



- Câu 1.** Cho mệnh đề chứa biến: $P(x) = "x + 15 \leq x^2"$.
Mệnh đề nào sau đây là đúng?
A. $P(0)$. B. $P(5)$. C. $P(3)$. D. $P(4)$.
- Câu 2.** Khẳng định nào sau đây là **đúng**?
A. Vector là một đoạn thẳng có độ dài bằng 0.
B. Vector là một đoạn thẳng có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau.
C. Vector là một đoạn thẳng có hướng.
D. Vector là một đường thẳng có hướng.
- Câu 3.** Số gần đúng của $a = 2,57656$ có ba chữ số đáng tin viết dưới dạng chuẩn là
A. 2,57. B. 2,576. C. 2,58. D. 2,577.
- Câu 4.** Vector $\vec{a} = (-4; 0)$ được phân tích theo các vector đơn vị ta được kết quả
A. $\vec{a} = -4\vec{i} + \vec{j}$. B. $\vec{a} = -\vec{i} + 4\vec{j}$. C. $\vec{a} = -4\vec{j}$. D. $\vec{a} = -4\vec{i}$.
- Câu 5.** Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$?
A. (0; 0). B. (1; -3). C. (-2; 1). D. (-5; 0).
- Câu 6.** Tính gần đúng số trung bình của dãy số liệu thống kê 2; 4; 5; 6; 7; 9; 10
A. 6,1. B. 6,2. C. 6,3. D. 6,4.
- Câu 7.** Tam giác ABC có $A = 60^\circ$, $AC = 10$, $AB = 6$ Tính độ dài cạnh BC .
A. 76. B. $2\sqrt{19}$. C. 14. D. $6\sqrt{2}$.
- Câu 8.** Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4\}$, viết tập A bằng cách nêu tính chất đặc trưng. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?
A. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\}$. B. $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 4\}$.
C. $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 4\}$. D. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 5\}$.
- Câu 9.** Điểm một bài kiểm tra của lớp 10A được cho trong bảng sau:

Điểm	5	6	7	8	9	10	
Tần số	13	12	10	8	2	1	$N = 46$

Tính số phương sai của số liệu đã cho trong bảng trên (chính xác đến hàng phần trăm)

- A. 1.68. B. 1.29. C. 1.69. D. 1.30.
- Câu 10.** Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **sai**?
A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$. B. $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.
C. $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$. D. $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$.
- Câu 11.** Cho các câu sau đây:
(I): “ Phan-xi-păng là ngọn núi cao nhất Việt Nam”.
(II): “ $\pi^2 < 9,86$ ”.
(III): “ Mệt quá! ”.

(IV): “Chị ơi, mấy giờ rồi?”

Hỏi có bao nhiêu câu là mệnh đề?

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Câu 12. Trung vị của mẫu số liệu 4; 6; 7; 6; 5; 4; 5 là

- A. 4. B. 5. C. 7. D. 6.

Câu 13. Hai vectơ có cùng độ dài và cùng hướng gọi là

- A. Hai vectơ bằng nhau. B. Hai vectơ cùng hướng.
C. Hai vectơ cùng phương. D. Hai vectơ đối nhau.

Câu 14: Số sản phẩm sản xuất mỗi ngày của một phân xưởng trong 7 ngày liên tiếp được ghi lại như sau:

22 ; 21 ; 24 ; 28 ; 27 ; 32 ; 21

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là:

- A. 7. B. 9. C. 10. D. 11.

Câu 15. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y \leq 3 \\ 2x + y > -2 \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ đã cho?

- A. (1;1). B. (1;-2). C. (-1;-2). D. (0;-3).

Câu 16. Khoảng tứ phân vị Δ_Q là

- A. $Q_2 - Q_1$. B. $Q_3 - Q_2$. C. $Q_3 + Q_1$. D. $Q_3 - Q_1$.

Câu 17. Viết giá trị gần đúng của $\sqrt{10}$ đến hàng phần trăm (dùng MTBT).

- A. 3,17. B. 3,16. C. 3,10. D. 3,162.

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (5; -7)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} + \vec{b}$ là

- A. (6;-9). B. (-6;9). C. (4;-5). D. (-5;-14).

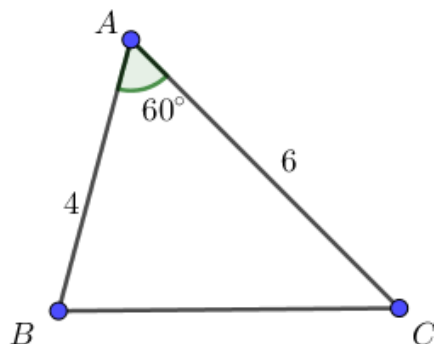
Câu 19: Một ngày cửa hàng X nhập về số lượng trái cây được cho trong bảng sau

Loại quả	Cam	Nho	Vải	Thanh long	Mận
Đơn giá/kg (nghìn đồng)	20	45	25	25	35
Số kg	30	10	35	13	50

Số tiền trung bình (nghìn đồng) để nhập mỗi loại quả là

- A. 828. B. 725. C. 30. D. 800.

Câu 20. Cho tam giác ABC như hình vẽ, tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$



- A. -12. B. 24. C. 12. D. -24.

Câu 21. Cho tam giác ABC có $AB = 4$, $AC = 3$, $BAC = 60^\circ$. Tính độ dài BC

- A. $6\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $5\sqrt{3}$. D. $\sqrt{13}$.

Câu 22. Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} | (x^3 - x)(x^2 - 10x + 21) = 0\}$ và $B = [-2; 1]$. Xác định tập hợp $A \cap B$.

- A. $A \cap B = \emptyset$. B. $A \cap B = \{-1; 0; 1\}$. C. $A \cap B = \{-2; -1; 0; 1\}$. D. $A \cap B = [-1; 1]$.

Câu 23. Để khảo sát kết quả thi tuyển sinh môn Toán trong kì thi tuyển sinh đại học năm vừa qua của trường A, người điều tra chọn một mẫu gồm 100 học sinh tham gia kì thi tuyển sinh đó. Điểm môn Toán (thang điểm 10) của các học sinh này được cho ở bảng phân bố tần số sau đây.

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	0	0	1	5	9	12	16	20	25	10	2	N=100

Tìm một

- A. $M_o = 7$. B. $M_o = 5$. C. $M_o = 8$. D. $M_o = 4$

Câu 24. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Hai vectơ không bằng nhau thì độ dài của chúng không bằng nhau.
 B. Hai vectơ không bằng nhau thì chúng không cùng phương.
 C. Hai vectơ có độ dài không bằng nhau thì không cùng hướng.
 D. Hai vectơ bằng nhau thì có giá trùng nhau hoặc song song nhau.

