ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 01

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2023
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Điểm biểu diễn hình học của số phức $z=2-3i$ là điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $M\left(-2;3\right)$. **B.** $Q\left(-2;-3\right)$. **C.** $N\left(2;-3\right)$. **D.** $P\left(2;3\right)$.

Câu 2. Trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $y'=\frac{1}{x}$. **B.** $y'=\frac{1}{x\ln 2}$. **C.** $y'=\frac{\ln 2}{x}$. **D.** $y'=-\frac{1}{x\ln 2}$.

Câu 3. Trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là

A. $y'=ex^{e-1}$. **B.** $y'=x^{e-1}$. **C.** $y'=\frac{1}{e}x^{e-1}$. **D.** $y'=ex^e$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32$ là

A. $-\infty;5$. **B.** $-\infty;-5$. **C.** $-5;+\infty$. **D.** $5;+\infty$.

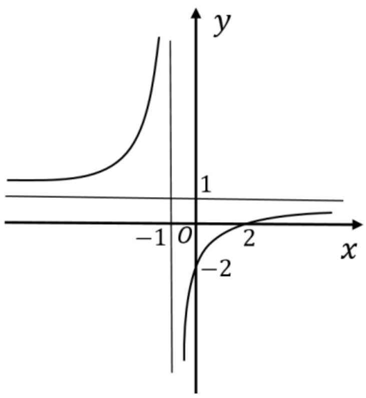
Câu 5. Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1=-3$ và công bội $q=\frac{2}{3}$. Giá trị của u_5 bằng

A. $u_5=\frac{-27}{16}$. **B.** $u_5=\frac{-16}{27}$. **C.** $u_5=\frac{16}{27}$. **D.** $u_5=\frac{27}{16}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):3x-5y+7z-4=0$ có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_4}=(3;5;7)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(-3;5;7)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(3;-5;7)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(3;-5;-4)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

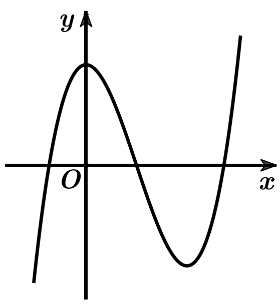


A. $\left(0;-2\right)$. **B.** $\left(2;0\right)$. **C.** $\left(-2;0\right)$. **D.** $\left(0;2\right)$.

Câu 8. Nếu $\int_1^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-2$ và $\int_1^4 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-6$ thì $\int_1^4\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -8. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 8.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$.

C. $y=\frac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=-x^3+3x+2$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1;-2;3)$; $R=2$. **B.** $I(1;2;-3)$; $R=2$. **C.** $I(1;2;-3)$; $R=4$. **D.** $I(-1;-2;3)$; $R=4$

.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oyz) và (Oxz) bằng

A. 30° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 90°

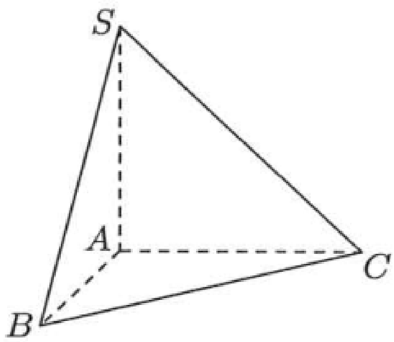
Câu 12. Cho số phức $z=-3+7i$, phần thực của số phức z^2 bằng

A. -40 **B.** **C.** 36 **D.** 85

Câu 13. Thể tích của khối lập phương cạnh a bằng

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $4a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=2, AC=3$; SA vuông góc với đáy và $SA=4$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 12. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 15. Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là một đường tròn. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d<R$. **B.** $d>R$. **C.** $d=R$. **D.** $d=0$.

Câu 16. Số phức $-3+7i$ có phần ảo bằng

A. 7 B. -7 C. -3 D. 3

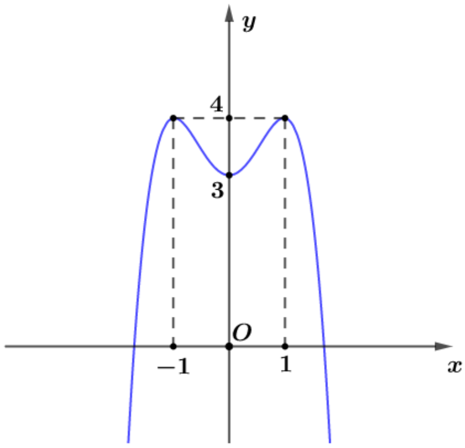
Câu 17. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dải đường sinh l. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $2\pi rl$. **B.** $\frac{2}{3}\pi rl^2$. **C.** πrl. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2 l$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{2}$?

A. $Q(-2;1;-2)$. **B.** $M(-2;-2;1)$ **C.** $P(1;1;2)$. **D.** $N(2;-1;2)$.

Câu 19. Hàm số $y=f(x)$ xác định liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên:



Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

A. $x=3$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{1+2x}$ là

A. $y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=2$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là

A. $(1;10)$. **B.** $(1;9)$. **C.** $(-\infty;9)$. **D.** $(-\infty;10)$.

Câu 22. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

A. 2^7. **B.** A_7^2. **C.** C_7^2. **D.** 7^2.

Câu 23. Cho $\int \dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=\dfrac{-1}{x}$. **B.** $F'(x)=\ln|x^2|$. **C.** $F'(x)=\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $F'(x)=-\dfrac{1}{x^2}$.

