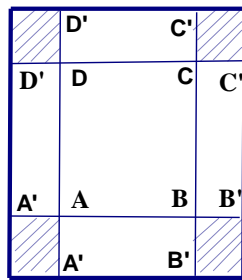
$$ABCD \text{ là hình vuông} \Rightarrow AB = \frac{3a}{\sqrt{2}} \Rightarrow B = S_{ABCD} = \frac{9a^2}{4}$$

$$\text{Vậy } V = B.h = S_{ABCD}.AA' = 9a^3$$



Ví dụ 14. Một tấm bìa hình vuông có cạnh 44 cm, người ta cắt bỏ đi ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một cái hộp chữ nhật. không có nắp. Tính thể tích cái hộp này.

Lời giải



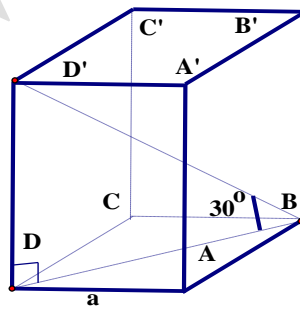
Theo đề bài, ta có $AA' = BB' = CC' = DD' = 12\text{cm}$

$\Rightarrow ABCD$ là hình vuông có $AB = 44\text{cm} - 24\text{cm} = 20\text{cm}$ và chiều cao hộp $h = 12\text{cm}$.

Vậy thể tích hộp là $V = S_{ABCD}.h = 4800\text{cm}^3$

Ví dụ 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a và đường chéo BD' của lăng trụ hợp với đáy $ABCD$ một góc 30° . Tính thể tích và tổng diện tích xung quanh hình hộp chữ nhật.

Lời giải



Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có: $DD' \perp (ABCD)$

$$\Rightarrow DD' \perp BD \Rightarrow [BD'; (ABCD)] = \angle DBD' = 30^\circ \Rightarrow DD' = BD \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Vậy } V = S_{ABCD}.DD' = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}; S_{xq} = 4S_{ADD'A'} = \frac{4a^2\sqrt{6}}{3}.$$

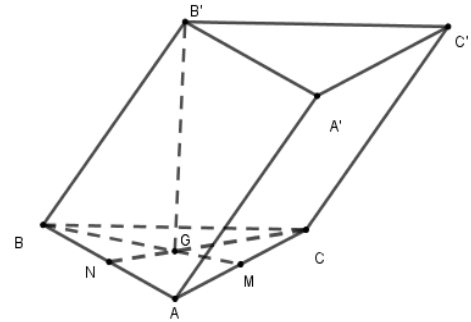
II. Dạng 2. Lăng trụ xiên

Ví dụ 1. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, góc giữa đường thẳng BB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° , tam giác ABC vuông tại C và góc BAC bằng 60° . Hình chiếu vuông góc của điểm B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

Lời giải

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Khi đó $B'G \perp (ABC)$.

Tam giác $B'BG$ vuông tại G nên góc $B'BG$ là góc nhọn. BG là hình chiếu vuông góc của đường thẳng BB' trên (ABC) nên góc giữa BB' và (ABC) bằng góc giữa BB' và BG và bằng góc $B'BG$, bằng 60° .



Tam giác $B'BG$ vuông tại G nên

$$B'G = BB' \cdot \sin B'BG = a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$BG = BB' \cdot \cos B'BG = a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2}.$$

Gọi M là trung điểm của

$$AC, \text{ ta có } BM = \frac{3}{2}BG = \frac{3a}{4}.$$

Đặt $AB = 2x \Rightarrow BC = AB \cdot \sin BAC = 2x \cdot \sin 60^\circ = x\sqrt{3}; AC = x \Rightarrow CM = \frac{x}{2}$. Tam giác BCM vuông tại C nên

$$\frac{9a^2}{16} = BM^2 = CB^2 + CM^2 = x\sqrt{3}^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{13x^2}{4} \Rightarrow x = \frac{3a\sqrt{13}}{26}$$

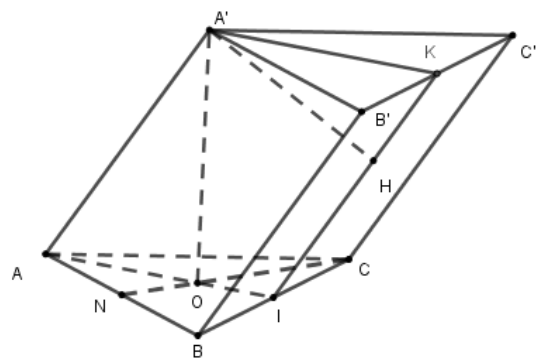
Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot CA \cdot CB = \frac{9a^2\sqrt{3}}{104}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = B'G \cdot S_{ABC} = \frac{27a^3}{208}$.

Ví dụ 2. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , đỉnh A' cách đều A, B, C . Biết khoảng cách giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $\frac{3a}{4}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

Lời giải

Vì đỉnh A' cách đều A, B, C nên hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là tâm đường ngoại tiếp tam giác ABC . Mà tam giác ABC nên hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trọng tâm O của tam giác ABC . Gọi K, I lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và BC . Từ A' kẻ $A'H \perp IK$.
Ta có



tròn
đều

$$BC \perp AI, BC \perp A'O \Rightarrow BC \perp (A'AI) \Rightarrow A'H \perp BC.$$

$$\text{Lại có } A'H \perp BC, A'H \perp IK \Rightarrow A'H \perp (BCC'B')$$

$$\Rightarrow d_{(AA', (BCC'B'))} = d_{(A', (BCC'B'))} = A'H = \frac{3a}{4}$$

Đặt $AA' = x > 0$.

Tam giác BAC đều cạnh a , AI là trung tuyến nên $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AO = \frac{2}{3}AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác $A'AO$ vuông tại O : $A'O = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = \sqrt{x^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{\sqrt{3x^2 - a^2}}{\sqrt{3}}$.

Diện tích hình bình hành $A'KIA$ là:

$$S_{A'KIA} = A'O \cdot AI = \frac{\sqrt{3x^2 - a^2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}, S_{A'KIA} = A'H \cdot IK = \frac{3a}{4} \cdot x$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3x^2 - a^2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{4} \cdot x \Rightarrow x = \frac{2a}{\sqrt{3}} \Rightarrow A'O = a$$

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích của lăng trụ đã cho là $V = A'O \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Ví dụ 3. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'.ABC$ là hình chóp tam giác đều cạnh đáy a , độ dài đoạn vuông góc chung của AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích khối chóp $A'.BCC'B'$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của BC và O là trọng tâm tam giác ABC , suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Vì hình chóp $A'.ABC$ là hình chóp tam giác nên $A'O \perp (ABC)$.

Kẻ $IH \perp A'A$.

Ta có

$$\begin{cases} BC \perp A'O \\ BC \perp AI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AO) \Rightarrow BC \perp HI$$

Do đó HI là đoạn vuông góc chung của

$$\text{và } BC \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Đặt $A'O = x > 0$.

Ta có tam giác AOA' đồng dạng với tam giác AHI

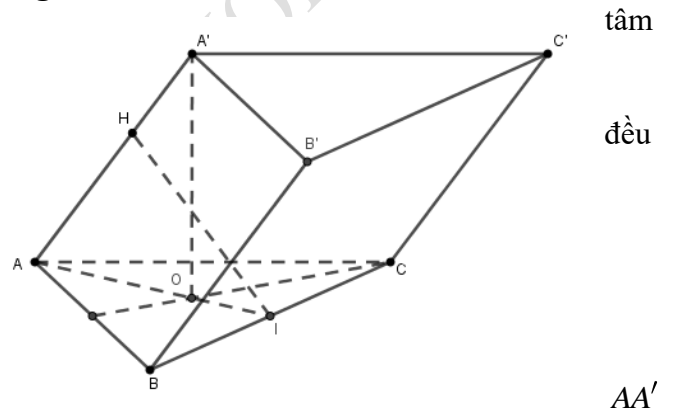
$$\text{Suy ra } \frac{A'O}{IH} = \frac{A'A}{AI} = \frac{AO}{AH} \Rightarrow A'O \cdot AH = AO \cdot IH.$$

$$\text{Xét tam giác } AHI \text{ vuông tại } H \text{ nên } AH^2 = AI^2 - IH^2 = \frac{9a^2}{16} \Rightarrow AH = \frac{3a}{4}.$$

$$\text{Do đó } A'O = \frac{AO \cdot IH}{AH^2} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{3a}{4}} = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là } V = A'O \cdot S_{ABC} = \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

$$\text{Tính thể tích khối chóp } A'.BCC'B' \text{ là } V_{A'.BCC'B'} = \frac{2}{3}V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}.$$



C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

Câu 1. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 2. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $BC = 2a$, $AB = a$ và mặt bên $BB'C'C$ là hình vuông. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 3. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là:

A. $V = \frac{1}{2}Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}Bh$.

Câu 4. Nếu ba kích thước của khối hộp chữ nhật tăng lên 2 lần thì thể tích của nó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 2. B. 8. C. 4. D. 6.

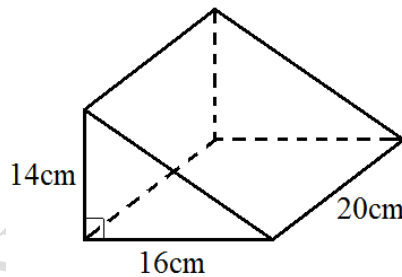
Câu 5. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Cho $AB = 3a, BC = 4a, CC' = 2a$. Thể tích lăng trụ này bằng

A. $24a^3$ B. $4a^3$ C. $12a^3$ D. $8a^3$

Câu 6. Thể tích hình lăng trụ tam giác đều cạnh đáy bằng a , cạnh bên $2a$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{1}{2}a^3$. D. $2a^3$.

Câu 7. Tính thể tích của khối có ba mặt hình chữ nhật và hai mặt tam giác vuông bằng nhau với kích thước được cho trong hình vẽ



A. $4480cm^3$. B. $\frac{4480}{3}cm^3$. C. $2240cm^3$. D. $2340cm^3$.

Câu 8. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , khoảng cách từ B' đến (ABC) bằng $2a$ Tính thể tích khối chóp $ABCC'B'$ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 9. Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. V_1 là thể tích của tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng ?

A. $V = 6V_1$. B. $V = 4V_1$. C. $V = 3V_1$. D. $V = 2V_1$.

Câu 10. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $V = 3\sqrt{3}a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Câu 11. Một khối hộp chữ nhật có diện tích ba mặt lần lượt là 6; 7; 8 Khi đó thể tích của nó là:

A. 20. B. $4\sqrt{14}$. C. 21. D. $4\sqrt{21}$.

Câu 12. Diện tích toàn phần của hình lập phương bằng 96. Thể tích của hình lập phương đó bằng:

A. 64. B. $\frac{64}{3}$. C. 16. D. 32.

Câu 13. Khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $A'B = 3a$:

A. $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $V_{ABC.A'B'C'} = a^3\sqrt{2}$ C. $V_{ABC.A'B'C'} = 6a^3$ D. $V_{ABC.A'B'C'} = 2a^3$

Câu 14. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của A' lên (ABC) là trung điểm của BC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$.

A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{3a^3}{2}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $3a^3\sqrt{3}$.

Câu 15. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, $A'A = A'B = A'D$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$.