Câu 25. Cho hai góc nhọn α và β ($\alpha < \beta$). Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $\cot \alpha > \cot \beta$. B. $\sin \alpha < \sin \beta$. C. $\tan \alpha \cdot \tan \beta > 0$. D. $\cos \alpha < \cos \beta$.

Câu 26. Hệ bất phương trình sau có bao nhiêu nghiệm (x, y) thỏa mãn x, y đều nguyên dương.

$$\begin{cases} x + y \leq 4 \\ 3x - 4y \geq -6 \end{cases}$$

- A. 3. B. 6. C. 4. D. 5.

Câu 27. Cho bảng phân bố tần số- tần suất ghép lớp khi đo chiều cao(cm) của 40 học sinh nam tại một trường THPT:

Lớp	Tần số
[151;156]	2
[157;162]	3
[163;168]	7
[169;174]	16
[175;180]	10
[181;186]	2
	$N = 40$

Phương sai là

- A. $\delta_x^2 \approx 6.996$. B. $\delta_x^2 \approx 7.085$. C. $\delta_x^2 \approx 170.75$. D. $\delta_x^2 \approx 171$

Câu 28. Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O , gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Tìm mệnh đề **sai**:

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$. C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{OB}$. D. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA}$.

Câu 29. Hãy chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

- A. $\forall x \in \mathbb{R}, 2x > x^2$.
 B. $\sqrt{2018}$ không là số hữu tỉ.
 C. Số 2 là số nguyên tố nhỏ nhất.
 D. Tồn tại hai số chính phương mà tích bằng 36.

Câu 30. Cho $A(0;3); B(4;0); C(-2;-5)$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

- A. 16. B. 9. C. -10. D. -9.

Câu 31. Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $BC = 7$ cm, $AC = 9$ cm. Tính $\cos A$.

- A. $\cos A = -\frac{2}{3}$. B. $\cos A = \frac{1}{2}$. C. $\cos A = \frac{1}{3}$. D. $\cos A = \frac{2}{3}$.

Câu 32. Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Nếu $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ thì đẳng thức nào dưới đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{AC}$ C. $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AC}$

Câu 33. Miền nghiệm của bất phương trình $4(x-1) + 5(y-3) > 2x - 9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(0;0)$. B. $(1;1)$. C. $(-1;1)$. D. $(2;5)$.

Câu 34. Cho biết $\sqrt[3]{3} = 1,44224957\dots$. Số gần đúng của $\sqrt[3]{3}$ với độ chính xác 0,0001 là

- A. 1,4422 B. 1,4421 C. 1,442 D. 1,44.

Câu 35. Cho hình bình hành $ABCD$, với $AB = 2$, $AD = 1$, $BAD = 60^\circ$. Tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng

- A. -1. B. $\frac{1}{2}$ C. -1. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 36. Cho $\sin x + \cos x = m$. Tính theo m giá trị của $M = \sin x \cdot \cos x$.

- A. $m^2 - 1$. B. $\frac{m^2 - 1}{2}$. C. $\frac{m^2 + 1}{2}$. D. $m^2 + 1$.

Câu 37. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(1;3)$, $B(4;0)$, $C(2;-5)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$?

- A. $M(1;18)$. B. $M(-1;18)$. C. $M(1;-18)$. D. $M(-18;1)$.

Câu 38. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\exists x \in \mathbb{R} : x > x^2$. B. $\forall x \in \mathbb{R}, |x| < 3 \Leftrightarrow x < 3$.

C. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ chia hết cho 3.

D. $\exists a \in \mathbb{Q} : a^2 = 2$.

Câu 39. Hãy tìm các giá trị bất thường của mẫu số liệu thống kê sau 7;19;6;12;5;17;6;13.

A. 5;6.

B. 5;6;19.

C. Không có.

D. 5;19.

Câu 40. Trong các tập hợp sau, tập hợp nào khác rỗng?

A. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x + 1 = 0\}$.

B. $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 2 = 0\}$.

C. $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^3 - 3)(x^2 + 1) = 0\}$.

D. $D = \{x \in \mathbb{Q} \mid x(x^2 + 3) = 0\}$.

Câu 41. Cho tam giác ABC đều cạnh a , H là trung điểm của BC . Tính $|\overline{CA} - \overline{HC}|$.

A. $|\overline{CA} - \overline{HC}| = \frac{a}{2}$.

B. $|\overline{CA} - \overline{HC}| = \frac{3a}{2}$.

C. $|\overline{CA} - \overline{HC}| = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

D. $|\overline{CA} - \overline{HC}| = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Câu 42. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Câu 43. Cho $M(-1; -2), N(3; 2), P(4; -1)$. Tìm E trên Ox sao cho $|\overline{EM} + \overline{EN} + \overline{EP}|$ nhỏ nhất.

A. $E(4; 0)$.

B. $E(3; 0)$.

C. $E(1; 0)$.

D. $E(2; 0)$.

Câu 44. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha - 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha - \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?

A. $-\frac{25}{3}$.

B. $-\frac{11}{13}$.

C. $-\frac{11}{3}$.

D. $-\frac{25}{13}$.

Câu 45. Cho tam giác ABC đều cạnh a , có AH là đường trung tuyến. Tính $|\overline{AC} + \overline{AH}|$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $2a$.

C. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Câu 46. Cho tam giác ABC , điểm J thỏa mãn $\overline{AK} = 3\overline{KJ}$, I là trung điểm của cạnh AB , điểm K thỏa mãn $\overline{KA} + \overline{KB} + 2\overline{KC} = \vec{0}$.

Một điểm M thay đổi nhưng luôn thỏa mãn $(3\overline{MK} + \overline{AK}) \cdot (\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC}) = 0$.

Tập hợp điểm M là đường nào trong các đường sau.

A. Đường tròn đường kính IJ .

B. Đường tròn đường kính IK .

C. Đường tròn đường kính JK .

D. Đường trung trực đoạn JK .

Câu 47. Cho tam giác đều ABC , gọi D là điểm thỏa mãn $\overline{DC} = 2\overline{BD}$. Gọi R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác ADC . Tính tỉ số $\frac{R}{r}$.

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{5+7\sqrt{7}}{9}$.

C. $\frac{7+5\sqrt{5}}{9}$.

D. $\frac{7+5\sqrt{7}}{9}$.

Câu 48. Cho các tập $A = [-1; 5], B = \{x \in \mathbb{R} : |x| \leq 2\}, C = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 9 > 0\}$ và $D = [m; 2m + 1]$. Tính tổng các giá trị của m sao cho $((A \cup B) \setminus C) \cap D$ là một đoạn có độ

dài bằng 1.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

Câu 49. Lượng calo từ tinh bột khuyến nghị hàng ngày cho một người bình thường khoảng 480 đến 1200 calo. Để nạp đủ chất thì người ta cần nạp cả hai loại tinh bột hấp thu nhanh và tinh bột hấp thu chậm vào cơ thể. Biết rằng trong 100 g gạo (chứa tinh bột hấp thu nhanh) có khoảng 150 calo và 100 g yến mạch (chứa tinh bột hấp thu chậm) có khoảng 50 calo. Hôm nay bạn An đã ăn ít nhất là 200 g gạo. Hỏi bạn ấy cần ăn nhiều nhất bao nhiêu gam yến mạch để có thể nạp vào cơ thể lượng calo tối thiểu cần thiết.