Câu 24. Nếu $I=\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $J=\int\limits_0^2\left[3f(x)-2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $J=6$. **B.** $J=2$. **C.** $J=8$. **D.** $J=4$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=\sin x+2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+x^2+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+x^2+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+\dfrac{x^2}{2}+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+x^2+C.$

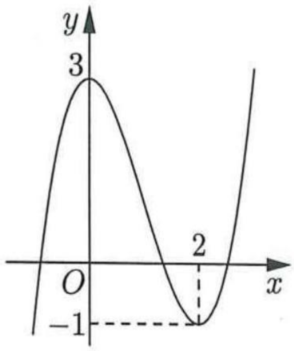
Câu 26. Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	-26	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $-\infty;-1$. **B.** $-1;4$. **C.** $-1;2$. **D.** $3;+\infty$.

Câu 27. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

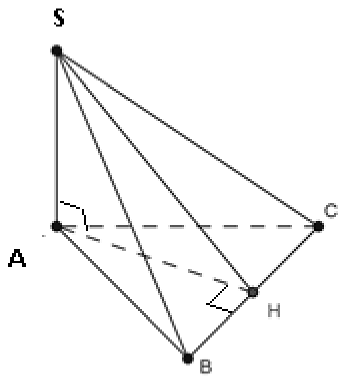
Câu 28. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(3a)+\ln(2a)$ bằng

A. $\ln a$. **B.** $\ln\frac{2}{3}$. **C.** $\ln(6a^2)$. **D.** $\ln\frac{3}{2}$.

Câu 29. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y=x^2+2, y=0, x=1, x=2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

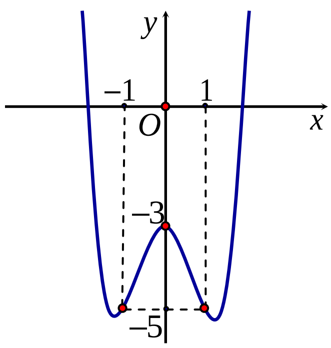
A. $V=\int_1^2\left(x^2+2\right)\mathrm{d}x$ **B.** $V=\pi\int_1^2\left(x^2+2\right)^2\mathrm{d}x$ **C.** $V=\int_1^2\left(x^2+2\right)^2\mathrm{d}x$ **D.** $V=\pi\int_1^2\left(x^2+2\right)\mathrm{d}x$

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác có đường cao $AH=SA$, SA vuông góc với đáy (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng



A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 31. Đồ thị sau đây là của hàm số $y=x^4-3x^2-3$. Giá trị của m thì phương trình $x^4-3x^2+m=0$ có ba nghiệm phân biệt là



A. $m=-3$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=0$. **D.** $m=4$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(3-x\right)^2\left(x-1\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;3\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\left(3;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;1\right)$.

Câu 33. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số 1;2;3;4;5;6;7;8;9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai thẻ và nhân hai số ghi trên hai thẻ lại với nhau. Xác suất để kết quả thu được là một số chẵn là

A. $\dfrac{5}{18}$ **B.** $\dfrac{13}{18}$ **C.** $\dfrac{1}{6}$ **D.** $\dfrac{8}{9}$

Câu 34. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0$ là

A. 9 **B.** -7 **C.** 1 **D.** 2

Câu 35. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|z-1+i\right|=2$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I\left(-1;1\right),R=4$. **B.** $I\left(-1;1\right),R=2$. **C.** $I\left(1;-1\right),R=2$. **D.** $I\left(1;-1\right),R=4$.

Câu 36. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(1;1;-2)$. Phương trình đường thẳng qua A và song song với BC là

A. $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2 \\ y=1-t \\ z=1+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 37. Trong không gian Oxyz, điểm M(3;4;−2) thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

A. $(R): x+y-7=0$. **B.** $(S): x+y+z+5=0$.

C. $(Q): x-1=0$. **D.** $(P): z-2=0$.

Câu 38. Cho hình chóp S.ABCD đáy hình vuông cạnh a, $SA\perp\left(ABCD\right)$; $SA=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $a\sqrt{3}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $2a\sqrt{3}$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_2\dfrac{x^2-4x+3}{625}<\log_5\dfrac{x^2-4x+3}{16}$?

A. 200. **B.** 198. **C.** 197. **D.** 199.

Câu 40. Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F\left(x\right),G\left(x\right)$ là hai nguyên hàm của $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F\left(4\right)+G\left(4\right)=5$ và $F\left(0\right)+G\left(0\right)=7$. Khi đó $I=\int\limits_0^1 f\left(4x\right)dx$ bằng

A. $I=\dfrac{1}{4}$. **B.** $I=\dfrac{-1}{4}$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=\dfrac{-1}{2}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-x^4+x^3+3x^2-mx$ có ba điểm cực trị?

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 42. Biết số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $\left|z-3-4i\right|=\sqrt{5}$ và biểu thức $M=\left|z+2\right|^2-\left|z-i\right|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Môđun của số phức $z+i$ là

A. $\left|z+i\right|=\sqrt{61}$ **B.** $\left|z+i\right|=3\sqrt{5}$ **C.** $\left|z+i\right|=5\sqrt{2}$ **D.** $\left|z+i\right|=\sqrt{41}$

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$, $BAC=120^\circ$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60°. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=\dfrac{3a^3}{8}$ **B.** $V=\dfrac{9a^3}{8}$ **C.** $V=\dfrac{a^3}{8}$ **D.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$ và

$\left(f'(x)\right)^2+4(6x^2-1)f(x)=40x^6-44x^4+32x^2-4, \forall x\in[0;1]$. Tích phân $\int\limits_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{23}{15}$. **B.** $-\dfrac{17}{15}$. **C.** $\dfrac{13}{15}$. **D.** $-\dfrac{7}{15}$.