A. $3a^3$. B. a^3 . C. $a^3\sqrt{3}$. D. $3a^3\sqrt{3}$.

Câu 16. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình thoi. Hình chiếu của A' lên $(ABCD)$ là trọng tâm của tam giác ABD . Tính thể tích khối lăng trụ $ABCA'B'C'$ biết $AB = a$, $\angle ABC = 120^\circ$, $AA' = a$

A. $a^3\sqrt{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 17. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AC = a$, $\angle ACB = 60^\circ$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BB'C'C)$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30° . Tính thể tích của khối lăng trụ theo a là:

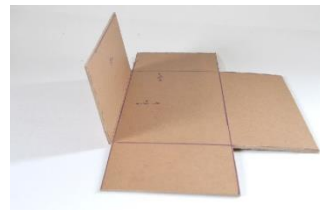
A. $V = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$ B. $V = a^3\sqrt{6}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 18. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình thoi. Hình chiếu của A' lên $(ABCD)$ là trọng tâm của tam giác ABD . Tính thể tích khối lăng trụ $ABCA'B'C'$ biết $AB = a$, $\angle ABC = 120^\circ$, $AA' = a$

A. $a^3\sqrt{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 19. Từ một miếng giấy hình chữ nhật có chiều rộng 30cm , chiều dài 40cm . Người ta cắt ở 4 góc hình chữ nhật 4 hình vuông có cạnh bằng 5cm rồi gấp lại thành hình hộp chữ nhật không nắp (hình vẽ). Thể tích của hình hộp tạo thành là

A. 6000cm^3 . B. 3000cm^3 .
C. 2000cm^3 . D. 4375cm^3 .



Câu 20. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $\angle BAC = 60^\circ$, $BC = a\sqrt{3}$, $AA' = a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và BC' theo a

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\angle BCD = 120^\circ$ và $AA' = \frac{7a}{2}$.

Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $ABCD$ trùng với giao điểm của AC và BD . Tính theo a thể tích khối chóp $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $V = 12a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = 9a^3$. D. $V = 6a^3$.

Câu 23. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$:

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $V = 3\sqrt{3}a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Câu 24. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A , mặt bên là $BCC'B'$ hình vuông, khoảng cách giữa AB' và CC' bằng a . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\sqrt{2}a^3$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. D. a^3 .

Câu 25. Người ta xây một cái bể đựng nước không có nắp là một hình lập phương với cạnh đo phía ngoài bằng 2m. Bề dày của đáy bằng bề dày các mặt bên bằng 5cm (hình vẽ). Hỏi bể chứa được tối đa bao nhiêu lít nước?

- A. 8000 lít. B. 7220 lít. C. 6859 lít. D. 7039,5 lít.

Câu 26. Cần phải xây dựng một hồ ga, dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $V(m^3)$, hệ số k cho trước (k - tỉ số giữa chiều cao của hồ và chiều rộng của đáy). Gọi $x, y, h > 0$ lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hồ ga. Hãy xác định $x, y, h > 0$ xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất. x, y, h lần lượt là

A. $x = 2\sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}$; $y = \sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}}$; $h = \sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$.

B. $x = \sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}$; $y = \sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}}$; $h = 2\sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$.

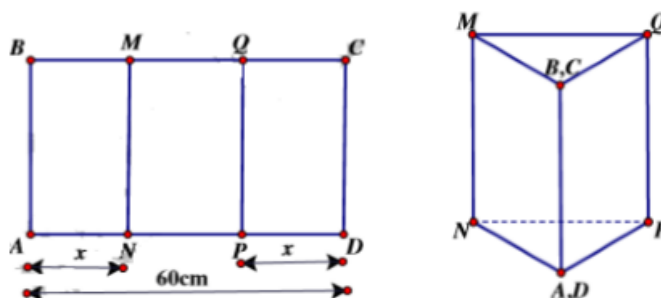
C. $x = \sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}$; $y = 2\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}}$; $h = \sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$.

D. $x = \sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}$; $y = 6\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}}$; $h = \sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$.

Câu 27. Một khối hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là một hình vuông. Biết diện tích toàn phần của hình hộp đó là 32, thể tích lớn nhất mà khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là bao nhiêu?

- A. $\frac{56\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{70\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{64\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{80\sqrt{3}}{9}$.

Câu 28. Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 60cm$. Ta gập tấm nhôm theo 2 cạnh MN và PQ vào phía trong đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ dưới đây để được một hình lăng trụ khuyết 2 đáy.



Tìm x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất?

- A. $x = 20$. B. $x = 18$. C. $x = 25$. D. $x = 4$.

Câu 29. Cho một hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều. Thể tích của hình lăng trụ là V . Để diện tích toàn phần của hình lăng trụ nhỏ nhất thì cạnh đáy của lăng trụ là:

- A. $\sqrt[3]{4V}$. B. $\sqrt[3]{V}$. C. $\sqrt[3]{2V}$. D. $\sqrt[3]{6V}$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	C	B	C	B	C	D	A	A	D	A	B	B	A	D	B	D	B	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	B	A	C	D	D	C	A	A	A	C	A	C	A	C	A	D	B	B	

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 2. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $BC = 2a$, $AB = a$ và mặt bên $BB'C'C$ là hình vuông. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Câu 3. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là:

- A. $V = \frac{1}{2} Bh$. B. $V = \frac{1}{3} Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{2} Bh$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Câu 4. Nếu ba kích thước của khối hộp chữ nhật tăng lên 2 lần thì thể tích của nó tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 2. B. 8. C. 4. D. 6.

Hướng dẫn giải.

Chọn B

Gọi ba kích thước của khối hộp chữ nhật ban đầu là a, b, c . Khi đó thể tích khối hộp chữ nhật là $V_1 = a.b.c$

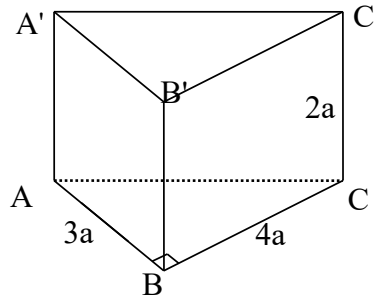
Sau khi kích thước của khối hộp chữ nhật tăng lên 2 lần ta được $2a, 2b, 2c$. Khi đó thể tích khối

hộp chữ nhật là $V_2 = 8a.b.c$. Vậy chọn B.

- Câu 5.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Cho $AB = 3a, BC = 4a, CC' = 2a$. Thể tích lăng trụ này bằng
- A. $24a^3$ B. $4a^3$ C. $12a^3$ D. $8a^3$

Hướng dẫn giải:

Chọn C



$$V = h.S = \frac{1}{2} BA.BC.CC' = \frac{1}{2}.3a.4a.2a = 12a^3$$

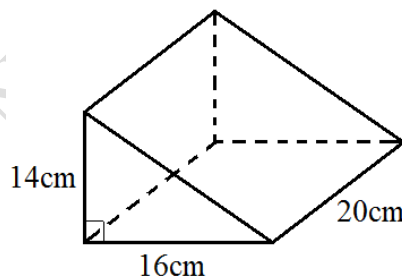
- Câu 6.** Thể tích hình lăng trụ tam giác đều cạnh đáy bằng a , cạnh bên $2a$ là
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}a^3$ D. $2a^3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$$V = S.h = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$$

- Câu 7.** Tính thể tích của khối có ba mặt hình chữ nhật và hai mặt tam giác vuông bằng nhau với kích thước được cho trong hình vẽ



- A. $4480cm^3$ B. $\frac{4480}{3}cm^3$ C. $2240cm^3$ D. $2340cm^3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

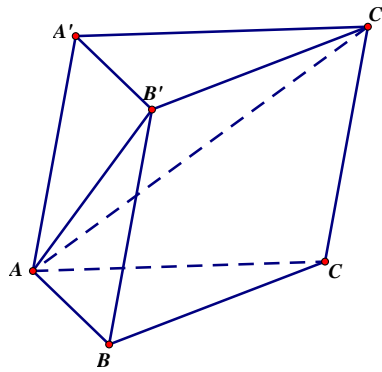
Khối đã cho là khối lăng trụ, đáy là tam giác vuông có 2 cạnh góc vuông là $14cm$ và $16cm$, chiều cao của khối lăng trụ là $20cm$.

Do đó thể tích của khối lăng trụ là: $V = Bh = \frac{1}{2}.14.16.20 = 2240 cm^3$.

- Câu 8.** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , khoảng cách từ B' đến (ABC) bằng $2a$ Tính thể tích khối chóp $A.BCC'B'$ theo a .
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C



♦ Tự luận:

Ta có $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$

$$V_{A.A'B'C'} = V_{ABC.A'B'C'} + V_{ABCC'B'} \Rightarrow V_{ABCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = 2a \cdot \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3} \Rightarrow V_{A.BCC'B'} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$$

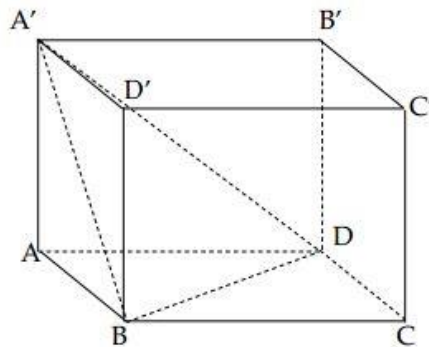
Câu 9. Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. V_1 là thể tích của tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng ?

- A. $V = 6V_1$. B. $V = 4V_1$. C. $V = 3V_1$. D. $V = 2V_1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có hình vẽ sau:



Ta có $V = AA'.S_{ABCD}, V_1 = \frac{1}{3}AA'.S_{ABD}$

$$\text{Mà } S_{ABD} = \frac{1}{2}S_{ABCD} \Rightarrow \frac{V}{V_1} = \frac{AA'.2S_{ABD}}{\frac{1}{3}AA'.S_{ABD}} = 6 \Rightarrow V = 6V_1$$

Câu 10. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC' = a\sqrt{3}$.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $V = 3\sqrt{3}a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải.

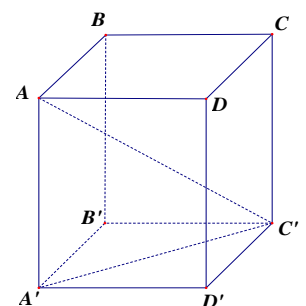
Chọn A

Giả sử khối lập phương có cạnh bằng $x > 0$

Xét tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' ta có:

$$A'C' = x\sqrt{2} \Rightarrow 3a^2 = x^2 + 2x^2 \Rightarrow x = a$$

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.



Câu 11. Một khối hộp chữ nhật có diện tích ba mặt lần lượt là 6; 7; 8 Khi đó thể tích của nó là:

- A. 20. B. $4\sqrt{14}$. C. 21. D. $4\sqrt{21}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Gọi $x; y; z$ lần lượt là 3 kích thước,

ta có: $x^2 \cdot y^2 \cdot z^2 = 6 \cdot 7 \cdot 8 \Rightarrow xyz = 4\sqrt{21}$

Câu 12. Diện tích toàn phần của hình lập phương bằng 96. Thể tích của hình lập phương đó bằng:

- A. 64. B. $\frac{64}{3}$. C. 16. D. 32.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Gọi cạnh của hình lập phương là a ($a > 0$)

Ta có: $S_{tp} = 6.S = 6a^2 = 96 \Rightarrow a^2 = 16 \Leftrightarrow a = 4 \Rightarrow V = a^3 = 64$.

Câu 13. Khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $A'B = 3a$:

- A. $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $V_{ABC.A'B'C'} = a^3\sqrt{2}$ C. $V_{ABC.A'B'C'} = 6a^3$ D. $V_{ABC.A'B'C'} = 2a^3$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Câu 14. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của A' lên (ABC) là trung điểm của BC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$.

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{3a^3}{2}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $3a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Gọi H là trung điểm của BC

$\Rightarrow A'H \perp (ABC)$.

ABC là tam giác vuông tại A

$\Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a$

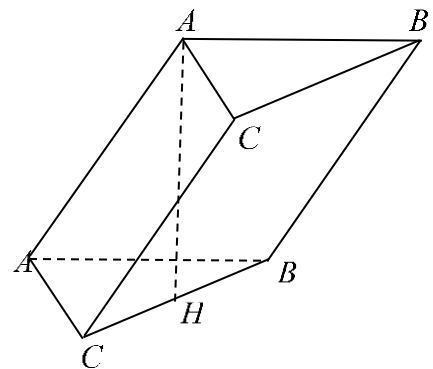
$\Rightarrow AH = \frac{1}{2}BC = a$

$\Delta A'AH$ vuông tại H

$\Rightarrow A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = a\sqrt{3}$

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

$V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{3a^3}{2}$.