A. 800 gam.

B. 200 gam.

C. 320 gam.

D. 360 gam.

Câu 50. Tập hợp điểm M thỏa mãn hệ thức: $\left|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\right| = \left|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right|$ là:

A. Một đường tròn có bán kính là $\frac{AB}{2}$.

B. Một đường tròn có bán kính là $\frac{CB}{3}$.

C. Một điểm.

D. Một đường thẳng qua A và song song với BC .

----- **Hết** -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	A	D	C	A	B	B	A	A	C	B	A	D	A	D	B	C	D	C	D	B	C	D	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	D	A	D	D	D	D	A	C	B	C	A	C	D	D	A	D	C	C	C	D	C	D	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho mệnh đề chứa biến: $P(x) = "x+15 \leq x^2"$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $P(0)$. **B.** $P(5)$. C. $P(3)$. D. $P(4)$.

Lời giải

Chọn B

Vì thay lần lượt các giá trị x bằng 0 ; 5 ; 3 ; 4 vào $P(x)$ thấy $x=5$ cho mệnh đề đúng.

Câu 2. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Vector là một đoạn thẳng có độ dài bằng 0 .
 B. Vector là một đoạn thẳng có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau.
C. Vector là một đoạn thẳng có hướng.
 D. Vector là một đường thẳng có hướng.

Lời giải

Chọn C

Phương án A sai vì vector là một đoạn thẳng có thể có độ dài khác 0 .

Phương án B sai vì vector mà đoạn thẳng có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau là vector không.

Phương án D sai vì vector không phải là một đường thẳng mà là một đoạn thẳng.

Câu 3. Số gần đúng của $a = 2,57656$ có ba chữ số đáng tin viết dưới dạng chuẩn là

- A.** 2,57 . B. 2,576 . C. 2,58 . D. 2,577 .

Lời giải

Chọn A

Vì a có 3 chữ số đáng tin nên dạng chuẩn là 2,57 .

Câu 4. Vector $\vec{a} = (-4; 0)$ được phân tích theo các vector đơn vị ta được kết quả

- A. $\vec{a} = -4\vec{i} + \vec{j}$. B. $\vec{a} = -\vec{i} + 4\vec{j}$. C. $\vec{a} = -4\vec{j}$. **D.** $\vec{a} = -4\vec{i}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{a} = (-4; 0) \Rightarrow \vec{a} = -4\vec{i} + 0\vec{j} = -4\vec{i}$.

Câu 5. Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$?

- A. (0; 0). B. (1; -3). **C.** (-2; 1). D. (-5; 0).

Lời giải

Chọn C

Thay lần lượt tọa độ các điểm vào bất phương trình, ta được.

Đáp án A: $5 \geq 0$ (luôn đúng).

Đáp án B: $18 \geq 0$ (luôn đúng).

Đáp án C: $-1 \geq 0$ (vô lý).

Đáp án D: $0 \geq 0$ (luôn đúng).

Câu 6. Tính gần đúng số trung bình của dãy số liệu thống kê 2; 4; 5; 6; 7; 9; 10

- A.** 6,1 . B. 6,2 . C. 6,3 . D. 6,4 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \bar{x} = \frac{2+4+5+6+7+9+10}{7} = \frac{43}{7} \approx 6.1$$

Câu 7. Tam giác ABC có $A=60^\circ$, $AC=10$, $AB=6$ Tính độ dài cạnh BC .

- A.** 76. **B.** $2\sqrt{19}$. **C.** 14. **D.** $6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng Định lí cosin trong tam giác ta có $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2.AB.AC.\cos A = 76$
 $\Rightarrow BC = 2\sqrt{19}$.

Câu 8. Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4\}$, viết tập A bằng cách nêu tính chất đặc trưng. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A.** $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\}$. **B.** $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 4\}$.
C. $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 4\}$. **D.** $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 5\}$.

Lời giải

Chọn B

Phương án A, C sai vì $0 \in A$.
Phương án B đúng do $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 4\} = \{1; 2; 3; 4\}$.
Phương án D sai vì $\frac{1}{2} \in A$.

Câu 9. Điểm một bài kiểm tra của lớp 10A được cho trong bảng sau:

Điểm	5	6	7	8	9	10	
Tần số	13	12	10	8	2	1	$N = 46$

Tính số phương sai của số liệu đã cho trong bảng trên (chính xác đến hàng phần trăm)

- A.** 1.68. **B.** 1.29. **C.** 1.69. **D.** 1.30.

Lời giải

Chọn A

Ta có điểm trung bình của 46 học sinh là:
 $\bar{x} = \frac{5.13+6.12+7.10+8.8+9.2+10.1}{46} = 6.5$
 $S_x^2 = \frac{13.(5-\bar{x})^2 + 12.(6-\bar{x})^2 + \dots + 1.(10-\bar{x})^2}{46} \approx 1.68$

Câu 10. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **sai**?

- A.** $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$. **B.** $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.
C. $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$. **D.** $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào công thức giá trị lượng giác của góc có liên quan đặc biệt.

Câu 11. Cho các câu sau đây:
 (I): “ Phan-xi-păng là ngọn núi cao nhất Việt Nam”.
 (II): “ $\pi^2 < 9,86$ ”.
 (III): “ Mệt quá!”.
 (IV): “ Chị ơi, mấy giờ rồi?”
 Hỏi có bao nhiêu câu là mệnh đề?

- A.** 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Lời giải

Chọn C

Câu (I) là mệnh đề đúng.
 Câu (II) là mệnh đề sai.
 Câu (III) là câu cảm thán nên không phải là mệnh đề.
 Câu (IV) là câu hỏi nên không phải là mệnh đề.

Câu 12. Trung vị của mẫu số liệu 4; 6; 7; 6; 5; 4; 5 là

- A.** 4. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm: 4 4 5 5 6 6 7.
 Dãy trên có giá trị chính giữa bằng 5 nên số trung vị $Me = 5$.

Câu 13. Hai vectơ có cùng độ dài và cùng hướng gọi là

- A.** Hai vectơ bằng nhau. **B.** Hai vectơ cùng hướng.
C. Hai vectơ cùng phương. **D.** Hai vectơ đối nhau.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa hai vectơ bằng nhau là hai vectơ có cùng hướng và cùng độ dài.