Câu 45. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2mz+8m-12=0$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(1;2;-1)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{11\sqrt{2}}{6}$ **B.** $3\sqrt{2}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{11}}{18}$ **D.** $\dfrac{7\sqrt{2}}{6}$

Câu 47. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của y sao cho tương ứng với mỗi y luôn tồn tại không quá 63 số nguyên x thỏa mãn điều kiện $\log_{2020}\left(x+y^2\right)+\log_{2021}\left(y^2+y+64\right)\ge\log_4\left(x-y\right)$?

A. 301. **B.** 2. **C.** 602. **D.** 302.

Câu 48. Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 60°. Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) theo một thiết diện là tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 2. Thể tích khối nón (N) bằng

A. $V=3\sqrt{3}\pi$. **B.** $V=4\sqrt{3}\pi$. **C.** $V=3\pi$. **D.** $V=6\pi$.

Câu 49. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;2)$, $B(0;2;-2)$. Các điểm M, N lần lượt di động trên các đoạn thẳng OA, OB sao cho MN chia tam giác OAB thành hai phần có diện tích bằng nhau. Khi MN ngắn nhất thì toạ độ trọng tâm của tam giác OMN là

A. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{4};\dfrac{\sqrt{2}}{4};0\right)$. **B.** $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3};\dfrac{\sqrt{2}}{3};0\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3};0\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{4};0\right)$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|x^3-3x^2+mx+10\right|$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

---------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.A	4.B	5.B	6.C	7.A	8.B	9.A	10.B
11.D	12.A	13.B	14.D	15.A	16.A	17.C	18.A	19.B	20.B
21.B	22.C	23.C	24.B	25.D	26.C	27.B	28.C	29.B	30.D
31.C	32.D	33.B	34.A	35.C	36.A	37.A	38.B	39.B	40.B
41.B	42.A	43.A	44.C	45.B	46.A	47.C	48.C	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Điểm biểu diễn hình học của số phức $z=2-3i$ là điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $M\left(-2;3\right)$. **B.** $Q\left(-2;-3\right)$. **C.** $N\left(2;-3\right)$. **D.** $P\left(2;3\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm biểu diễn hình học của số phức $z=a+bi$ $\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ là $\left(a;b\right)$.

Với $z=2-3i$ ta có $a=2$ và $b=-3$. Do đó điểm biểu diễn tương ứng là $N\left(2;-3\right)$.

Câu 2. Trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{\ln 2}{x}$. **D.** $y'=-\dfrac{1}{x\ln 2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\left(\log_2 x\right)'=\dfrac{1}{x\ln 2}$.

Câu 3. Trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là

A. $y'=ex^{e-1}$. **B.** $y'=x^{e-1}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{e}x^{e-1}$. **D.** $y'=ex^e$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\left(x^e\right)'=ex^{e-1}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>32$ là

A. $-\infty;5$. **B.** $-\infty;-5$. **C.** $-5;+\infty$. **D.** $5;+\infty$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>32\Leftrightarrow\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-5}$. Vì cơ số $\dfrac{1}{2}$ nhỏ hơn 1 nên $x<-5$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $-\infty;-5$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=-3$ và công bội $q=\dfrac{2}{3}$. Giá trị của u_5 bằng

A. $u_5=\dfrac{-27}{16}$. **B.** $u_5=\dfrac{-16}{27}$. **C.** $u_5=\dfrac{16}{27}$. **D.** $u_5=\dfrac{27}{16}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $u_5=u_1.q^4=(-3)\left(\dfrac{2}{3}\right)^4=-\dfrac{16}{27}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):3x-5y+7z-4=0$ có một vectơ pháp tuyến là:

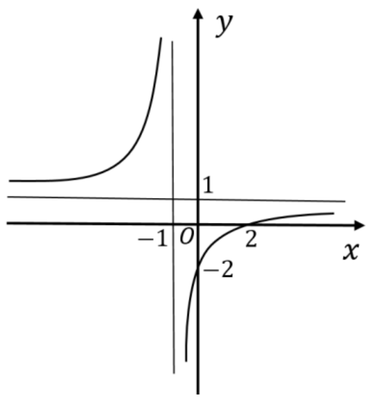
A. $\overrightarrow{n_4}=(3;5;7)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(-3;5;7)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(3;-5;7)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(3;-5;-4)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(3;-5;7)$

Câu 7. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;-2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;-2)$.

Câu 8. Nếu $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=-2$ và $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=-6$ thì $\int_1^4\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

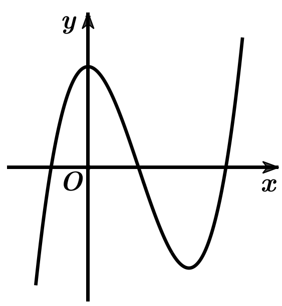
A. -8. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^4\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=(-2)-(-6)=4$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$.

C. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=-x^3+3x+2$.

Lời giải

Chọn A.

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3.

+ Vì nét cuối của đồ thị đi lên nên hệ số $a>0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y=x^3-3x^2+2$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1;-2;3)$; $R=2$. **B.** $I(1;2;-3)$; $R=2$. **C.** $I(1;2;-3)$; $R=4$. **D.** $I(-1;-2;3)$; $R=4$

.

Lời giải

Chọn B

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oyz) và (Oxz) bằng

A. 30° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 90°

Lời giải

Chọn D

Ta có vectơ pháp tuyến của (Oyz) và (Oxz) lần lượt là $\vec{j}$ và $.\vec{k}$

Vì $\vec{j}\perp\vec{k}$ nên góc giữa hai mặt phẳng (Oyz) và (Oxz) bằng 90°

Câu 12. Cho số phức $z=-3+7i$, phần thực của số phức z^2 bằng

A. -40 **B.** **C.** 36 **D.** 85

Lời giải

Chọn A

$z=-3+7i\Rightarrow z^2=(-3+7i)^2=-40-42i$.