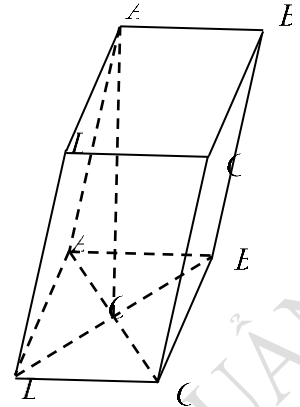
Câu 15. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, $A'A = A'B = A'D$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$.

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $a^3\sqrt{3}$. D. $3a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Gọi O là giao điểm của AC và BD .
 $ABCD$ là hình chữ nhật $\Rightarrow OA = OB = OD$
 Mà $A'A = A'B = A'D$ nên $A'O \perp (ABD)$
 (vì $A'O$ là trục tâm giác ABD)
 ΔABD vuông tại A
 $\Rightarrow BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a$
 $\Rightarrow OA = OB = OD = a$
 $\Delta AA'O$ vuông tại O
 $\Rightarrow A'O = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = a\sqrt{3}$
 $S_{ABCD} = AB \cdot AD = a^2\sqrt{3}$
 $V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'O \cdot S_{ABCD} = 3a^3$.



Câu 16. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình thoi. Hình chiếu của A' lên $(ABCD)$ là trọng tâm của tam giác ABD . Tính thể tích khối lăng trụ $ABCA'B'C'$ biết $AB = a$, $\angle ABC = 120^\circ$, $AA' = a$

- A. $a^3\sqrt{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Gọi H là trọng tâm của tam giác ABD
 $A'H \perp (ABCD)$

Ta có: $\angle ABD = 60^\circ$.

Tam giác ABD cân có $\angle ABD = 60^\circ$
 nên tam giác ABD đều.

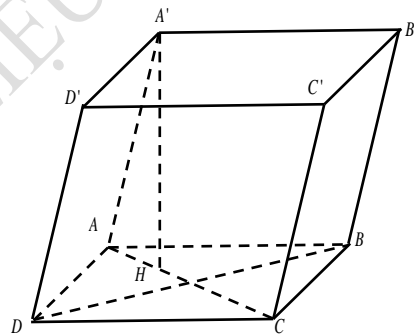
ABD là tam giác đều cạnh a

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\Delta A'AH \text{ vuông tại } H \Rightarrow A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$S_{ABCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$$

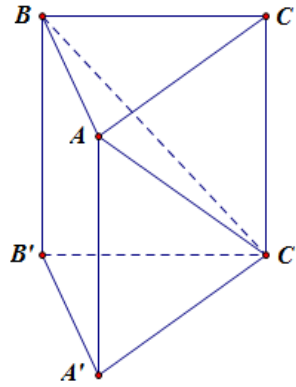


Câu 17. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AC = a$, $\angle ACB = 60^\circ$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BB'C'C)$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30° . Tính thể tích của khối lăng trụ theo a là:

- A. $V = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$ B. $V = a^3\sqrt{6}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B



Ta có AC' là hình chiếu của BC' trên mặt phẳng $(AA'C'C)$, $(BC', (AA'C'C)) = BC'A = 30^\circ$

Có $AB = a\sqrt{3}$ nên $AC' = 3a$. Do đó $A'A = \sqrt{9a^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a$

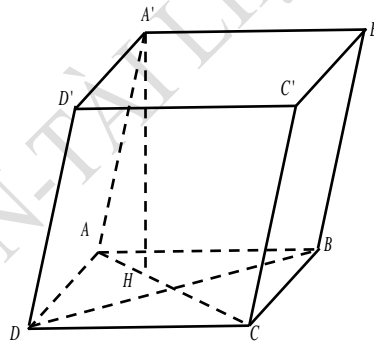
Vậy thể tích lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = 2\sqrt{2}a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{6}$.

Câu 18. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình thoi. Hình chiếu của A' lên $(ABCD)$ là trọng tâm của tam giác ABD . Tính thể tích khối lăng trụ $ABCA'B'C'$ biết $AB = a$, $\angle ABC = 120^\circ$, $AA' = a$

- A. $a^3\sqrt{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.



Gọi H là trọng tâm của tam giác $ABD \Rightarrow A'H \perp (ABCD)$, $\angle BAD = 60^\circ$

Tam giác ABD cân có $\angle BAD = 60^\circ$ nên tam giác ABD đều. là tam giác đều cạnh a

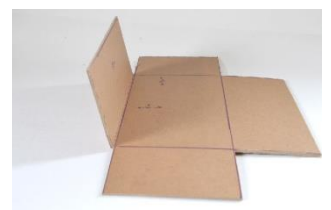
$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\Delta A'AH \text{ vuông tại } H \Rightarrow A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}, S_{ABCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$$

Câu 19. Từ một miếng giấy hình chữ nhật có chiều rộng 30cm , chiều dài 40cm . Người ta cắt ở 4 góc hình chữ nhật 4 hình vuông có cạnh bằng 5cm rồi gấp lại thành hình hộp chữ nhật không nắp (hình vẽ). Thể tích của hình hộp tạo thành là

- A. 6000cm^3 . B. 3000cm^3 .
C. 2000cm^3 . D. 4375cm^3 .



Hướng dẫn giải:

Chọn B

Sau khi cắt và lấy ra 4 hình vuông ở 4 góc và gấp lại, ta được đáy của hình hộp là một hình chữ nhật có kích thước là 20cm và 30cm chiều cao của hình hộp là 5cm

Do đó thể tích của hình hộp là: $V = 20.30.5 = 3000cm^3$.

Câu 20. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A

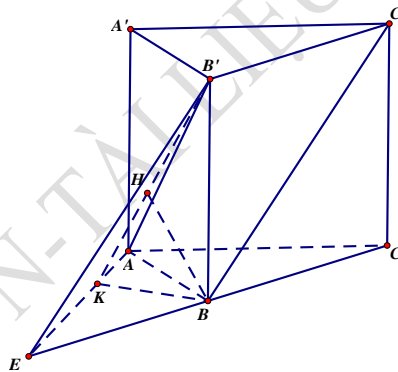
$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$$

Câu 21. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BAC = 60^\circ$, $BC = a\sqrt{3}$, $AA' = a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và BC' theo a

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C



Gọi E là điểm đối xứng của C qua B ta có $BEB'C'$ là hình bình hành.

$$BC' \parallel (AB'E) \Rightarrow d(AB', BC') = d(BC', (AEB')) = d(B, (AEB'))$$

Kẻ $BK \perp AE (K \in AE)$, $BH \perp KB' (H \in KB')$. Khi đó $BH \perp (AEB')$.

Suy ra $d(AB', BC') = BH$

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BE^2} + \frac{1}{BA^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

$$\text{Vậy } d(AB', BC') = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

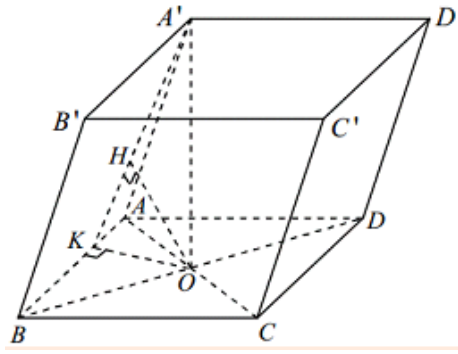
Câu 22. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $BCD = 120^\circ$ và $AA' = \frac{7a}{2}$.

Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $ABCD$ trùng với giao điểm của AC và BD . Tính theo a thể tích khối chóp $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $V = 12a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = 9a^3$. D. $V = 6a^3$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B



Gọi $O = AC \cap BD$

Từ giả thuyết suy ra $A'O \perp (ABCD)$

$$S_{ABD} = BC \cdot BD \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$ABC = 60^\circ \Rightarrow \Delta ABC \text{ đều } AC = a, A'O = \sqrt{A'A^2 - AO^2} = 2\sqrt{3}a$$

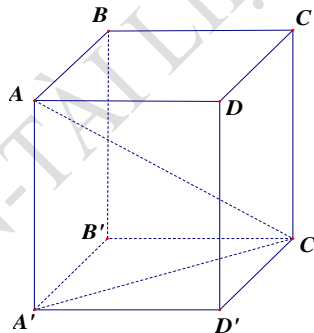
$$\text{Suy ra } V_{ABCD.A'B'C'D'} = 3a^3$$

Câu 23. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$:

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $V = 3\sqrt{3}a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A



Giả sử khối lập phương có cạnh bằng $x, (x > 0)$

Xét tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' ta có

$$A'C'^2 = A'B'^2 + B'C'^2 = 2x^2 \Rightarrow A'C' = x\sqrt{2}$$

Xét tam giác $A'AC'$ vuông tại A' ta có $A'C'^2 = A'A^2 + A'C'^2 \Leftrightarrow 3a^2 = x^2 + 2x^2 \Leftrightarrow x = a$

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.

Câu 24. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A , mặt bên là $BCC'B'$ hình vuông, khoảng cách giữa AB' và CC' bằng a . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\sqrt{2}a^3$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. D. a^3 .

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$\text{Vì } \begin{cases} CA \perp BA \\ CA \perp AA' \end{cases} \Rightarrow CA \perp (ABB'A')$$

$$CC' \parallel (ABB'A') \Rightarrow d(CC', AB') = d(CC', (ABB'A')) = d(C, (ABB'A')) = CA = a$$

$$\text{Ta có: } V_{ABC.A'B'C'} = h.S = a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 25. Người ta xây một cái bể đựng nước không có nắp là một hình lập phương với cạnh đo phía ngoài bằng 2m. Bề dày của đáy bằng bề dày các mặt bên bằng 5cm (hình vẽ). Hỏi bể chứa được tối đa bao nhiêu lít nước?

A. 8000 lít.

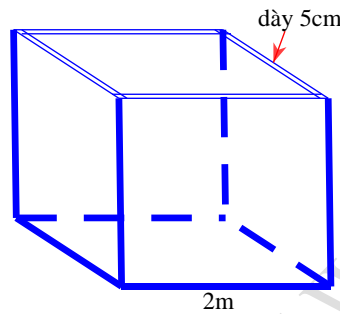
B. 7220 lít.

C. 6859 lít.

D. 7039,5 lít.

Hướng dẫn giải.

Chọn D



Thể tích thực chứa nước là $190.190.195 = 7039500cm^3$.

Câu 26. Cần phải xây dựng một hồ ga, dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $V(m^3)$, hệ số k cho trước (k - tỉ số giữa chiều cao của hồ và chiều rộng của đáy). Gọi $x, y, h > 0$ lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hồ ga. Hãy xác định $x, y, h > 0$ xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất. x, y, h lần lượt là

A. $x = 2\sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}; y = \sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}}; h = \sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$.

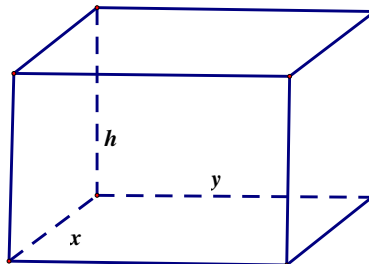
B. $x = \sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}; y = \sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}}; h = 2\sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$.

C. $x = \sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}; y = 2\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}}; h = \sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$.