Câu 14: Số sản phẩm sản xuất mỗi ngày của một phân xưởng trong 7 ngày liên tiếp được ghi lại như sau:

22 ; 21 ; 24 ; 28 ; 27 ; 32 ; 21

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là:

- A.** 7. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là: $R = 32 - 21 = 11$.

Câu 15. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y \leq 3 \\ 2x + y > -2 \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ đã cho?

- A.** (1;1). **B.** (1;-2). **C.** (-1;-2). **D.** (0;-3).

Lời giải

Chọn A

Điểm (1;1) thuộc miền nghiệm của hệ đã cho vì $\begin{cases} 1 - 2 \cdot 1 \leq 3 \\ 2 \cdot 1 + 1 > -2 \end{cases}$. Tọa độ các điểm còn lại không thỏa mãn hệ.

Câu 16. Khoảng tứ phân vị Δ_Q là

- A. $Q_2 - Q_1$. B. $Q_3 - Q_2$. C. $Q_3 + Q_1$. D. $Q_3 - Q_1$.

Lời giải

Chọn D

Khoảng tứ phân vị Δ_Q là hiệu số giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất, tức là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1.$$

Câu 17. Viết giá trị gần đúng của $\sqrt{10}$ đến hàng phần trăm (dùng MTBT).

- A. 3,17. B. 3,16. C. 3,10. D. 3,162.

Lời giải

Chọn B

Sử dụng máy tính bỏ túi ta có $\sqrt{10} = 3,16227766\dots$ nên giá trị gần đúng của $\sqrt{10}$ đến hàng phần trăm là 3,16.

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (5; -7)$. Tọa độ của vec tơ $\vec{a} + \vec{b}$ là

- A. $(6; -9)$. B. $(-6; 9)$. C. $(4; -5)$. D. $(-5; -14)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (5; -7) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (4; -5)$.

Câu 19: Một ngày cửa hàng X nhập về số lượng trái cây được cho trong bảng sau

Loại quả	Cam	Nho	Vải	Thanh long	Mận
Đơn giá/kg (nghìn đồng)	20	45	25	25	35
Số kg	30	10	35	13	50

Số tiền trung bình (nghìn đồng) để nhập mỗi loại quả là

- A. 828. B. 725. C. 30. D. 800.

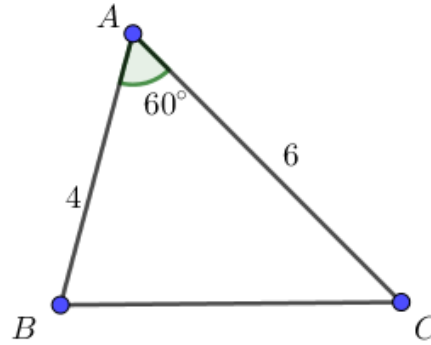
Lời giải

Chọn D

Số tiền trung bình (nghìn đồng) để nhập mỗi loại quả là

$$\frac{30.20 + 10.45 + 35.25 + 13.25 + 50.35}{5} = 800$$

Câu 20. Cho tam giác ABC như hình vẽ, tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$



A. -12.

B. 24.

C. 12.

D. -24.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = |\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}| \cdot \cos BAC = 4 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ = 12$.

Câu 21. Cho tam giác ABC có $AB = 4$, $AC = 3$, $BAC = 60^\circ$. Tính độ dài BC

A. $6\sqrt{2}$.

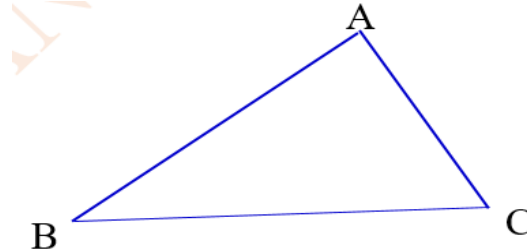
B. $2\sqrt{5}$.

C. $5\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ}$
 $= \sqrt{4^2 + 3^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{13}$.

Câu 22. Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^3 - x)(x^2 - 10x + 21) = 0\}$ và $B = [-2; 1]$. Xác định tập hợp $A \cap B$.

A. $A \cap B = \emptyset$.

B. $A \cap B = \{-1; 0; 1\}$.

C. $A \cap B = \{-2; -1; 0; 1\}$.

D. $A \cap B = [-1; 1]$.

Lời giải

Chọn B

Giải phương trình $\begin{cases} x^2 - 10x + 21 = 0 \\ x^3 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 7 \\ x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$. mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $A = \{-1; 0; 1; 3; 7\}$

$A \cap B = \{-1; 0; 1\}$.

Câu 23. Để khảo sát kết quả thi tuyển sinh môn Toán trong kì thi tuyển sinh đại học năm vừa qua của trường A, người điều tra chọn một mẫu gồm 100 học sinh tham gia kì thi tuyển sinh đó. Điểm môn Toán (thang điểm 10) của các học sinh này được cho ở bảng phân bố tần số sau đây.

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	0	0	1	5	9	12	16	20	25	10	2	N=100

Tìm một

A. $M_0 = 7$.

B. $M_0 = 5$.

C. $M_0 = 8$.

D. $M_0 = 4$

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào bảng tần số ta thấy giá trị 7 có tần số lớn nhất nên $M_0 = 8$.

Câu 24. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Hai vectơ không bằng nhau thì độ dài của chúng không bằng nhau.

B. Hai vectơ không bằng nhau thì chúng không cùng phương.

C. Hai vectơ có độ dài không bằng nhau thì không cùng hướng.

D. Hai vectơ bằng nhau thì có giá trị bằng nhau hoặc song song nhau.

Lời giải

Chọn D

A. sai do hai vectơ không bằng nhau thì có thể hai vectơ ngược hướng nhưng độ dài vẫn bằng nhau.

B. sai do một trong hai vectơ là vectơ không.

C. sai ví dụ hai cạnh của hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AB = 2CD$) các vectơ \overline{AB} , \overline{DC} cùng hướng dù độ dài không bằng nhau.

D. đúng do hai vectơ bằng nhau thì hai vectơ cùng hướng.

Câu 25. Cho hai góc nhọn α và β ($\alpha < \beta$). Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\cot \alpha > \cot \beta$.