Vậy phần thực của số phức z^2 bằng -40.

Câu 13. Thể tích của khối lập phương cạnh a bằng

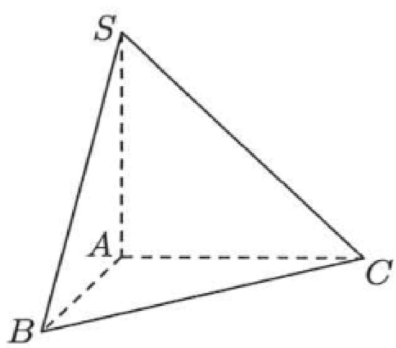
A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $4a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối lập phương cạnh a là $V=a^3$.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=2, AC=3$; SA vuông góc với đáy và $SA=4$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 12. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp đã cho $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB.AC.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.2.3.4=4$.

Câu 15. Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là một đường tròn. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d<R$. **B.** $d>R$. **C.** $d=R$. **D.** $d=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là một đường tròn khi và chỉ khi $d<R$

Câu 16. Số phức $-3+7i$ có phần ảo bằng

A. 7 B. -7 C. -3 D. 3

Lời giải

Chọn A

Câu 17. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $2\pi rl$. **B.** $\frac{2}{3}\pi rl^2$. **C.** πrl. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2 l$.

Lời giải

Chọn C

Hình nón có bán kính đáy bằng r. Vậy diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng πrl.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{2}$?

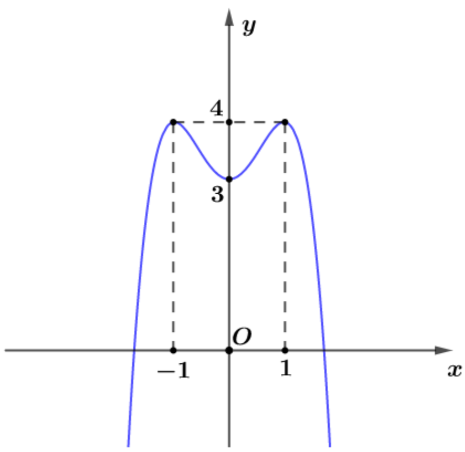
A. $Q(-2;1;-2)$. **B.** $M(-2;-2;1)$ **C.** $P(1;1;2)$. **D.** $N(2;-1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{2}$ đi qua điểm $(-2;1;-2)$.

Câu 19. Hàm số $y=f(x)$ xác định liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên:



Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

A. $x=3$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.

Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{1+2x}$ là

A. $y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\backslash\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$.

Ta có

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-x}{1+2x}=\dfrac{-1}{2}\Rightarrow y=-\dfrac{1}{2}$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là

A. $(1;10)$. **B.** $(1;9)$. **C.** $(-\infty;9)$. **D.** $(-\infty;10)$.

Lời giải

Chọn B

$\log_2(x-1)<3\Leftrightarrow\begin{cases}x-1>0\\x-1<2^3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x<9\end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(1;9)$.

Câu 22. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

A. 2^7. **B.** A_7^2. **C.** C_7^2. **D.** 7^2.

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 7 phần tử. Số cách chọn 2 học sinh của 7 học sinh là: C_7^2.

Câu 23. Cho $\int\dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=\dfrac{-1}{x}$. **B.** $F'(x)=\ln|x^2|$. **C.** $F'(x)=\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $F'(x)=-\dfrac{1}{x^2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left[F(x)\right]'=\left(\int\dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x\right)'=\dfrac{1}{x^2}$.

Câu 24. Nếu $I=\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $J=\int\limits_0^2\left[3f(x)-2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $J=6$. **B.** $J=2$. **C.** $J=8$. **D.** $J=4$.

Lời giải

Chọn B

$J=\int_0^2\left[3f(x)-2\right]dx=3\int_0^2 f(x)dx-\int_0^2 2dx=3.2-4=2$.]

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=\sin x+2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=cos\,x+x^2+C.$ **B.** $\int f(x)dx=\sin x+x^2+C.$

C. $\int f(x)dx=-cos\,x+\frac{x^2}{2}+C.$ **D.** $\int f(x)dx=-cos\,x+x^2+C.$

Lời giải

Chọn D

$\int f(x)dx=\int(\sin x+2x)dx=-cos\,x+x^2+C.$

Câu 26. Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	6	↘	-26	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

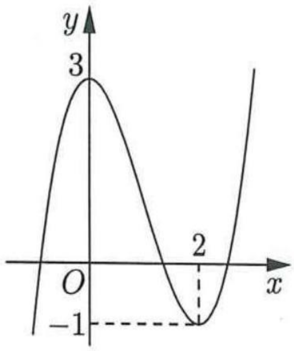
A. $-\infty;-1$. **B.** $-1;4$. **C.** $-1;2$. **D.** $3;+\infty$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $-1;3$ nên sẽ nghịch biến trên khoảng $-1;2$.

Câu 27. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có giá trị cực đại của hàm số là 3.