D. $x = \sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}; y = 6\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}}; h = \sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C



Gọi $x, y, h > 0$ lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hồ ga.

$$\text{Ta có: } k = \frac{h}{x} \Leftrightarrow h = kx \text{ và } V = xyh \Leftrightarrow y = \frac{V}{xh} = \frac{V}{kx^2}.$$

Diện tích toàn phần của hồ ga là: $S = xy + 2yh + 2xh = \frac{(2k+1)V}{kx} + 2kx^2$

Áp dụng đạo hàm ta có S nhỏ nhất khi $x = \sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}$

Khi đó $y = 2\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}}, h = \sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$

Câu 27. Một khối hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là một hình vuông. Biết diện tích toàn phần của hình hộp đó là 32, thể tích lớn nhất mà khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là bao nhiêu?

- A. $\frac{56\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{70\sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{64\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{80\sqrt{3}}{9}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Gọi x là cạnh hình vuông đáy của hình hộp, y là chiều cao hình hộp

Diện tích toàn phần của hình hộp là

$S_p = 2(x^2 + 2xy) = 32 \Rightarrow x^2 + 2xy = 16 \Rightarrow xy = \frac{16 - x^2}{2} > 0$

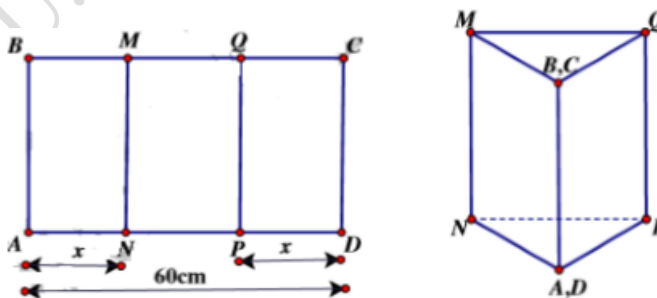
Thể tích hình hộp là $V = x^2y = x \cdot xy = x \cdot \frac{16 - x^2}{2} = \frac{1}{2}(16x - x^3)$ với $x \in (0; 4)$.

Xét hàm số $f(x) = 16x - x^3$ trên $[0; 4]$, ta có $f'(x) = 16 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{\sqrt{3}}$

Có $f(0) = 0 \Leftrightarrow f\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right) = \frac{128\sqrt{3}}{9}; f(4) = 0 \Rightarrow \max_{[0;4]} f(x) = \frac{128\sqrt{3}}{9}$

Vậy thể tích lớn nhất của hình hộp là $\frac{1}{2} \cdot \frac{128\sqrt{3}}{9} = \frac{64\sqrt{3}}{9}$

Câu 28. Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 60cm$. Ta gập tấm nhôm theo 2 cạnh MN và PQ vào phía trong đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ dưới đây để được một hình lăng trụ khuyết 2 đáy.



Tìm x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất?

- A. $x = 20$. B. $x = 18$. C. $x = 25$. D. $x = 4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có: $V = S_d \cdot h$

Vì chiều cao h không thay đổi nên để thể tích lớn nhất thì diện tích đáy phải lớn nhất

Diện tích tam giác $S = \sqrt{30(30-x)(30-x)(30-60+2x)} = \sqrt{30(30-x)^2(2x-30)}$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{30(30-x)^2(2x-30)}$

$$y' = \frac{6x^2 - 300x + 3600}{2\sqrt{30(30-x)^2(2x-30)}}$$

$$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 20(\text{tmdk}) \\ x = 30(\text{kotmdk}) \end{cases}$$

Câu 29. Cho một hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều. Thể tích của hình lăng trụ là V . Để diện tích toàn phần của hình lăng trụ nhỏ nhất thì cạnh đáy của lăng trụ là:

- A. $\sqrt[3]{4V}$. B. $\sqrt[3]{V}$. C. $\sqrt[3]{2V}$. D. $\sqrt[3]{6V}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Gọi cạnh đáy của lăng trụ là a , chiều cao lăng trụ là h .

Theo bài ra ta có $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot h \Rightarrow h = \frac{4V}{a^2\sqrt{3}}$

Diện tích toàn phần của lăng trụ là $S_{tp} = S_{xq} + S_{2\text{đáy}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + \frac{4\sqrt{3}V}{a}$

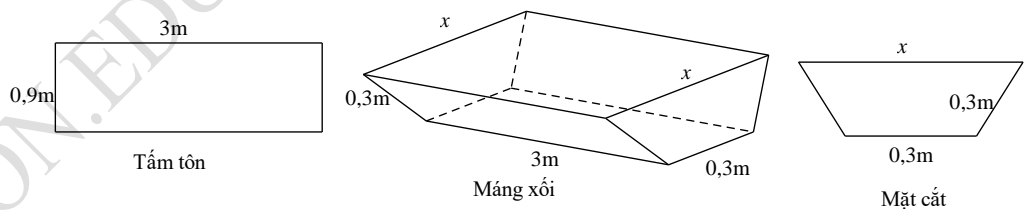
Áp dụng bất đẳng thức AM - GM ta có $S_{tp} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + \frac{2\sqrt{3}V}{a} + \frac{2\sqrt{3}V}{a} \geq 3\sqrt[3]{\frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}V}{a} \cdot \frac{2\sqrt{3}V}{a}}$

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}V}{a}$ hay $a = \sqrt[3]{4V}$

Câu 30. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 31. Để làm một máng xối nước, từ một tấm tôn kích thước $0,9m \times 3m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới, biết mặt cắt của máng xối là một hình thang cân và máng xối là một hình lăng trụ không có nắp đậy phía trên. Hỏi $x(m)$ bằng bao nhiêu thì thể tích máng xối lớn nhất?.



- A. $x = 0,5m$. B. $x = 0,4m$. C. $x = 0,6m$. D. $x = 0,65m$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có máng xối là một hình lăng trụ, có chiều cao bằng $3m$ không đổi và đáy là một hình thang cân nên thể tích máng xối lớn nhất khi diện tích đáy lớn nhất.

Ta có diện tích đáy: $S = \frac{1}{2}(x+0,3)\sqrt{0,3^2 - \left(\frac{x-0,3}{2}\right)^2} = \frac{1}{4}\sqrt{(x+0,3)^3(0,9-x)}$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có:

$$(x+0,3)^3(3,0,9-3x) \leq \left(\frac{3x+3,0,3+3,0,9-3x}{4}\right)^4 = (0,9)^4.$$

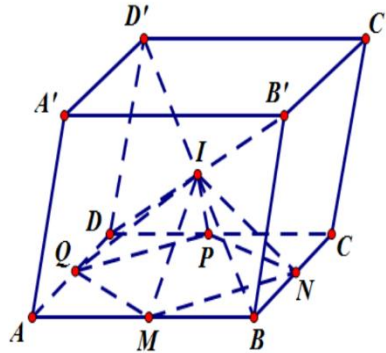
Đẳng thức xảy ra khi $x+0,3 = 3,0,9-3x \Rightarrow x = 0,6$.

Câu 32. Cho khối chóp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V và có tâm đối xứng I . Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA của đáy $ABCD$. Tính thể tích phần khối hộp đó không nằm trong khối chóp tứ giác $I.MNPQ$.

- A. $\frac{11V}{12}$. B. $\frac{7V}{8}$. C. $\frac{5V}{6}$. D. $\frac{3V}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A



Ta có $\frac{V_{I.MNPQ}}{V} = \frac{1}{3} \frac{d(I, (MNPQ))}{d(D', (MNPQ))} \cdot \frac{S_{MNPQ}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12} \Rightarrow V_{I.MNPQ} = \frac{3V}{4}$

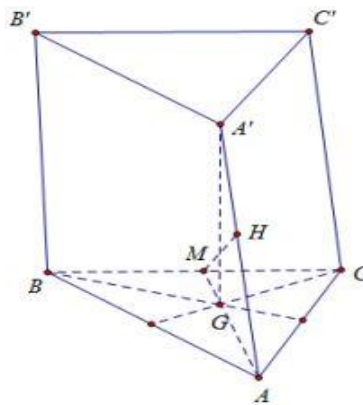
Thể tích cần tìm $V - V_{I.MNPQ} = V - \frac{3V}{4} = \frac{11V}{4}$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của BC , khi đó ta có $A'G \perp BC$ và $AM \perp BC$ do đó M Từ M dựng $MH \perp AA'$ suy ra MH là đoạn vuông góc chung của BC và AA'

Suy ra $MH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Do đó $d(G; AA') = \frac{2}{3}d(M; AA') = \frac{a\sqrt{3}}{6} = d$

Trong $\Delta A'AG$ có: $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{GA^2} + \frac{1}{A'G^2} \Rightarrow A'G = \frac{a}{3}$.

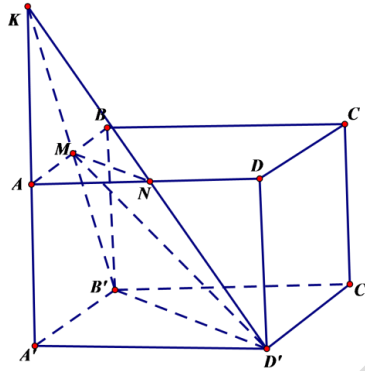
$$V_{L_1} = A'G.S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

Câu 34. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối hộp thành hai phần. Tính tỉ số thể tích hai phần đó.

- A. $\frac{7}{17}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{7}{24}$. D. $\frac{5}{17}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A



+ Lập thiết diện của khối hộp đi qua mặt phẳng $(MB'D')$ Thiết diện chia khối hộp thành hai phần trong đó có $AMN.A'B'D'$

Trong mp $(ABB'A')$ có MB' cắt AA' tại K .

Trong $(ADD'A')$ có KD' cắt AD tại D

\Rightarrow Thiết diện là $MNB'D'$. Dễ thấy N là trung điểm của AD

+ Áp dụng định lý Ta lét ta có: $\frac{KA}{KA'} = \frac{KM}{KB'} = \frac{KN}{KD'} = \frac{MN}{BD} = \frac{1}{2}$

$$\frac{V_{KAMN}}{V_{KABD}} = \frac{KA.KM.KN}{KA'.KB'.KC'} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow V_{AMN.A'B'D'} = \frac{7}{8}V_{KAB'D'} = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{3} \cdot KA' \cdot \frac{1}{2} A'B' \cdot A'D' = \frac{7}{48} \cdot 2 \cdot AA' \cdot A'B' \cdot A'D' = \frac{7}{24}V_{ABCD.A'B'C'D'}$$

Vậy tỉ lệ giữa hai phần đó là $\frac{7}{17}$.

Câu 35. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông có thể tích là V . Để diện tích toàn phần của lăng trụ nhỏ nhất thì cạnh đáy của lăng trụ bằng:

- A. $\sqrt[3]{\frac{V}{2}}$. B. $\sqrt[3]{V^2}$. C. $\sqrt[3]{V}$. D. \sqrt{V} .

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Gọi x , h lần lượt là cạnh đáy và chiều cao của lăng trụ.

$$\text{Có } V = x^2h \Rightarrow h = \frac{V}{x^2}$$

$$S_{TP} = 2x^2 + 4xh = 2x^2 + \frac{4V}{x} = 2\left(x^2 + \frac{V}{x} + \frac{V}{x}\right) \geq 2.3\sqrt[3]{x^2 \cdot \frac{V}{x} \cdot \frac{V}{x}} = 6\sqrt[3]{V^2}.$$

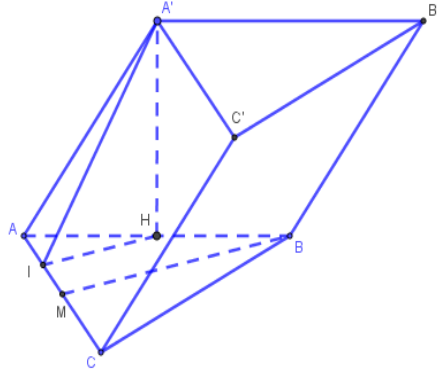
$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x^2 = \frac{V}{x} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{V}.$$

Câu 36. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(AA'C'C)$ tạo với đáy một góc bằng 45° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

- A. $V = \frac{3a^3}{16}$. B. $V = \frac{3a^3}{8}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{3a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A



Gọi H, M, I lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, AC, AM .