B. $\sin \alpha < \sin \beta$.

C. $\tan \alpha \cdot \tan \beta > 0$.

D. $\cos \alpha < \cos \beta$.

Lời giải

Chọn D

Biểu diễn trên đường tròn lượng giác ta thấy $\alpha < \beta \Rightarrow \cos \alpha > \cos \beta$ nên D. sai

Câu 26. Hệ bất phương trình sau có bao nhiêu nghiệm (x, y) thỏa mãn x, y đều nguyên dương.

$$\begin{cases} x + y \leq 4 \\ 3x - 4y \geq -6 \end{cases}$$

A. 3.

B. 6.

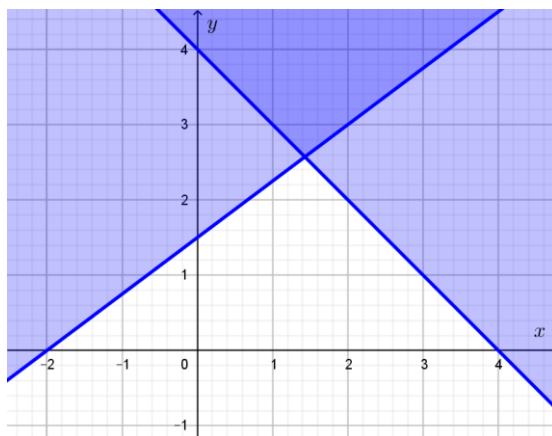
C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y \leq 4 \\ 3x - 4y \geq -6 \end{cases}$ là phần không tô màu trong hình dưới.



Dựa vào miền nghiệm, ta thấy các cặp số nguyên dương $(1;1)$, $(1;2)$, $(2;1)$, $(2;2)$, $(3;1)$ thỏa mãn.

Vậy hệ bất phương trình đã cho có 5 nghiệm thỏa mãn x, y đều nguyên dương.

Câu 27. Cho bảng phân bố tần số- tần suất ghép lớp khi đo chiều cao(cm) của 40 học sinh nam tại một trường THPT:

Lớp	Tần số
[151;156]	2
[157;162]	3
[163;168]	7
[169;174]	16
[175;180]	10
[181;186]	2
	$N = 40$

Phương sai là

A. $\delta_x^2 \approx 6.996$.

B. $\delta_x^2 \approx 7.085$.

C. $\delta_x^2 \approx 170.75$.

D. $\delta_x^2 \approx 171$

Lời giải

Chọn A

$$\bar{x} = \frac{\left(\frac{151+156}{2}\right) \cdot 2 + \left(\frac{157+162}{2}\right) \cdot 3 + \left(\frac{163+168}{2}\right) \cdot 7 + \left(\frac{169+174}{2}\right) \cdot 16 + \left(\frac{175+180}{2}\right) \cdot 10 + \left(\frac{181+186}{2}\right) \cdot 2}{40} = 170.75$$

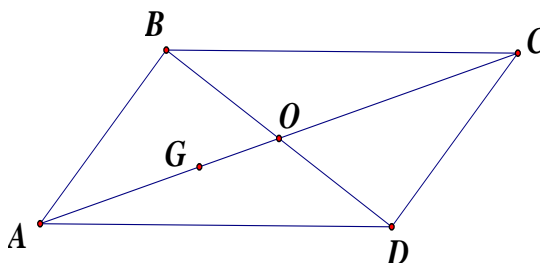
Phương sai $\delta_x^2 \approx 6.996$

Câu 28. Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O , gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Tìm mệnh đề **sai**:

A. $\vec{AB} + \vec{AD} = 2\vec{AO}$. **B.** $\vec{AB} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$. **C.** $\vec{AB} - \vec{AD} = 2\vec{OB}$. **D.** $\vec{BC} - \vec{BD} = \vec{BA}$.

Lời giải

Chọn D



Xét phương án A: Ta có $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC} = 2\vec{AO}$ đúng theo qui tắc hình bình hành, nên A đúng.

Xét phương án B: Ta có $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$, mà $\vec{AC} = 3\vec{AG}$ nên B đúng.

Xét phương án C: Ta có $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{DB} = 2\vec{OB}$ nên C đúng.

Xét phương án D: Ta có $\vec{BC} - \vec{BD} = \vec{DC} = \vec{AB}$ nên D sai.

Câu 29. Hãy chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. $\forall x \in \mathbb{R}, 2x > x^2$.

B. $\sqrt{2018}$ không là số hữu tỉ.

C. Số 2 là số nguyên tố nhỏ nhất.

D. Tồn tại hai số chính phương mà tích bằng 36.

Lời giải

Chọn A

$\forall x \in \mathbb{R}, 2x > x^2$ là mệnh đề sai vì với $x = -1$ thì $2(-1) > (-1)^2$ là mệnh đề sai.

Câu 30. Cho $A(0;3); B(4;0); C(-2;-5)$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. 16.

B. 9.

C. -10.

D. -9.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; -3); \overrightarrow{BC} = (-6; -5)$

Vậy $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 4 \cdot (-6) + (-3) \cdot (-5) = -9$.

Câu 31. Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $BC = 7$ cm, $AC = 9$ cm. Tính $\cos A$.

A. $\cos A = -\frac{2}{3}$.

B. $\cos A = \frac{1}{2}$.

C. $\cos A = \frac{1}{3}$.

D. $\cos A = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{4^2 + 9^2 - 7^2}{2 \cdot 4 \cdot 9} = \frac{2}{3}$.

Câu 32. Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Nếu $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ thì đẳng thức nào dưới đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{AC}$

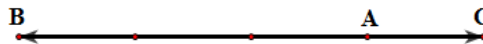
B. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Chọn D



Câu 33. Miền nghiệm của bất phương trình $4(x-1) + 5(y-3) > 2x-9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $(0;0)$.

B. $(1;1)$.

C. $(-1;1)$.

D. $(2;5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $4(x-1) + 5(y-3) > 2x-9 \Leftrightarrow 4x-4+5y-15 > 2x-9 \Leftrightarrow 2x+5y-10 > 0$.

Để thấy tại điểm $(2;5)$ ta có: $2 \cdot 2 + 5 \cdot 5 - 10 > 0$.

Câu 34. Cho biết $\sqrt[3]{3} = 1,44224957\dots$. Số gần đúng của $\sqrt[3]{3}$ với độ chính xác 0,0001 là

A. 1,4422

B. 1,4421

C. 1,442

D. 1,44.

Lời giải

Chọn A

Độ chính xác đến hàng chục nghìn nên số gần đúng của $\sqrt[3]{3}$ làm tròn đến hàng chục nghìn. Khi đó $\sqrt[3]{3} = 1,44224957\dots \approx 1,4422$

Câu 35. Cho hình bình hành $ABCD$, với $AB = 2$, $AD = 1$, $BAD = 60^\circ$. Tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng

A. -1.

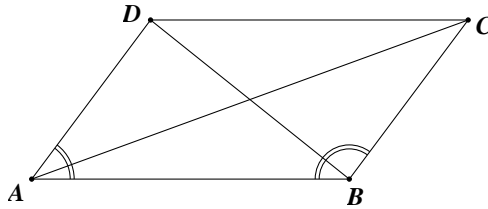
B. $\frac{1}{2}$

C. -1.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Theo giả thiết: $BAD = 60^\circ \Rightarrow ABC = 120^\circ$.

$$\overline{BA} \cdot \overline{BC} = |\overline{BA}| \cdot |\overline{BC}| \cdot \cos(\overline{BA}; \overline{BC}) = AB \cdot BC \cdot \cos ABC = 2 \cdot 1 \cdot \cos 120^\circ = -1.$$

Câu 36. Cho $\sin x + \cos x = m$. Tính theo m giá trị của $M = \sin x \cdot \cos x$.