Câu 28. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(3a)+\ln(2a)$ bằng

A. $\ln a$. **B.** $\ln\frac{2}{3}$. **C.** $\ln(6a^2)$. **D.** $\ln\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\ln(3a)+\ln(2a)=\ln(6a^2)$

Câu 29. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y=x^2+2, y=0, x=1, x=2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

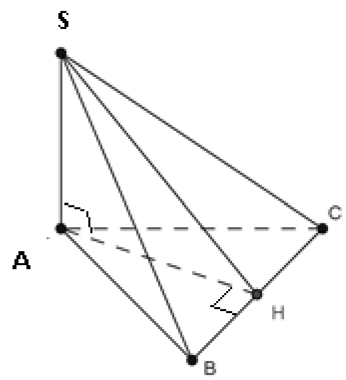
A. $V=\int_1^2 (x^2+2)\,dx$ **B.** $V=\pi\int_1^2 (x^2+2)^2\,dx$ **C.** $V=\int_1^2 (x^2+2)^2\,dx$ **D.** $V=\pi\int_1^2 (x^2+2)\,dx$

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là: $V=\pi\int_1^2 (x^2+2)^2\,dx$.

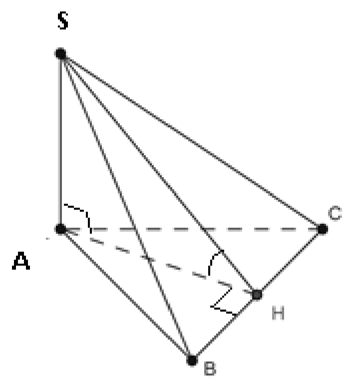
Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác có đường cao $AH=SA$, SA vuông góc với đáy (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng



A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn D



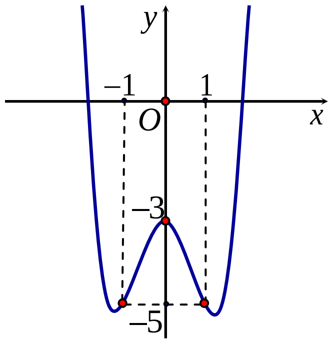
Ta có $BC\perp AH \Rightarrow SH\perp BC$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $\widehat{SHA}$.

Do tam giác SAH vuông cân tại $A \Rightarrow \widehat{SHA}=45°$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $45°$.

Câu 31. Đồ thị sau đây là của hàm số $y=x^4-3x^2-3$. Giá trị của m thì phương trình $x^4-3x^2+m=0$ có ba nghiệm phân biệt là



A. $m=-3$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=0$. **D.** $m=4$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $x^4-3x^2+m=0 \Leftrightarrow x^4-3x^2-3=-m-3$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình đã cho có ba nghiệm khi $-m-3=-3 \Leftrightarrow m=0$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(3-x)^2(x-1)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)<0 \Leftrightarrow (3-x)^2(x-1)<0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1<0 \\ (3-x)^2\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<1 \\ x\neq 3\end{cases} \Leftrightarrow x<1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 33. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số 1;2;3;4;5;6;7;8;9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai thẻ và nhân hai số ghi trên hai thẻ lại với nhau. Xác suất để kết quả thu được là một số chẵn là

A. $\frac{5}{18}$ **B.** $\frac{13}{18}$ **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{8}{9}$

Lời giải

Chọn B.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_9^2$

Gọi A là biến cố "rút ra hai thẻ có tích hai số ghi trên hai thẻ là số chẵn"

Khi đó hai thẻ đó hoặc cùng mang số chẵn, hoặc 1 thẻ mang số chẵn và 1 thẻ mang số lẻ.

Trong 9 thẻ đã cho có 4 thẻ mang số chẵn 2;4;6;8 và 5 thẻ mang số lẻ 1;3;5;7;9

Nên số cách rút ra 2 thẻ mang số chẵn là C_4^2

Số cách rút ra 1 thẻ mang số chẵn và 1 thẻ mang số lẻ là $C_4^1.C_5^1$

Số phần tử của biến cố A là $n(A)=C_4^2+C_4^1.C_5^1$

Xác suất cần tìm là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_4^2+C_4^1.C_5^1}{C_9^2}=\frac{13}{18}$

Câu 34. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0$ là

A. 9 **B.** -7 **C.** 1 **D.** 2

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $\log_3 x = t$ phương trình trở thành $t^2 - 2t - 7 = 0$

Ta có 1.(-7) = -7 < 0 nên phương trình luôn có hai nghiệm t_1, t_2 phân biệt thỏa mãn $\begin{cases} t_1 + t_2 = 2 \\ t_1 t_2 = -7 \end{cases}$

Do đó phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 3^{t_1}; x_2 = 3^{t_2}$

Khi đó $x_1.x_2 = 3^{t_1}.3^{t_2} = 3^{t_1+t_2} = 3^2 = 9$

Vậy tích các nghiệm của phương trình đã cho bằng 9 .

Câu 35. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 2$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1;1), R = 4$. **B.** $I(-1;1), R = 2$. **<u>C.</u>** $I(1;-1), R = 2$. **D.** $I(1;-1), R = 4$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = a + bi$, với $x, y \in \mathbb{R}$, ta có:

$|z - 1 + i| = 2 \Leftrightarrow |x + yi - 1 + i| = 2 \Leftrightarrow |(x-1) + (y+1)i| = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính $R = 2$.

Câu 36. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình đường thẳng qua A và song song với BC là

A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-2;1;1)$

Phương trình đường thẳng qua A và song song với BC là

$$\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}.$$

Câu 37. Trong không gian Oxyz, điểm M(3;4;−2) thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

<u>A.</u> $(R): x + y - 7 = 0$. **B.** $(S): x + y + z + 5 = 0$.

C. $(Q): x - 1 = 0$. **D.** $(P): z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Thay toạ độ điểm M vào lần lượt phương trình các mặt phẳng chỉ có đáp án A thoả mãn.