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC}$$

$$S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Ta có IH là đường trung bình của tam giác AMB , MB là trung tuyến của tam giác đều ABC .

$$\text{Do đó: } \begin{cases} IH \parallel MB \\ MB \perp AC \end{cases} \Rightarrow IH \perp AC$$

$$\begin{cases} AC \perp IH \\ AC \perp A'H \end{cases} \Rightarrow AC \perp (A'HI) \Rightarrow AC \perp A'I.$$

$$\text{Mà } \begin{cases} AC \perp IH \subset (ABC) \\ AC \perp A'I \subset (ACC'A') \\ (ABC) \cap (ACC'A') = AC \end{cases} \Rightarrow A'IH \text{ là góc giữa hai mặt phẳng } (ACC'A') \text{ và } (ABC)$$

$$\Rightarrow A'IH = 45^\circ.$$

$$\text{Trong tam giác } A'IH \text{ vuông tại } H \text{ có } \tan 45^\circ = \frac{A'H}{HI} \Rightarrow A'H = HI \cdot \tan 45^\circ = HI = \frac{1}{2} MB = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

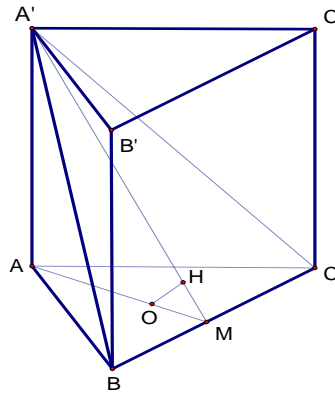
$$\text{Vậy } V = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{16}.$$

Câu 37. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, biết đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

- A. $\frac{3a^3 \sqrt{2}}{8}$. B. $\frac{3a^3 \sqrt{2}}{28}$. C. $\frac{3a^3 \sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{3a^3 \sqrt{2}}{16}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D



Gọi M là trung điểm của BC ,
ta có $(A'AM) \perp (A'BC)$ theo giao tuyến $A'M$.

Trong $(A'AM)$ kẻ $OH \perp A'M, H \in A'M$, suy ra $OH \perp (A'BC)$

$$\text{Suy ra: } d(O, (A'BC)) = OH = \frac{a}{6}.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Xét hai tam giác vuông $A'AM$ và OHM có góc M chung nên chúng đồng dạng.

$$\text{Suy ra: } \frac{OH}{A'A} = \frac{OM}{A'M} \Rightarrow \frac{\frac{a}{6}}{A'A} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{A'A^2 + AM^2}} \Rightarrow \frac{1}{A'A} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{A'A^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow A'A = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Thể tích } V_{ABC.A'B'C'} = A'A \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{16}.$$

Câu 38. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $\angle ABC = 60^\circ$, cạnh $BC = a$, đường chéo $A'B$ của mặt bên $(ABB'A')$ tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

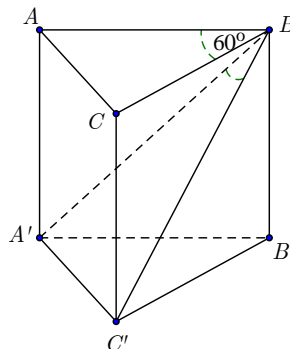
B. $a^3\sqrt{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B



Tam giác ABC vuông tại C có $\angle ABC = 60^\circ$; $BC = a$ suy ra $AC = BC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

$$\text{Khi đó: } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

Mặt khác: $AC \perp (BCC'B')$ suy ra góc giữa $A'B$

và mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\angle A'BC' = 30^\circ$.

Tam giác $A'BC'$ vuông tại C có $\angle A'BC' = 30^\circ$; $A'C' = a$ suy ra $BC' = \frac{A'C'}{\tan 30^\circ} = 3a$.

Tam giác BCC' vuông tại C có $BC = a$, $BC' = 3a$, suy ra $CC' = 2\sqrt{2}a$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = CC' \cdot S_{\Delta ABC} = a^3 \sqrt{6}.$$

Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$. Thể tích khối đa diện $ABC.MNP$ bằng

A. $\frac{9}{16}V$.

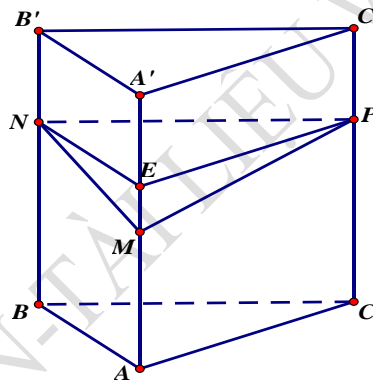
B. $\frac{11}{18}V$.

C. $\frac{20}{27}V$.

D. $\frac{2}{3}V$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B



Gọi E là điểm thuộc cạnh AA' sao cho $\frac{AE}{AA'} = \frac{2}{3}$ Khi đó $ABC.ENP$ là hình lăng trụ đứng,

$$V_{ABC.ENP} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2V}{3}$$

Ta có

$$AE = \frac{2}{3} AA' \Rightarrow ME + \frac{AA'}{2} = \frac{2}{3} AA' \Rightarrow ME = \frac{AA'}{6}$$

$$V_{ABC.ENP} = V_{M.ENP} + V_{ABC.MNP} \Rightarrow \frac{2}{3} V = \frac{1}{3} ME \cdot S_{ENP} + V_{ABC.MNP}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} \cdot AA' \cdot S_{ABC} + V_{ABC.MNP} \Rightarrow \frac{2}{3} V = \frac{1}{18} V + V_{ABC.MNP}$$

$$\Rightarrow V_{ABC.MNP} = \frac{11V}{18}$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

Câu 51. (ĐỀ THAM KHẢO 2016 – 2017) Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 52. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và tổng diện tích các mặt bên bằng $3a^2$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 53. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = a^3$.

Câu 54. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác với $AB = a$, $AC = 2a$, $BAC = 120^\circ$, $AA' = 2a\sqrt{5}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = 4a^3\sqrt{5}$. B. $V = a^3\sqrt{15}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. D. $V = \frac{4a^3\sqrt{5}}{3}$.

Câu 55. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $V = 3\sqrt{3}a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Câu 56. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho theo a , biết $A'B = 3a$.

A. $V = \frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$. B. $V = 4\sqrt{5}a^3$. C. $V = 2\sqrt{5}a^3$. D. $V = 12a^3$.

Câu 57. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $AB' = a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích khối hộp đã cho.

A. $V = a^3\sqrt{10}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = a^3\sqrt{2}$. D. $V = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 58. Cho hình hộp chữ nhật có diện tích ba mặt cùng xuất phát từ cùng một đỉnh là 10cm^2 , 20cm^2 , 32cm^2 . Tính thể tích V của hình hộp chữ nhật đã cho.

A. $V = 80\text{cm}^3$. B. $V = 160\text{cm}^3$. C. $V = 40\text{cm}^3$. D. $V = 64\text{cm}^3$.

Câu 59. Cho hình hộp chữ nhật có đường chéo $d = \sqrt{21}$. Độ dài ba kích thước của hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân có công bội $q = 2$. Thể tích của khối hộp chữ nhật là

A. $V = 8$. B. $V = \frac{8}{3}$. C. $V = \frac{4}{3}$. D. $V = 6$.

Câu 60. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = 1$. Cạnh $A'B$ tạo với mặt đáy ABC góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \sqrt{3}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{1}{2}$.

Câu 61. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a$, đường chéo $A'C$ hợp với mặt đáy $ABCD$ một góc α thỏa mãn $\cot \alpha = \sqrt{5}$. Tính theo a thể tích khối hộp đã cho.

A. $V = 2a^3$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \sqrt{5}a^3$. D. $V = \frac{a^3}{\sqrt{5}}$.

Câu 62. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$, mặt phẳng $AB'C'$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3a^3}{8}$. B. $V = \frac{9a^3}{8}$. C. $V = \frac{a^3}{8}$. D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 63. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân, $AB = a$ và $BAC = 120^\circ$, góc giữa mặt phẳng $A'BC$ và mặt đáy ABC bằng 60° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ.

A. $V = \frac{a^3}{8}$. B. $V = \frac{3a^3}{8}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{3a^3}{24}$.

Câu 64. Tính theo a thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biết rằng mặt phẳng $A'BC$ hợp với đáy $ABCD$ một góc 60° , $A'C$ hợp với đáy $ABCD$ một góc 30° và $AA' = a\sqrt{3}$.

A. $V = 2a^3\sqrt{6}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $V = 2a^3\sqrt{2}$. D. $V = a^3$.

Câu 65. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, $BAD = 120^\circ$. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $ADD'A'$ bằng 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V = \sqrt{6}$. B. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $V = \sqrt{3}$.

Vấn đề 2. THỂ TÍCH LĂNG TRỤ XIÊN

Câu 66. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy trùng với tâm của đáy. Tính theo a thể tích V của khối hộp đã cho.

A. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{8a^3}{3}$. C. $V = 8a^3$. D. $V = 4a^3\sqrt{2}$.

Câu 67. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $AA' = a$, hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $ABCD$ trùng với trung điểm H của AB . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 68. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng ABC là trung điểm H của cạnh AB và $A'A = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = a^3\sqrt{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $V = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 69. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng ABC trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , biết $A'O = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Câu 70. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a\sqrt{2}$ và $A'A = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng ABC trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = 2a^3$.

Câu 71. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = AC = a$. Biết rằng $A'A = A'B = A'C = a$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 72. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 1$, $AC = 2$; cạnh bên $AA' = \sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt đáy ABC trùng với chân đường cao hạ từ B của tam giác ABC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{21}}{4}$. B. $V = \frac{\sqrt{21}}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{7}}{4}$. D. $V = \frac{3\sqrt{21}}{4}$.

Câu 73. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết thể tích khối chóp $A.BCB'C'$ bằng $2a^3$.

- A. $V = 6a^3$. B. $V = \frac{5a^3}{2}$. C. $V = 4a^3$. D. $V = 3a^3$.

Câu 74. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12cm^3 . Tính thể tích V của khối tứ diện $AB'CD'$.

- A. $V = 2\text{cm}^3$. B. $V = 3\text{cm}^3$. C. $V = 4\text{cm}^3$. D. $V = 5\text{cm}^3$.

Câu 75. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O và $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$; $A'O$ vuông góc với đáy $ABCD$. Cạnh bên AA' hợp với mặt đáy $ABCD$ một góc 45° . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 76. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh có độ dài bằng 2. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng ABC trùng với trung điểm H của BC . Góc tạo bởi cạnh bên AA' với mặt đáy là 45° . Tính thể tích khối trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = 3$. B. $V = 1$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{8}$. D. $V = \frac{\sqrt{6}}{24}$.

Câu 77. (ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016 – 2017) Cho hình lăng trụ tam giác ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng ABC một góc 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

- A. $V = \frac{8}{3}$. B. $V = \frac{16}{3}$. C. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 78. Tính thể tích V của một khối lăng trụ biết đáy có diện tích $S = 10\text{cm}^2$, cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° và độ dài cạnh bên bằng 10cm.

- A. $V = 100\text{cm}^3$. B. $V = 50\sqrt{3}\text{cm}^3$. C. $V = 50\text{cm}^3$. D. $V = 100\sqrt{3}\text{cm}^3$.

Câu 79. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , tâm O và $\angle ABC = 120^\circ$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60° . Đỉnh A' cách đều các điểm A, B, D . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{3a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 80. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , góc $\angle ABC = 60^\circ$. Biết rằng $A'O \perp ABCD$ và cạnh bên hợp với đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích V của khối đa diện $OABC'D'$.

- A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3}{12}$. C. $V = \frac{a^3}{8}$. D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

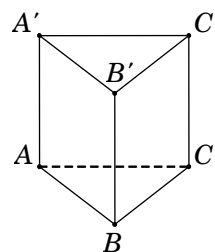
Câu 51. Xét khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a .