- A. $m^2 - 1$. B. $\frac{m^2 - 1}{2}$. C. $\frac{m^2 + 1}{2}$. D. $m^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\sin x + \cos x = m \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = m^2 \Leftrightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x) + 2 \sin x \cdot \cos x = m^2$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2 \sin x \cdot \cos x = m^2 \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{m^2 - 1}{2}.$$

Vậy $M = \frac{m^2 - 1}{2}$.

Câu 37. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(1;3)$, $B(4;0)$, $C(2;-5)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn hệ thức

$$\overline{MA} + \overline{MB} - 3\overline{MC} = \vec{0}?$$

- A. $M(1;18)$. B. $M(-1;18)$. C. $M(1;-18)$. D. $M(-18;1)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi tọa độ $M(x; y)$.

$$\text{Suy ra } \overline{MA} = (1-x; 3-y), \overline{MB} = (4-x; -y), \overline{MC} = (2-x; -5-y).$$

$$\text{Ta có } \overline{MA} + \overline{MB} - 3\overline{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-x) + (4-x) - 3(2-x) = 0 \\ 3-y-y-3(-5-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -18 \end{cases}.$$

Câu 38. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\exists x \in \mathbb{R} : x > x^2$. B. $\forall x \in \mathbb{R}, |x| < 3 \Leftrightarrow x < 3$.
C. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ chia hết cho 3. D. $\exists a \in \mathbb{Q} : a^2 = 2$.

Lời giải

Chọn A

A. Với $x = \frac{1}{2}$ thì $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$.

B. Sai. Tồn tại $x = -4$ thì $-4 < 3 \Rightarrow |-4| < 3$ là mệnh đề sai.

C. Sai. Vì tồn tại $n = 2$ thì $n^2 + 1$ không chia hết cho 3.

D. Sai. Vì $a = \pm\sqrt{2}$ không là số hữu tỉ.

Câu 39. Hãy tìm các giá trị bất thường của mẫu số liệu thống kê sau 7;19;6;12;5;17;6;13.

- A. 5;6. B. 5;6;19. C. Không có. D. 5;19.

Lời giải

Chọn C

Sắp xếp lại mẫu số liệu theo thứ tự không giảm ta có: 5;6;6;7;12;13;17;19.

Vì cỡ mẫu là $n = 8$ là số chẵn nên giá trị tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = \frac{7+12}{2} = 9,5$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 5;6;6;7. Do đó $Q_1 = 6$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 12;13;17;19. Do đó $Q_3 = 15$.

Khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = 15 - 6 = 9$.

Ta có $[Q_1 - 1,5\Delta Q; Q_3 + 1,5\Delta Q] = [-7,5; 28,5]$.

Do đó mẫu số liệu thống kê đã cho không có giá trị bất thường.

Câu 40. Trong các tập hợp sau, tập hợp nào khác rỗng?

A. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x + 1 = 0\}$.

B. $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 2 = 0\}$.

C. $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^3 - 3)(x^2 + 1) = 0\}$.

D. $D = \{x \in \mathbb{Q} \mid x(x^2 + 3) = 0\}$.

Lời giải

Chọn D

$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x + 1 = 0\}$. Ta có $x^2 + x + 1 = 0$ (vn) $\Rightarrow A = \emptyset$.

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 2 = 0\}$. Ta có $x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2} \notin \mathbb{N} \Rightarrow B = \emptyset$

$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^3 - 3)(x^2 + 1) = 0\}$. Ta có $(x^3 - 3)(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{3} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow C = \emptyset$

$D = \{x \in \mathbb{Q} \mid x(x^2 + 3) = 0\}$. Ta có $x(x^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow D = \{0\}$.

Câu 41. Cho tam giác ABC đều cạnh a , H là trung điểm của BC . Tính $|\overline{CA} - \overline{HC}|$.

A. $|\overline{CA} - \overline{HC}| = \frac{a}{2}$.

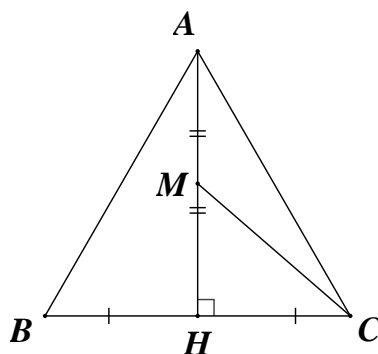
B. $|\overline{CA} - \overline{HC}| = \frac{3a}{2}$.

C. $|\overline{CA} - \overline{HC}| = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

D. $|\overline{CA} - \overline{HC}| = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của AH

$$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}; CH = \frac{a}{2} \Rightarrow CM = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{4}$$

$$\overline{CA} - \overline{HC} = \overline{CA} + \overline{CH} = 2\overline{CM} \Rightarrow |\overline{CA} - \overline{HC}| = |2\overline{CM}| = 2 \cdot \frac{a\sqrt{7}}{4} = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$

Câu 42. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 là

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

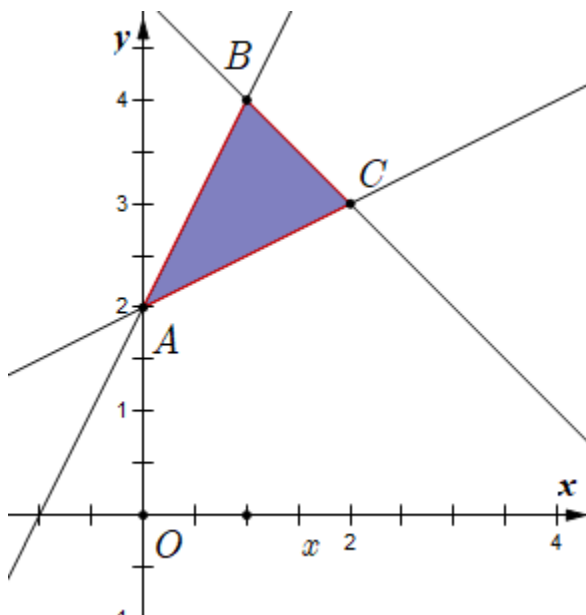
C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Miền nghiệm của hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 là miền trong của tam giác ABC kể cả biên (như hình)



Ta thấy $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C .

Tại $A(0; 2)$ thì $F = 2$.

Tại $B(1; 4)$ thì $F = 3$.

Tại $C(2; 3)$ thì $F = 1$.