Câu 38. Cho hình chóp S.ABCD đáy hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$; $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

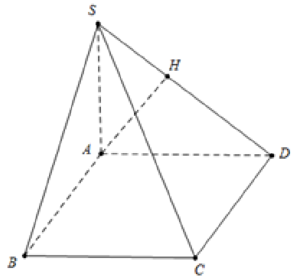
A. $a\sqrt{3}$ **<u>B.</u>** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $2a\sqrt{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Lời giải

Chọn B.

Do $AB//CD \Rightarrow d\left(B,(SCD)\right)=d\left(A,(SCD)\right)$

Dựng $AH\perp SD$, do $\begin{cases} CD\perp SA \\ CD\perp AD \end{cases} \Rightarrow CD\perp AH \Rightarrow AH\perp(SCD)$



Lại có: $AH=\dfrac{SA.AD}{\sqrt{SA^2+AD^2}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Do đó $d\left(B;(SCD)\right)=AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_2\dfrac{x^2-4x+3}{625}<\log_5\dfrac{x^2-4x+3}{16}$?

A. 200. **B.** 198. **C.** 197. **D.** 199.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

Ta có:

$\log_2\dfrac{x^2-4x+3}{625}<\log_5\dfrac{x^2-4x+3}{16}\Leftrightarrow \log_2 5.\log_5\dfrac{x^2-4x+3}{625}<\log_5\dfrac{x^2-4x+3}{16}$

$\Leftrightarrow \log_2 5.\left[\log_5\left(x^2-4x+3\right)-4\right]<\log_5\left(x^2-4x+3\right)-4\log_5 2$

$\Leftrightarrow \left(\log_2 5-1\right).\log_5\left(x^2-4x+3\right)<4\log_2 5-4\log_5 2$

$\Leftrightarrow \log_5\left(x^2-4x+3\right)<\dfrac{4\log_2 5-4\log_5 2}{\log_2 5-1}$

$\Leftrightarrow \log_2 5.\log_5\left(x^2-4x+3\right)<\dfrac{4\left(\log_2^2 5-1\right)}{\log_2 5-1}$

$\log_2\left(x^2-4x+3\right)<4\left(\log_2 5+1\right)$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x^2-4x+3\right)<\log_2 10^4$

$\Leftrightarrow x^2-4x-9997<0$

$\Leftrightarrow 2-\sqrt{10001}<x<2+\sqrt{10001}$

Kết hợp điều kiện ta có $x\in\{-98;-97;...;0;4;5...;101;102\}$. Vậy có 198 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4)+G(4)=5$ và $F(0)+G(0)=7$. Khi đó $I=\int_0^1 f(4x)dx$ bằng

A. $I=\dfrac{1}{4}$. **B.** $I=\dfrac{-1}{4}$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=\dfrac{-1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $G(x)=F(x)+C$

$\begin{cases} F(4)+G(4)=5 \\ F(0)+G(0)=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2F(4)+C=5 \\ 2F(0)+C=7 \end{cases} \Leftrightarrow F(4)-F(0)=-1.$

Vậy:

Xét $I=\int_0^1 f(4x)\,\mathrm{d}x$:

Đặt $t=4x \Rightarrow dt=4dx$.

$x=0 \Rightarrow t=0;\ x=1 \Rightarrow t=4$.

$\Rightarrow I=\int_0^1 f(4x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\int_0^4 f(t)\,\mathrm{d}t=\frac{1}{4}.(-1)=\frac{-1}{4}$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-x^4+x^3+3x^2-mx$ có ba điểm cực trị?

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=-4x^3+3x^2+6x-m$. Xét phương trình $y'=0 \Leftrightarrow -4x^3+3x^2+6x-m=0 \quad (1)$.

Để hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình (1) phải có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có: $(1) \Leftrightarrow m=-4x^3+3x^2+6x$.

Xét hàm số $g(x)=-4x^3+3x^2+6x$ có $g'(x)=-12x^2+6x+6$. Cho

$g'(x)=0 \Leftrightarrow -12x^2+6x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{7}{4}$	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi $-\frac{7}{4}<m<5$.

Do $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-1,0,1,2,3,4\}$.

Vậy có 6 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 42. Biết số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z-3-4i|=\sqrt{5}$ và biểu thức $M=|z+2|^2-|z-i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Môđun của số phức $z+i$ là

A. $|z+i|=\sqrt{61}$ **B.** $|z+i|=3\sqrt{5}$ **C.** $|z+i|=5\sqrt{2}$ **D.** $|z+i|=\sqrt{41}$

Lời giải

Chọn A

Gọi $z=x+yi,(x\in\mathbb{R},y\in\mathbb{R})$

Ta có:

$|z-3-4i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow(C):(x-3)^2+(y-4)^2=5$: tâm $I(3;4)$ và $R=\sqrt{5}$.

Mặt khác:

$M=|z+2|^2-|z-i|^2=(x+2)^2+y^2-\left[(x^2)+(y-1)^2\right]$

$=4x+2y+3\Leftrightarrow d:4x+2y+3-M=0$

Do số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện nên d và (C) có điểm chung

$\Leftrightarrow d(I;d)\le R\Leftrightarrow\dfrac{|23-M|}{2\sqrt{5}}\le\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow|23-M|\le 10\Leftrightarrow 13\le M\le 33$

$\Rightarrow M_{\max}=33\Leftrightarrow\begin{cases}4x+2y-30=0\\(x-3)^2+(y-4)^2=5\end{cases}$.