Diện tích tam giác đều cạnh a là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của lăng trụ $h = AA' = a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = S.h = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn D.



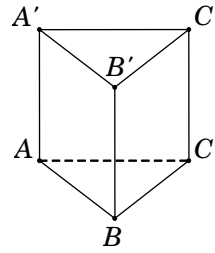
Câu 52. Xét khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều và $AA' \perp ABC$.

Diện tích xung quanh lăng trụ là $S_{xq} = 3.S_{ABB'A'}$

$$\Leftrightarrow 3a^2 = 3. AA'.AB \Leftrightarrow 3a^2 = 3. AA'.a \Rightarrow AA' = a.$$

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.AA' = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

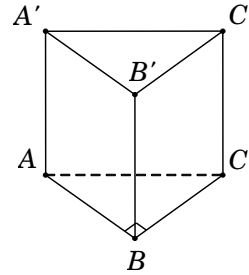


Chọn D.

Câu 53. Tam giác ABC vuông cân tại B ,

suy ra $BA = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{a^2}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $V = S_{\Delta ABC}.BB' = \frac{a^3}{2}$.



Chọn C.

Câu 54. Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB.AC.\sin BAC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.AA' = a^3\sqrt{15}$. **Chọn B.**

Câu 55. Đặt cạnh của khối lập phương là x $x > 0$.

Suy ra $CC' = x$; $AC = x\sqrt{2}$.

Tam giác vuông ACC' , có

$$AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} \Leftrightarrow x\sqrt{3} = a\sqrt{3} \Rightarrow x = a.$$

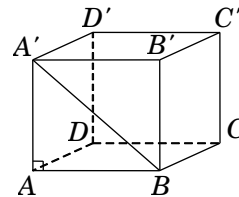
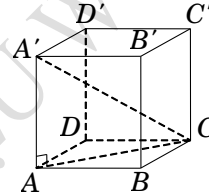
Vậy thể tích khối lập phương $V = a^3$. **Chọn A.**

Câu 56. Do $ABCD.A'B'C'D'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp AB$.

Xét tam giác vuông $A'AB$, ta có $A'A = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = a\sqrt{5}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB^2 = 4a^2$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.A'A = 4\sqrt{5}a^3$. **Chọn B.**



Câu 57. Trong tam giác vuông ABB' , có $BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = 2a$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB.AD = a^2\sqrt{2}$.

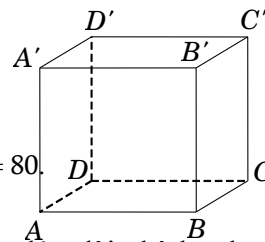
Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.BB' = 2a^3\sqrt{2}$. **Chọn D.**

Câu 58. Xét hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật.

Theo bài ra, ta có
$$\begin{cases} S_{ABCD} = 10 \text{ cm}^2 \\ S_{ABB'A'} = 20 \text{ cm}^2 \\ S_{ADD'A'} = 30 \text{ cm}^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB.AD = 10 \\ AB.AA' = 20 \\ AA'.AD = 32 \end{cases}$$

Nhân vế theo vế, ta được $AA'.AB.AD^2 = 6400 \Rightarrow AA'.AB.AD = 80$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.AB.AD = 80 \text{ cm}^3$. **Chọn A.**



Câu 59. Xét hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài kích thước ba cạnh lần lượt là $AA' = a$, $AB = b$, $AD = c$ và có đường chéo AC' .

Theo bài ra, ta có a, b, c lập thành cấp số nhân có công bội $q = 2$. Suy ra $\begin{cases} b = 2a \\ c = 4a \end{cases}$.

Mặt khác, độ dài đường chéo $AC' = \sqrt{21} \Rightarrow AA'^2 + AB^2 + AD^2 = 21 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 21$.

Ta có hệ
$$\begin{cases} c = 2b = 4a \\ a^2 + b^2 + c^2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2b = 4a \\ a^2 + 2a^2 + 4a^2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2b = 4a \\ 21a^2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 4 \end{cases}$$

Vậy thể tích khối hộp chữ nhật $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.AB.AD = abc = 8$. **Chọn A.**

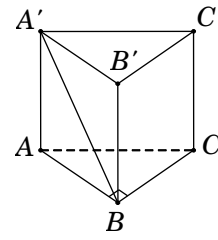
Câu 60. Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp ABC$, suy ra hình chiếu vuông góc của $A'B$ trên mặt đáy ABC là AB .

Do đó $60^\circ = A'BA$, $AA' = AB \cdot \tan A'BA = \sqrt{3} \cdot AB$.

Tam giác vuông $A'AB$, ta có $AA' = AB \cdot \tan A'BA = \sqrt{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{1}{2}$.

Vậy $V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **Chọn C.**



Câu 61. Ta có $AA' \perp ABCD$ nên

$$A'C, ABCD = A'C, AC = A'CA.$$

Tam giác vuông $A'AC$, ta có $AC = AA' \cdot \cot \alpha = a\sqrt{5}$.

Tam giác vuông ABC , ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 2a^2$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' = 2a^3$. **Chọn A.**

Câu 62. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng $B'C'$. Tam giác ABC cân tại $A \rightarrow$ tam giác $A'B'C'$ cân tại $A' \rightarrow A'M \perp B'C'$.

Lại có $B'C' \perp AA'$. Từ đó suy ra $B'C' \perp AA'M \rightarrow B'C' \perp AM$.

Do đó $60^\circ = AB'C'$, $A'B'C' = AM$; $A'M = AMA'$.

Tam giác vuông $A'B'M$, có

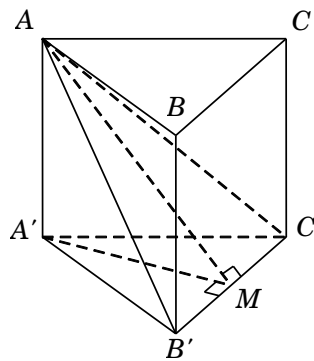
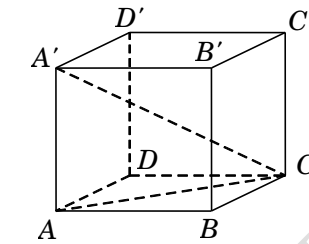
$$A'M = A'B' \cdot \cos MA'B' = a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2}.$$

Tam giác vuông $AA'M$, có

$$AA' = A'M \cdot \tan AMA' = \frac{a}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Diện tích tam giác $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{3a^3}{8}$. **Chọn A.**



Câu 63. Tương tự như bài 62. **Chọn B.**

Câu 64. Ta có $30^\circ = A'CA$, $ABCD = A'CA, AC = A'CA$;

$60^\circ = A'BC$, $ABCD = A'BC, AB = A'BA$.

Tam giác vuông $A'AB$, có $AB = \frac{AA'}{\tan A'BA} = a$.

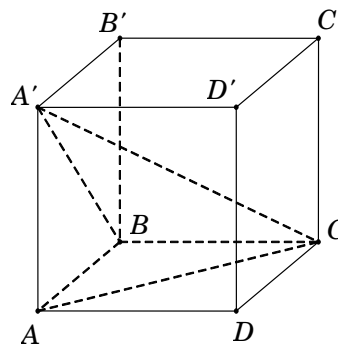
Tam giác vuông $A'AC$, có $AC = \frac{AA'}{\tan A'CA} = 3a$.

Tam giác vuông ABC , có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a\sqrt{2}$.

Diện tích hình chữ nhật $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 2a^2\sqrt{2}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' = 2a^3\sqrt{6}$. **Chọn A.**

Câu 65. Hình thoi $ABCD$ có $BAD = 120^\circ$, suy ra $ADC = 60^\circ$. Do đó tam giác ABC và ADC là các tam giác



đều. Gọi N là trung điểm $A'B'$ nên $\begin{cases} C'N \perp A'B' \\ C'N = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$.

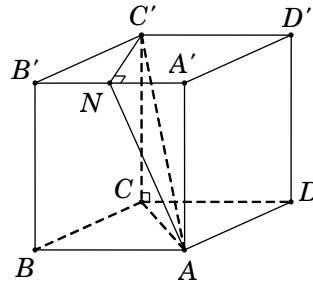
Suy ra $30^\circ = \angle C'AN$, $ADD'A' = AC'$, $AN = C'N$.

Tam giác vuông $C'NA$, có $AN = \frac{C'N}{\tan C'AN} = \frac{3}{2}$.

Tam giác vuông $AA'N$, có $AA' = \sqrt{AN^2 - A'N^2} = \sqrt{2}$.

Diện tích hình thoi $S_{ABCD} = AB^2 \cdot \sin \angle BAD = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' = \frac{\sqrt{6}}{2}$. **Chọn C.**



Vấn đề 2. THỂ TÍCH LĂNG TRỤ XIÊN

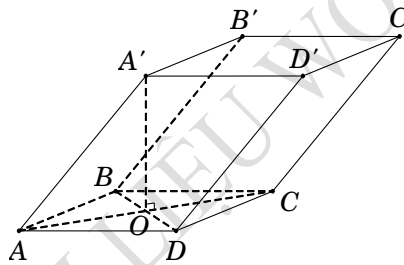
Câu 66. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, suy ra $A'O \perp ABCD$.

Tam giác vuông $A'OA$, có

$$A'O = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2}.$$

Diện tích hình vuông $S_{ABCD} = 4a^2$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'O = 4a^3\sqrt{2}$. **Chọn D.**



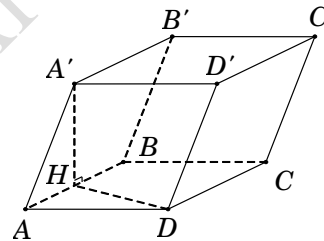
Câu 67. Theo giả thiết, ta có $A'H \perp AB$.

Tam giác vuông $A'HA$, có

$$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Diện tích hình vuông $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'H = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **Chọn B.**



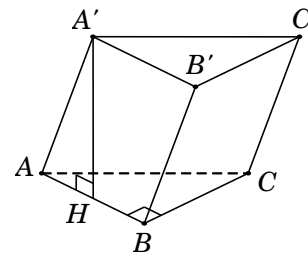
Câu 68. Từ giả thiết suy ra $BA = BC = a\sqrt{2}$.

Tam giác vuông $A'HA$, có

$$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = a^2$.

Vậy $V = S_{\triangle ABC} \cdot A'H = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **Chọn C.**



Câu 69. Diện tích tam giác đều $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Chiều cao khối lăng trụ $A'O = a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $V = S_{\triangle ABC} \cdot A'O = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **Chọn A.**

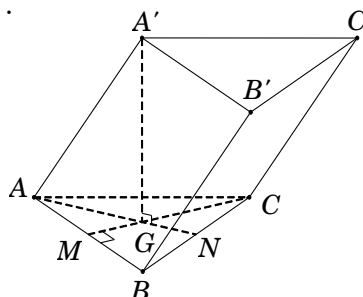
Câu 70. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, BC .

Khi đó $G = AN \cap CM$ là trọng tâm $\triangle ABC$.

Theo giả thiết, ta có $A'G \perp ABC$.

Tam giác ABC đều cạnh $2a\sqrt{2}$ nên suy ra

$$AN = a\sqrt{6} \longrightarrow AG = \frac{2}{3} AN = \frac{2}{3} a\sqrt{6}.$$



Tam giác vuông $A'GA$, có $A'G = \sqrt{A'A^2 - AG^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = 2a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 2a^2\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'G = 2a^3$. **Chọn D.**

Câu 71. Gọi I là trung điểm BC . Từ $A'A = A'B = A'C = a$, suy ra hình chiếu vuông góc của A' trên mặt đáy ABC là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Suy ra $A'I \perp ABC$.