Vậy $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

Câu 43. Cho $M(-1; -2), N(3; 2), P(4; -1)$. Tìm E trên Ox sao cho $|\overline{EM} + \overline{EN} + \overline{EP}|$ nhỏ nhất.

A. $E(4; 0)$.

B. $E(3; 0)$.

C. $E(1; 0)$.

D. $E(2; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Do $E \in Ox \Rightarrow E(a; 0)$.

Ta có: $\overline{EM} = (-1 - a; -2); \overline{EN} = (3 - a; 2); \overline{EP} = (4 - a; -1)$

Suy ra $\overline{EM} + \overline{EN} + \overline{EP} = (6 - 3a; -1)$.

Do đó: $|\overline{EM} + \overline{EN} + \overline{EP}| = \sqrt{(6 - 3a)^2 + (-1)^2} = \sqrt{(6 - 3a)^2 + 1} \geq 1$.

Giá trị nhỏ nhất của $|\overline{EM} + \overline{EN} + \overline{EP}|$ bằng 1.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $6-3a=0 \Leftrightarrow a=2$.

Vậy $E(2;0)$.

- Câu 44.** Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha - 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha - \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?
- A. $-\frac{25}{3}$. B. $-\frac{11}{13}$. C. $-\frac{11}{3}$. D. $-\frac{25}{13}$.

Lời giải

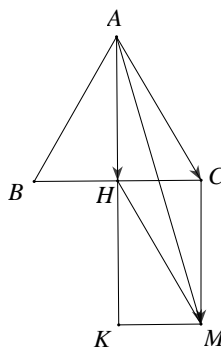
Chọn C

$$E = \frac{\cot \alpha - 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha - \tan \alpha} = \frac{1 - 3 \tan^2 \alpha}{2 - \tan^2 \alpha} = \frac{4 - 3(\tan^2 \alpha + 1)}{3 - (1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{4 - \frac{3}{\cos^2 \alpha}}{3 - \frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{4 \cos^2 \alpha - 3}{3 \cos^2 \alpha - 1} = -\frac{11}{3}.$$

- Câu 45.** Cho tam giác ABC đều cạnh a , có AH là đường trung tuyến. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}|$.
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $2a$. C. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Dựng $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AH} \Rightarrow AHMC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AM} \Rightarrow |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}| = AM$.

Gọi K đối xứng với A qua $BC \Rightarrow \Delta AKM$ vuông tại K .

$$AK = 2AH = a\sqrt{3}; \quad KM = CH = \frac{a}{2}.$$

$$AM = \sqrt{AK^2 + KM^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

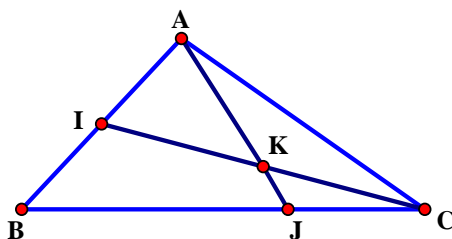
- Câu 46.** Cho tam giác ABC , điểm J thỏa mãn $\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{KJ}$, I là trung điểm của cạnh AB , điểm K thỏa mãn $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + 2\overrightarrow{KC} = \vec{0}$.

Một điểm M thay đổi nhưng luôn thỏa mãn $(3\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{AK}) \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}) = 0$.

Tập hợp điểm M là đường nào trong các đường sau.

- A. Đường tròn đường kính IJ . B. Đường tròn đường kính IK .
C. Đường tròn đường kính JK . D. Đường trung trực đoạn JK .

Lời giải



Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + 2\overrightarrow{KC} = 4\overrightarrow{MK}$.

Lấy điểm J thỏa mãn $\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{KJ}$. Ta có $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB}}{4} + \frac{\overrightarrow{AC}}{2}$, mà $\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{KJ}$ nên

$$\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KJ} = \overrightarrow{AK} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AK} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

$$\text{Lại có } \overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}.$$

Suy ra J là điểm cố định nằm trên đoạn thẳng BC xác định bởi hệ thức $\overrightarrow{BJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

Ta có $3\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{MK} + 3\overrightarrow{KJ} = 3\overrightarrow{MJ}$.

$$\text{Nhu vậy } (3\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{AK}) \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}) = 0 \Leftrightarrow (3\overrightarrow{MJ}) \cdot (4\overrightarrow{MK}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{MK} = 0.$$

Từ đó suy ra điểm M thuộc đường tròn đường kính JK .

Vì J, K là các điểm cố định nên điểm M luôn thuộc một đường tròn đường kính JK là đường tròn cố định.

Câu 47. Cho tam giác đều ABC , gọi D là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{BD}$. Gọi R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác ADC . Tính tỉ số $\frac{R}{r}$.

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{5+7\sqrt{7}}{9}$.

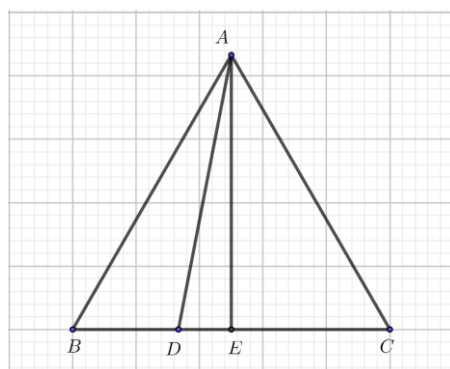
C. $\frac{7+5\sqrt{5}}{9}$.

D. $\frac{7+5\sqrt{7}}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{BD} \Leftrightarrow \overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DB}$. Do đó $DC = 2DB$.



Gọi S là diện tích của tam giác ACD và E là trung điểm của BC .

$$\text{Đặt } AB = a. \text{ Suy ra } \begin{cases} S = \frac{2}{3}S_{ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6} \\ AD = \sqrt{AE^2 + ED^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{3} \end{cases}$$

$$\text{Hơn nữa } \begin{cases} S = \frac{AD+DC+AC}{2} \cdot r = \frac{5+\sqrt{7}}{6} a \cdot r \\ S = \frac{AD \cdot DC \cdot AC}{4R} = \frac{a^3 \sqrt{7}}{18R} \end{cases} \Rightarrow S^2 = \frac{(5+\sqrt{7})ar \cdot a^3 \sqrt{7}}{6 \cdot 18R} = \frac{\sqrt{7}(5+\sqrt{7})a^4 r}{108R}.$$

$$\text{Hay } \frac{a^4}{12} = \frac{\sqrt{7}(5+\sqrt{7})a^4 r}{108R} \Leftrightarrow \frac{R}{r} = \frac{\sqrt{7}(5+\sqrt{7}) \cdot 12}{108} \Leftrightarrow \frac{R}{r} = \frac{\sqrt{7}(5+\sqrt{7})}{9} = \frac{7+5\sqrt{7}}{9}.$$