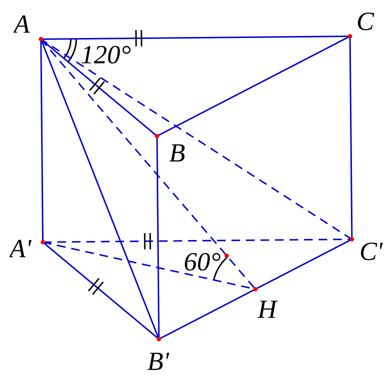
$\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\y=5\end{cases}\Rightarrow z+i=5+6i\Rightarrow|z+i|=\sqrt{61}$.

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$, $BAC=120°$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=\dfrac{3a^3}{8}$ **B.** $V=\dfrac{9a^3}{8}$ **C.** $V=\dfrac{a^3}{8}$ **D.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của $B'C'$, khi đó góc giữa mp $(AB'C')$ và đáy là góc $AHA'=60°$.

Ta có $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AC.AB.\sin 120°=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$B'C'=BC=\sqrt{AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos 120°}=\sqrt{a^2+a^2-2.a.a.\dfrac{-1}{2}}=a\sqrt{3}\Rightarrow A'H=\dfrac{2S_{\Delta ABC}}{B'C'}=\dfrac{a}{2}$

$\Rightarrow AA'=A'H.\tan 60°=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V=S_{\Delta ACB}.AA'=\dfrac{3a^3}{8}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$ và $\left(f'(x)\right)^2+4(6x^2-1)f(x)=40x^6-44x^4+32x^2-4, \forall x\in[0;1]$. Tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{23}{15}$. **B.** $-\frac{17}{15}$. **C.** $\frac{13}{15}$. **D.** $-\frac{7}{15}$.

Lời giải

Chọn C

Lấy tích phân hai vế của đẳng thức trên đoạn $[0;1]$ có

$$\int_0^1\left(f'(x)\right)^2dx+4\int_0^1(6x^2-1)f(x)dx=\int_0^1\left(40x^6-44x^4+32x^2-4\right)dx=\frac{376}{105}.$$

Theo công thức tích phân từng phần có

$$\int_0^1(6x^2-1)f(x)dx=\int_0^1 f(x)d(2x^3-x)=(2x^3-x)f(x)\Big|_0^1-\int_0^1(2x^3-x)f'(x)dx$$

$$=1-\int_0^1(2x^3-x)f'(x)dx.$$

Thay lại đẳng thức trên có

$$\int_0^1\left(f'(x)\right)^2dx+4\left(1-\int_0^1(2x^3-x)f'(x)dx\right)=\frac{376}{105}\Leftrightarrow\int_0^1\left(f'(x)\right)^2dx-4\int_0^1(2x^3-x)f'(x)dx+\frac{44}{105}=0$$

$$\Leftrightarrow\int_0^1\left(f'(x)-2(2x^3-x)\right)^2dx=0\Leftrightarrow f'(x)\equiv2(2x^3-x),\forall x\in[0;1]\Rightarrow f(x)=x^4-x^2+C.$$

Mặt khác $f(1)=1\Rightarrow C=1\Rightarrow f(x)=x^4-x^2+1\Rightarrow\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1(x^4-x^2+1)dx=\frac{13}{15}.$

Câu 45. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2mz+8m-12=0$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\Delta'=m^2-8m+12$

TH1: $\Delta'<0\Leftrightarrow m^2-8m+12<0\Leftrightarrow 2<m<6$

Phương trình có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 là hai số phức liên hợp có $|z_1|=|z_2|$ nên $2<m<6$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

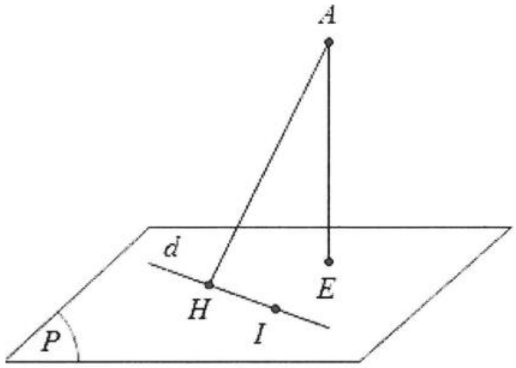
TH2: $\Delta'>0\Leftrightarrow m^2-8m+12>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>6\\m<2\end{array}\right.$. Khi đó phương trình có hai nghiệm thực phân phân biệt. Để $|z_1|=|z_2|$ thì uy ra: $z_1=-z_2\Leftrightarrow z_1+z_2=0\Leftrightarrow m=0$ (thỏa mãn)

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(1;2;-1)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{11\sqrt{2}}{6}$ **B.** $3\sqrt{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{11}}{18}$ **D.** $\frac{7\sqrt{2}}{6}$

Lời giải



Chọn A.

Đường thẳng d đi qua $I(1;0;2)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u}_d=(2;1;2)$

Gọi H và E lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên d và (P) ta có : $d(A;(P))=AE\le AH$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow (P)\perp AH$

Gọi $H(1+2t;t;2+2t)\Rightarrow \overrightarrow{AH}(2t-1;t-5;2t-1)$

Giải $\overrightarrow{AH}\vec{u}_d=4t-2+t-5+4t-2=0\Leftrightarrow t=1$

Khi đó $\overrightarrow{AH}=\vec{n}_{(P)}=(1;-4;1), I\in(P)$

Suy ra $(P):x-4y+z-3=0\Rightarrow d(M;(P))=\frac{11}{\sqrt{18}}=\frac{11\sqrt{2}}{6}$.

Câu 47. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của y sao cho tương ứng với mỗi y luôn tồn tại không quá 63 số nguyên x thỏa mãn điều kiện $\log_{2020}\left(x+y^2\right)+\log_{2021}\left(y^2+y+64\right)\ge\log_4\left(x-y\right)$?