Tam giác ABC , có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác vuông $A'IB$, có

$$A'I = \sqrt{A'B^2 - BI^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot A'I = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **Chọn C.**

Câu 72. Gọi H là chân đường cao hạ từ B trong ΔABC .

Theo giả thiết, ta có $A'H \perp ABC$.

Tam giác vuông ABC , có

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{3}; AH = \frac{AB^2}{AC} = \frac{1}{2}.$$

Tam giác vuông $A'HA$, có $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot A'H = \frac{\sqrt{21}}{4}$. **Chọn A.**

Câu 73. Ta có thể tích khối chóp $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'}$.

Suy ra $V_{A.BC'B'C'} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} \rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{2} V_{A.BC'B'C'} = \frac{3}{2} \cdot 2a^3 = 3a^3$. **Chọn D.**

Câu 74. Gọi S là diện tích mặt đáy $ABCD$ và h là chiều cao khối hộp.

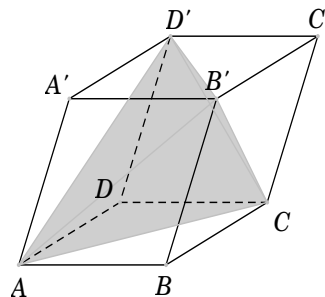
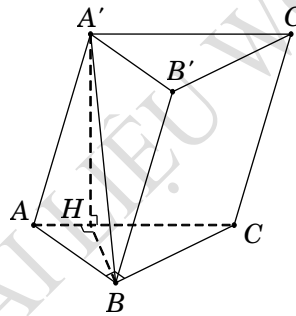
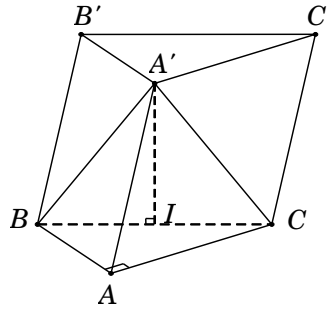
Thể tích khối hộp $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S \cdot h = 12\text{cm}^3$.

Chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành khối tứ diện $AB'CD'$ và 4 khối chóp: $A.A'B'D'$, $C.B'C'D'$, $B'.BAC$, $D'.DAC$ (như hình vẽ). Ta thấy bốn khối

chóp này có thể tích bằng nhau và cùng bằng $\frac{1}{3} \cdot \frac{S}{2} \cdot h$.

Suy ra tổng thể tích 4 khối chóp bằng $V' = \frac{2}{3} Sh$.

Vậy thể tích khối tứ diện $V_{AB'CD'} = Sh - \frac{2}{3} Sh = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4\text{cm}^3$. **Chọn C.**



Câu 75. Vì $A'O \perp ABCD$ nên

$$45^\circ = AA', ABCD = AA', AO = A'O.$$

Đường chéo hình chữ nhật

$$AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a \Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = a.$$

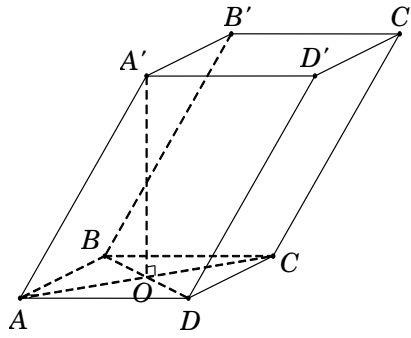
Suy ra tam giác $A'OA$ vuông cân tại O nên

$$A'O = AO = a.$$

Diện tích hình chữ nhật

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = a^2 \sqrt{3}.$$

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'O = a^3 \sqrt{3}$. **Chọn D.**

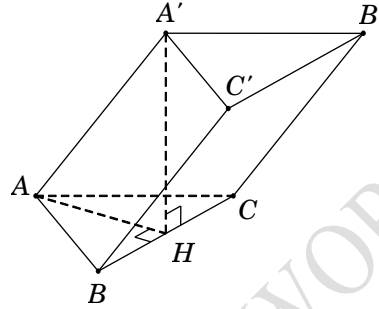


Câu 76. Tam giác ABC đều cạnh bằng 2 nên $AH = \sqrt{3}$. Vì $A'H \perp ABC$ nên hình chiếu vuông góc của AA' trên mặt đáy ABC là AH .

Do đó $45^\circ = AA', ABC = AA', AH = A'H$. Suy ra tam giác $A'HA$ vuông cân tại H nên $A'H = HA = \sqrt{3}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\Delta ABC} = \sqrt{3}$.

Vậy $V = S_{\Delta ABC} \cdot A'H = 3$. **Chọn A.**



Câu 77. Gọi H là hình chiếu của C' trên mặt phẳng ABC .

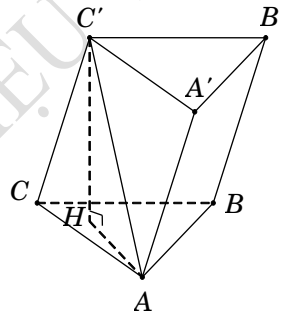
Suy ra AH là hình chiếu của AC' trên mặt phẳng ABC .

Do đó $60^\circ = AC', ABC = AC', AH = HAC'$.

Tam giác vuông AHC' , có $C'H = AC' \cdot \sin HAC' = 2\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot C'H = 8\sqrt{3}$.

Suy ra thể tích cần tính $V_{ABCB'C'} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$. **Chọn D.**



Câu 78. Xét khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC .

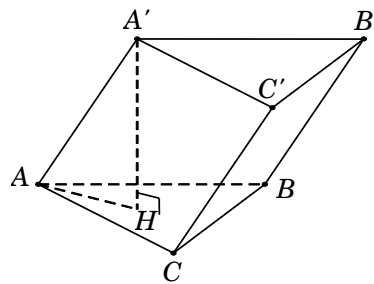
Gọi H là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $ABC \Rightarrow A'H \perp ABC$. Suy ra AH là hình chiếu của AA' trên mặt phẳng ABC . Do đó

$$60^\circ = AA', ABC = AA', AH = A'H.$$

Tam giác $A'AH$ vuông tại H , có

$$A'H = AA' \cdot \sin A'AH = 5\sqrt{3}.$$

Vậy $V = S_{\Delta ABC} \cdot A'H = 50\sqrt{3} \text{ cm}^3$. **Chọn B.**



Câu 79. Từ giả thiết suy ra tam giác ABD đều cạnh a .

Gọi H là tâm tam giác ABD . Vì A' cách đều các điểm A, B, D nên $A'H \perp ABD$.

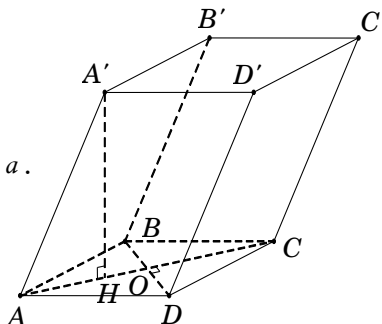
Do đó $60^\circ = AA', ABCD = AA', HA = A'AH$.

$$\text{Ta có } AH = \frac{2}{3} AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

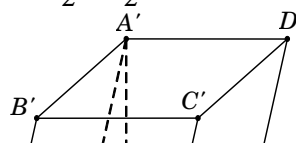
Tam giác vuông $A'AH$, có $A'H = AH \cdot \tan A'AH = a$.

$$\text{Diện tích hình thoi } S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABD} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'H = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. **Chọn C.**



Câu 80. Từ giả thiết, suy ra tam giác ABC đều cạnh $a \Rightarrow OA = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}$.



- Đề 3.** Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình thoi. Hình chiếu của A' lên $(ABCD)$ là trọng tâm của tam giác ABD . Tính thể tích khối lăng trụ $ABCA'B'C'$ biết $AB = a$, $\angle ABC = 120^\circ$, $AA' = a$.
- A. $a^3\sqrt{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là trọng tâm của tam giác ABD
 $\Rightarrow A'H \perp (ABCD)$.

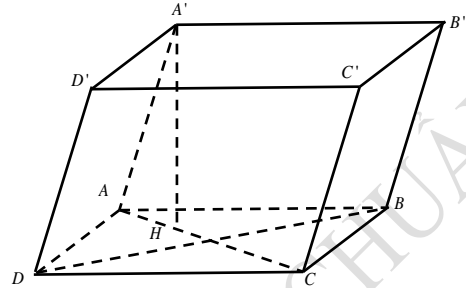
Ta có: $\angle BAD = 180^\circ - \angle ABC = 60^\circ$.

Tam giác ABD cân có $\angle BAD = 60^\circ$
 nên tam giác ABD đều.

ABD là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$\Delta A'AH$ vuông tại $H \Rightarrow A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

$S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$; $V_{ABCA'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$



- Đề 4.** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tính tỉ số $\frac{V_{ABB'C'}}{V_{ABCA'B'C'}}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải:

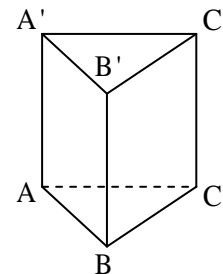
Ta có: $BB'C'C$ là hình bình hành

$\Rightarrow S_{BB'C'} = \frac{1}{2}S_{BB'C'C} \Rightarrow V_{A.BB'C'} = \frac{1}{2}V_{A.BB'C'C}$

Ta có: $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABCA'B'C'}$

$\Rightarrow V_{A.BB'C'C} = V_{ABCA'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = \frac{2}{3}V_{ABCA'B'C'}$

$\Rightarrow V_{ABB'C'} = \frac{1}{3}V_{ABCA'B'C'} \Rightarrow \frac{V_{ABB'C'}}{V_{ABCA'B'C'}} = \frac{1}{3}$



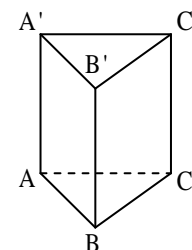
- Đề 5.** Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Thể tích khối tứ diện $A'BB'C'$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{cases} h = BB' = a \\ S_{A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$\Rightarrow V_{A'BB'C'} = \frac{1}{3}BB' \cdot S_{A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$



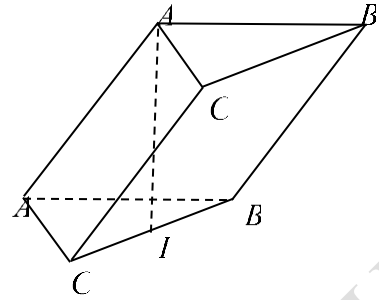
- Đề 6.** Lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Hình chiếu A' lên (ABC) là trung điểm I của BC . Thể tích khối lăng trụ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{cases} A'I = AI \cdot \tan(30^\circ) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a}{2} \\ S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = A'I \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$$



Đề 7. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $BC = 2a$, $AB = a$. Mặt bên $(BB'C'C)$ là hình vuông. Khi đó thể tích lăng trụ là

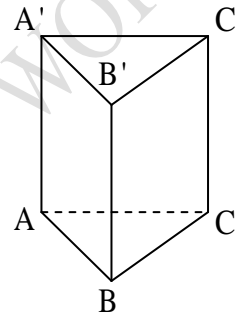
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $a^3\sqrt{2}$. C. $2a^3\sqrt{3}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{cases} h = BB' = 2a \\ AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{ABC} = a^3\sqrt{3}$$



Đề 8. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CC' và BB' . Tính tỉ số $\frac{V_{ABCMN}}{V_{ABC.A'B'C'}}$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $BB'C'C$ là hình bình hành

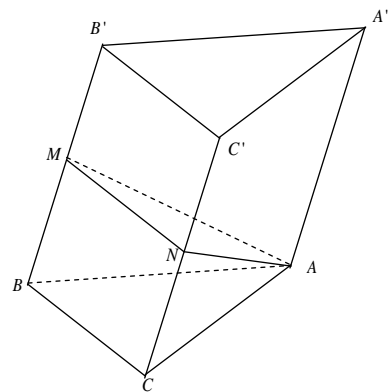
$$\Rightarrow S_{BCMN} = \frac{1}{2}S_{BB'C'C}$$

$$\Rightarrow V_{A.BCMN} = \frac{1}{2}V_{A.BB'C'C}$$

Ta có: $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABCA'B'C'}$

$$\Rightarrow V_{A.BB'C'C} = V_{ABCA'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = \frac{2}{3}V_{ABCA'B'C'}$$

$$\Rightarrow V_{A.BCMN} = \frac{1}{3}V_{ABCA'B'C'} \Rightarrow \frac{V_{A.BCMN}}{V_{ABCA'B'C'}} = \frac{1}{3}$$



Đề 9. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tỉ số thể tích giữa khối chóp $A'.ABC$ và khối lăng trụ đó là

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải:

A. $V = \frac{3a^3}{16}$.

B. $V = \frac{3a^3}{8}$.

C. $V = \frac{3a^3}{4}$.

D. $V = \frac{3a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H, M, I lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, AC, AM .