- Câu 48.** Cho các tập $A = [-1; 5]$, $B = \{x \in \mathbb{R} : |x| \leq 2\}$, $C = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 9 > 0\}$ và $D = [m; 2m+1]$. Tính tổng các giá trị của m sao cho $((A \cup B) \setminus C) \cap D$ là một đoạn có độ dài bằng 1.
- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

$$+) x \in \mathbb{R} : |x| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2. \text{ Suy ra } B = [-2; 2] \Rightarrow A \cup B = [-2; 5].$$

$$+) x \in \mathbb{R} : x^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 < 0 \\ x+3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > -3 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } C = (-\infty; -3) \cup (3; +\infty) \Rightarrow (A \cup B) \setminus C = [-2; 3].$$

+) Vì $(A \cup B) \setminus C$ là một đoạn có độ dài bằng 5 nên để $((A \cup B) \setminus C) \cap D$ là một đoạn có độ dài bằng 1 thì sẽ xảy ra các trường hợp sau:

$$\text{TH1: } -2 \leq m \leq 3 \leq 2m+1 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq m \leq 3 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 3.$$

$$\text{Khi đó: } ((A \cup B) \setminus C) \cap D = [m; 3].$$

Đoạn có độ dài bằng 1 khi và chỉ khi $3 - m = 1 \Leftrightarrow m = 2$ (Thoả mãn).

$$\text{TH2: } m \leq -2 \leq 2m+1 \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ -\frac{3}{2} \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

$$\text{TH3: } -2 \leq m \leq 2m+1 \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ -1 \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1.$$

$$\text{Khi đó: } ((A \cup B) \setminus C) \cap D = [m; 2m+1].$$

Đoạn có độ dài bằng 1 khi và chỉ khi $2m+1 - m = 1 \Leftrightarrow m = 0$ (Thoả mãn).

Vậy tổng các giá trị m thoả mãn bằng 2.

- Câu 49.** Lượng calo từ tinh bột khuyến nghị hàng ngày cho một người bình thường khoảng 480 đến 1200 calo. Để nạp đủ chất thì người ta cần nạp cả hai loại tinh bột hấp thu nhanh và tinh bột hấp thu chậm vào cơ thể. Biết rằng trong 100 g gạo (chứa tinh bột hấp thu nhanh) có khoảng 150 calo và 100 g yến mạch (chứa tinh bột hấp thu chậm) có khoảng 50 calo. Hôm nay bạn An đã ăn ít nhất là 200 g gạo. Hỏi bạn ấy cần ăn nhiều nhất bao nhiêu gam yến mạch để có thể nạp vào cơ thể lượng calo tối thiểu cần thiết.
- A.** 800 gam. **B.** 200 gam. **C.** 320 gam. **D.** 360 gam.

Lời giải

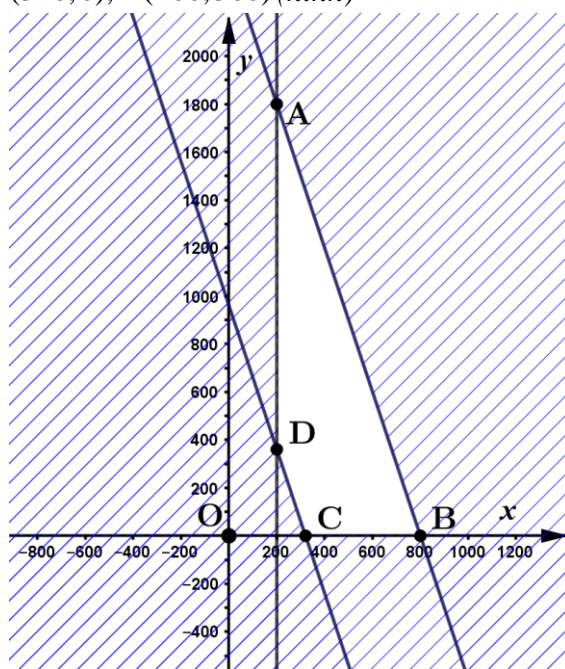
Chọn D

Gọi x, y lần lượt là số gam gạo và yến mạch bạn An cần nạp vào cơ thể để có lượng calo tối thiểu cần thiết.

$$\text{Ta có hệ bất phương trình: } \begin{cases} 1,5x + 0,5y \leq 1200 \\ 1,5x + 0,5y \geq 480 \\ x \geq 200 \\ y > 0 \end{cases} \quad (I)$$

Bài toán đưa về tìm x, y là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $T = 1,5x + 0,5y$ có giá trị nhỏ nhất.

Trước hết, ta xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình (I). Miền nghiệm của hệ bất phương trình (I) là miền tứ giác $ABCD$ (trừ cạnh BC) với $A(200; 1800), B(800; 0), C(320; 0), D(200; 360)$ (hình)



Tính giá trị biểu thức $T = 1,5x + 0,5y$ tại cặp số $(x; y)$ là tọa độ các đỉnh A, D của tứ giác $ABCD$ rồi so sánh các giá trị đó.

$$\text{Tại } A(200; 1800): T = 1,5 \cdot 200 + 0,5 \cdot 1800 = 1200;$$

$$\text{Tại } D(200; 360): T = 1,5 \cdot 200 + 0,5 \cdot 360 = 480;$$

Ta được $T = 1,5x + 0,5y$ đạt được giá trị nhỏ nhất khi tại D nên số lượng yến mạch nhiều nhất An cần ăn là 360 gam để có thể nạp vào cơ thể lượng calo tối thiểu cần thiết.

Câu 50. Tập hợp điểm M thỏa mãn hệ thức: $|3\overline{MA} + 2\overline{MB} - 2\overline{MC}| = |\overline{MB} - \overline{MC}|$ là:

A. Một đường tròn có bán kính là $\frac{AB}{2}$.

B. Một đường tròn có bán kính là $\frac{CB}{3}$.

C. Một điểm.

D. Một đường thẳng qua A và song song với BC .

Lời giải

Chọn B

Chọn điểm I sao cho: $3\overline{IA} + 2\overline{IB} - 2\overline{IC} = \vec{0}$.

$$\text{Ta có: } 3\overline{IA} + 2\overline{IB} - 2\overline{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overline{IA} + 2\overline{CB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{IA} = -\frac{2}{3}\overline{CB}.$$

$$\Rightarrow 3\overline{MA} + 2\overline{MB} - 2\overline{MC} = 3(\overline{MI} + \overline{IA}) + 2(\overline{MI} + \overline{IB}) - 2(\overline{MI} + \overline{IC}) = 3\overline{MI}$$

$$\Rightarrow |3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow 3MI = CB \Leftrightarrow MI = \frac{1}{3}CB.$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính $\frac{CB}{3}$.

----- *Hết* -----