A. 301. **B.** 2. **C.** 602. **D.** 302.

Lời giải

Chọn C

Đặt $f(x)=\log_{2020}\left(x+y^2\right)+\log_{2021}\left(y^2+y+64\right)-\log_4\left(x-y\right)$ (coi y là tham số).

Điều kiện xác định của $f(x)$ là: $\begin{cases}x+y^2>0\\x-y>0\end{cases}\Rightarrow x>y\ge -y^2$ (do x,y nguyên).

Do x,y nguyên nên ta xét $f(x)$ trên nửa khoảng $\left[y+1;+\infty\right)$. Ta có:

$$f'(x)=\frac{1}{\left(x+y^2\right)\ln 2020}-\frac{1}{\left(x-y\right)\ln 4}<0,\forall x\ge y+1.$$

Bảng biến thiên của $f(x)$:

x	$y+1$		$y+64$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$f(y+1)$	$\searrow$	$f(y+64)$

Yêu cầu bài toán trở thành:

$$f\left(y+64\right)<0\Leftrightarrow\log_{2020}\left(y^2+y+64\right)+\log_{2021}\left(y^2+y+64\right)<\log_4 64$$

$$\Leftrightarrow\log_{2021}\left(y^2+y+64\right)\left(\log_{2020}2021+1\right)<3$$

$$\Leftrightarrow y^2+y+64-2021^{\frac{3}{\log_{2020}2021+1}}<0\Rightarrow -301,76<y<300,76.$$

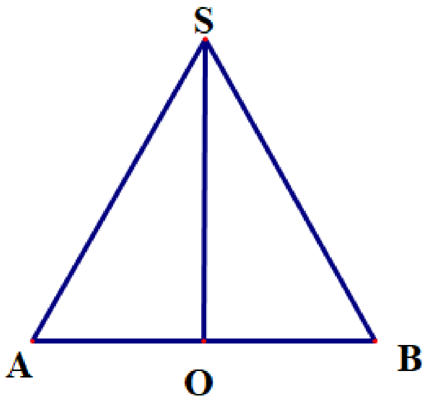
Vì $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{-301;-300;...;299;300\}$. Vậy có 602 giá trị nguyên của y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48. Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng $60°$. Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) theo một thiết diện là tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 2. Thể tích khối nón (N) bằng

A. $V = 3\sqrt{3}\pi$. **B.** $V = 4\sqrt{3}\pi$. **C.** $V = 3\pi$. **D.** $V = 6\pi$.

Lời giải

Chọn C



Tam giác SAB đều vì có $SA = SB$ và $ASB = 60°$.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB là: $r = \dfrac{2}{3}SO = 2 \Leftrightarrow SO = 3$.

Mà $SO = SA.\sin 60° \Rightarrow SA = \dfrac{SO}{\sin 60°} = \dfrac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}$.

Vậy bán kính đường tròn đáy của khối nón là: $R = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối nón là: $V = \dfrac{1}{3}\pi.\left(\sqrt{3}\right)^2.3 = 3\pi$.

Câu 49. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;2)$, $B(0;2;-2)$. Các điểm M, N lần lượt di động trên các đoạn thẳng OA, OB sao cho MN chia tam giác OAB thành hai phần có diện tích bằng nhau. Khi MN ngắn nhất thì toạ độ trọng tâm của tam giác OMN là

A. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{4};\dfrac{\sqrt{2}}{4};0\right)$. **B.** $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3};\dfrac{\sqrt{2}}{3};0\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3};0\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{4};0\right)$.

Lời giải

Chọn B

Có $\begin{cases} \overrightarrow{OM} = m\overrightarrow{OA} (0 \le m \le 1) \Rightarrow M(2m;0;2m) \\ \overrightarrow{ON} = n\overrightarrow{OB} (0 \le n \le 1) \Rightarrow N(0;2n;-2n) \end{cases}$.

Theo giả thiết có $\dfrac{S_{OMN}}{S_{OAB}} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{OM.ON}{OA.OB} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow mn = \dfrac{1}{2}$.

Khi đó $M(2m;0;2m), N\left(0;\dfrac{1}{m};-\dfrac{1}{m}\right)$ và

$$MN = \sqrt{4m^2 + \frac{1}{m^2} + \left(2m + \frac{1}{m}\right)^2} = \sqrt{8m^2 + \frac{2}{m^2} + 4} \ge \sqrt{2\sqrt{8m^2.\frac{2}{m^2}} + 4} = 2\sqrt{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} 0 \le m \le 1 \\ 8m^2 = \dfrac{2}{m^2} \end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow n = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \left|x^3 - 3x^2 + mx + 10\right|$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Xét $f(x) = x^3 - 3x^2 + mx + 10$

$f'(x) = 3x^2 - 6x + m$

Để $y = \left|f(x)\right|$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$

TH1: $\begin{cases} f'(x) \ge 0, \forall x \in (-1;1) \\ f(-1) \ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 6x - 3x^2, \forall x \in (-1;1) \\ 6 - m \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 3 \\ m \le 6 \end{cases} \Leftrightarrow m \in [3;6]$

TH2: $\begin{cases} f'(x) \le 0, \forall x \in (-1;1) \\ f(-1) \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \le 6x - 3x^2, \forall x \in (-1;1) \\ 6 - m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -9 \\ m \ge 6 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$

Kết hợp với điều kiện bài toán $m \in \{3;4;5;6\}$

Vậy có 4 giá trị thoả mãn.

----------------------HẾT----------------------