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot A'H.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

Ta có IH là đường trung bình của tam giác AMB , MB là trung tuyến của tam giác đều ABC .

$$\text{Do đó: } \begin{cases} IH \parallel MB \\ MB \perp AC \end{cases} \Rightarrow IH \perp AC$$

$$\begin{cases} AC \perp A'H \\ AC \perp IH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (A'HI) \Rightarrow AC \perp A'I$$

$$\text{Mà: } \begin{cases} AC \perp IH \subset (ABC) \\ AC \perp A'I \subset (ACC'A') \\ (ABC) \cap (ACC'A') = AC \end{cases} \Rightarrow A'IH \text{ là góc giữa hai mặt phẳng } (AA'C'C) \text{ và } (ABC)$$

$$(ABCD) \Rightarrow A'IH = 45^\circ$$

Trong tam giác $A'HI$ vuông tại H , ta có: $\tan 45^\circ = \frac{A'H}{HI} \Rightarrow A'H = IH \cdot \tan 45^\circ$.

$$= IH = \frac{1}{2} MB = \frac{a\sqrt{3}}{4}. \text{ Vậy } V = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{16}$$

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách giữa BB' và AC bằng:

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

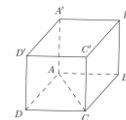
D.

$\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có: } d(BB'; AC) = d(BB'; (ACC'A')) = \frac{1}{2} DB = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1 (đvdt). Khoảng cách giữa AA' và BD' bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$.

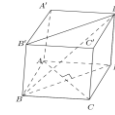
D.

$\frac{3\sqrt{5}}{7}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $d(AA'; BD') = d(BB'; (DBB'D')) = \frac{1}{2} AC = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



Câu 7: Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau AD và $A'C'$ là :

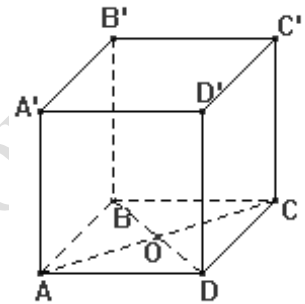
- A. AA' . B. BB' . C. DA' . D. DD' .

Hướng dẫn giải:

$$\begin{cases} AA' \perp (A'B'C'D') \\ A'C' \subset (A'B'C'D') \end{cases} \rightarrow AA' \perp A'C'$$

$$\begin{cases} AA' \perp (ABCD) \\ AD \subset (ABCD) \end{cases} \rightarrow AA' \perp AD$$

Chọn đáp án **A**.



Câu 12: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có $AA_1 = 2a, AD = 4a$. Gọi M là trung điểm AD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng A_1B_1 và C_1M bằng bao nhiêu?

- A. $3a$. B. $2a\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Hướng dẫn giải:

Ta có $A_1B_1 // C_1D_1$ suy ra

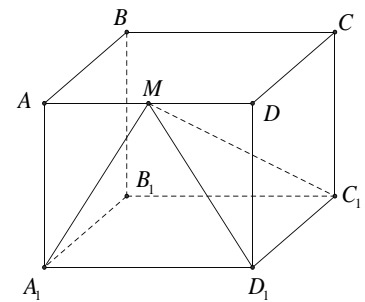
$$d(A_1B_1, C_1M) = d(A_1B_1, (C_1D_1M)) = d(A_1, (C_1D_1M))$$

Vì $AA_1 = 2a, AD = 4a$ và M là trung điểm AD nên

$$A_1M \perp D_1M, \text{ suy ra } A_1M \perp (C_1D_1M)$$

$$\Rightarrow d(A_1, (C_1D_1M)) = A_1M = 2a\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **B**.



Câu 13: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và $A'B'$ bằng bao nhiêu ?

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D.

$$\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

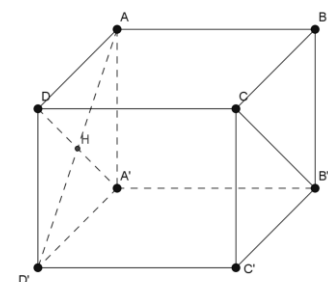
Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có } \begin{cases} A'B' \perp A'A \\ A'B' \perp A'D' \end{cases} \Rightarrow A'B' \perp (ADD'A')$$

Gọi H là giao điểm của AD' với $A'D$.

$$\Rightarrow A'H \perp AD'$$

$$\begin{cases} A'H \perp AD' \\ A'H \perp A'B' \end{cases} \Rightarrow d(A'B'; AD') = A'H = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$



Chọn B.

Câu 14: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách giữa BB' và AC bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

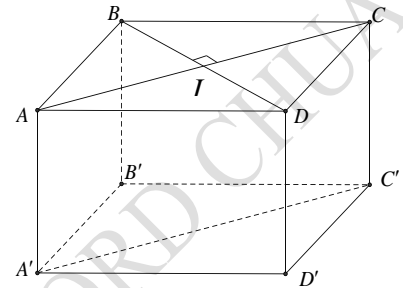
Vì $\begin{cases} (AA'C'C) \supset AC \\ (AA'C'C) \parallel BB' \end{cases}$ nên

$$d(BB'; AC) = d(BB'; (AA'C'C)).$$

Gọi $I = AC \cap BD$. Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $BI \perp (AA'C'C)$.

$$\text{Suy ra } d(BB'; AC) = d(BB'; (AA'C'C)) = BI = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **C**.



Câu 15: Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3, AD = 4, AA' = 5$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và $B'D'$ bằng bao nhiêu ?

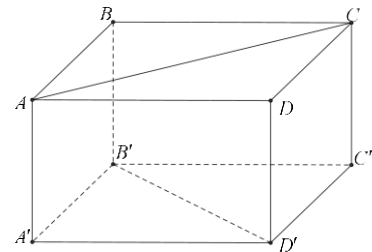
- A. $\sqrt{34}$. B. $\sqrt{41}$. C. 5. D. 8.

Hướng dẫn giải:

Ta có $\begin{cases} (ABCD) \parallel (A'B'C'D') \\ AC \subset (ABCD); B'D' \subset (A'B'C'D') \end{cases}$

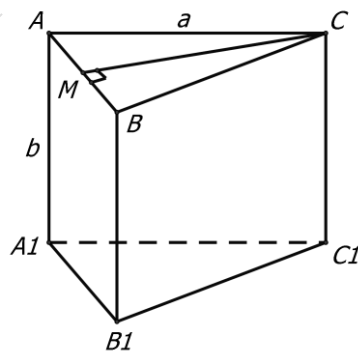
$$\Rightarrow d(AC; B'D') = d((ABCD); (A'B'C'D')) = AA' = 5$$

Chọn đáp án **C**.



Câu 27: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng b .

Tính khoảng cách giữa AB và CC_1 . A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{ab\sqrt{3}}{\sqrt{4a^2 + 3b^2}}$. D.



$$\frac{ab\sqrt{3}}{\sqrt{4a^2 + 3b^2}}.$$

Hướng dẫn giải:

Gọi M là trung điểm của AB

$$CC_1 / AA_1 \Rightarrow CC_1 / (ABB_1A_1) \Rightarrow d(AB, CC_1) = d(CC_1, (ABB_1A_1)) = CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Đáp án B.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa SM và BC bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Hướng dẫn giải:

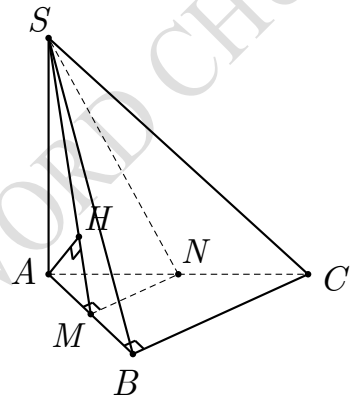
Gọi N là trung điểm của cạnh đáy AC . Khi đó $BC // (SMN)$

$$\text{Nên } d(SM, BC) = d(B, (SMN)) = d(A, (SMN))$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên đoạn SM .

Ta có thể chứng minh được $MN \perp (SAM)$, từ đó

$$AH \perp (SMN) \Rightarrow d(A, (SMN)) = AH = \frac{SA \cdot AM}{\sqrt{SA^2 + AM^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$



Chọn đáp án A.

Câu 30: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{a}{2}$ B. $\frac{a}{\sqrt{2}}$ C. a D.

$$\frac{a}{\sqrt{3}}$$

Hướng dẫn giải:

Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh CD, AB

Tam giác MAB cân tại M và $\triangle NCD$ cân tại N

do đó $MN \perp AB, MN \perp CD$

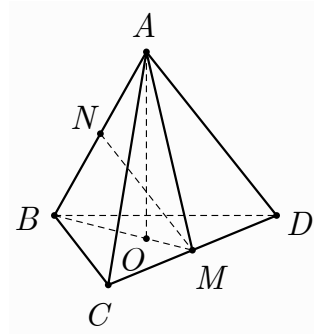
$$\Rightarrow d(AB, CD) = MN = \sqrt{BM^2 - NB^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

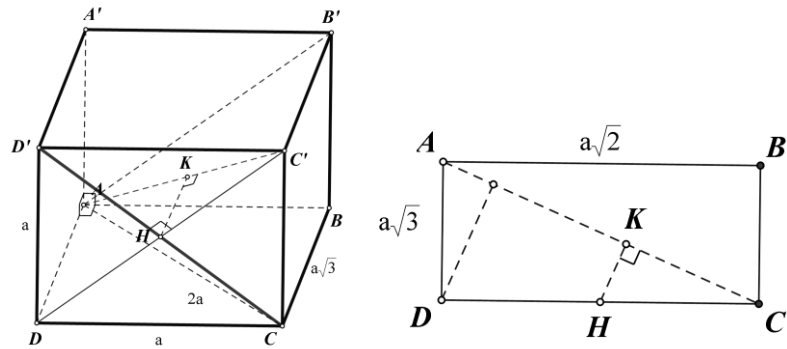
Chọn đáp án B.

Câu 31: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a, AC = 2a$. Tính khoảng cách giữa AC' và CD' :

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{a}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a}{2}$

Hướng dẫn giải:





☑ Ta có hình chiếu của AC' trên mặt phẳng $(DCC'D')$ là $DC' \perp D'C$ nên $AC' \perp D'C \Rightarrow (ADC'B') \perp D'C$ tại điểm H là trung điểm CD' . Từ H ta kẻ $HK \perp AC' \Rightarrow d(AC', D'C) = HK$.

☑ Ta có $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{5a^2}{6a^4} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{6}{5}}a = \frac{\sqrt{30}}{5}a \Rightarrow HK = \frac{\sqrt{30}}{10}a$

Chọn đáp án D.

Câu 32: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1 (đvđ). Khoảng cách giữa AA' và BD' bằng: **A.** $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{7}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Hướng dẫn giải:

$AA' // BB' \Rightarrow AA' // (DBB'D')$

Ta có : $\Rightarrow d(AA') = d(A, (DBB'D')) = AO = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

