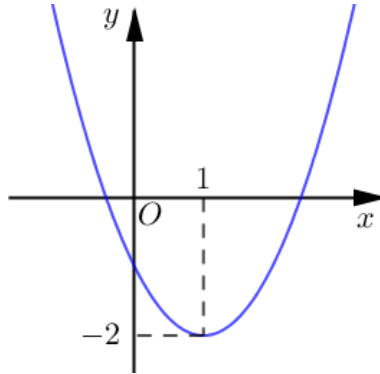


KIỂM TRA HỌC KỲ II – NĂM HỌC 2022 - 2023
MÔN TOÁN - KHỐI LỚP 10-KNTT

Thời gian làm bài :90 Phút; (Đề có 35 câu TN- 4 câu TL)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu - 7,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol trong hình sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; +\infty)$.
- B. $(1; +\infty)$.
- C. $(-\infty; 1)$.
- D. $(-\infty; 2)$.

Câu 2: Hàm số nào sau đây là hàm số bậc hai?

- A. $y = 4x + 3$.
- B. $y = 5x - 1$.
- C. $y = -3x^2$.
- D. $y = \frac{1}{2x^2 + 2x + 1}$.

Câu 3: Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

- A. $\begin{cases} a \geq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$.
- B. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$.
- C. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$.
- D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Câu 4: Phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{5\}$.
- B. $S = \{2; 5\}$.
- C. $S = \{2\}$.
- D. $S = \emptyset$.

Câu 5: Phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua $M(-2;3)$ và có VTCP $\vec{u} = (3; -4)$ là

- A. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -4 + t \end{cases}$.
- B. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 3 + 4t \end{cases}$.
- C. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$.
- D. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -4 + 3t \end{cases}$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy đường thẳng đi qua $A(-1;4)$ và song song trục Ox

- A. $x - 1 = 0$.
- B. $y + 4 = 0$.
- C. $x + 1 = 0$.
- D. $y - 4 = 0$.

Câu 7: Tính góc giữa hai đường thẳng $d_1 : 2x + 5y - 2 = 0$ và $d_2 : 3x - 7y + 3 = 0$.

- A. 30° .
- B. 135° .
- C. 45° .
- D. 60° .

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 - t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 1 \\ y = -11 - 2t \end{cases}$ Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng

- A. 60° .
- B. 45° .
- C. 90° .
- D. 30° .

Câu 9: Phương trình đường tròn có tâm $I(0;2)$ và bán kính $R=5$ là

- A. $x^2 + y^2 - 4y + 21 = 0$.
- B. $x^2 + y^2 + 4y - 21 = 0$.
- C. $x^2 + y^2 - 4y - 21 = 0$.
- D. $x^2 + y^2 - 4x - 21 = 0$.

- Câu 10:** Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$. Phương trình tiếp tuyến d của (C) tại điểm $A(3; -4)$ là
A. $d: x + y + 1 = 0$. **B.** $d: x - 2y - 11 = 0$. **C.** $d: x - y - 7 = 0$. **D.** $d: x - y + 7 = 0$.
- Câu 11:** Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của một elip?
A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{25} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = -1$. **C.** $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 0$.
- Câu 12:** Lớp 10A có 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh để tham gia vào đội thanh niên tình nguyện của trường biết rằng tất cả các bạn trong lớp đều có khả năng tham gia.
A. 40. **B.** 25. **C.** 15. **D.** 10.
- Câu 13:** Có bao nhiêu số tự nhiên có 2 chữ số mà cả hai chữ số đều là lẻ
A. 50. **B.** 25. **C.** 20. **D.** 10.
- Câu 14:** Số cách xếp 3 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 7 chỗ ngồi là
A. $4! \cdot 3$. **B.** $7!$. **C.** $4! \cdot 3!$. **D.** $4!$.
- Câu 15:** Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc **C.** Số cách chọn là
A. 10^3 . **B.** 30. **C.** C_{10}^3 . **D.** A_{10}^3 .
- Câu 16:** Tính số cách rút ra đồng thời hai con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con.
A. 1326. **B.** 104. **C.** 26. **D.** 2652
- Câu 17:** Trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(1+3x)^4$, số hạng thứ 2 theo số mũ tăng dần của x là
A. $108x$. **B.** $54x^2$. **C.** 1. **D.** $12x$.
- Câu 18:** Xếp 7 học sinh A, B, C, D, E, F, G vào một chiếc bàn dài có đúng 7 ghế. Tính xác suất để học sinh D không ngồi đầu bàn.
A. $\frac{4}{7}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{3}{7}$. **D.** $\frac{5}{7}$.
- Câu 19:** Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên nhỏ hơn 15. Tính xác suất để chọn được số chẵn
A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{4}{7}$.
- Câu 20:** Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng
A. $\frac{24}{455}$. **B.** $\frac{4}{165}$. **C.** $\frac{4}{455}$. **D.** $\frac{24}{165}$.
- Câu 21:** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-1}{x-1} & \text{khi } x > 4 \\ 3-x & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$. Tính $f(5) + f(-5)$.
A. $-\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{15}{2}$. **C.** $\frac{17}{2}$. **D.** $-\frac{3}{2}$.
- Câu 22:** Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$) có hoành độ đỉnh bằng 1 và đi qua hai điểm $M(0; -1), N(1; -3)$. Khi đó parabol (P) là đồ thị của hàm số nào?
A. $y = 2x^2 - 4x - 1$. **B.** $y = x^2 - 4x - 1$. **C.** $y = 2x^2 - 4x + 1$. **D.** $y = -2x^2 - 4x - 1$.
- Câu 23:** Cho biểu thức $f(x) = mx^2 - 2mx + m + 1$ (m là tham số). Tìm các giá trị thực của tham số m để $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
A. $m > 0$. **B.** $m \geq 0$. **C.** $m < 0$. **D.** $m \leq 0$.

- Câu 24:** Nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 7x + 10} = x - 4$ thuộc tập nào dưới đây?
A. $(4; 5]$. **B.** $[5; 6)$. **C.** $(5; 6)$. **D.** $[5; 6]$.
- Câu 25:** Cho 2 điểm $A(1; 2), B(3; 4)$. Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB .
A. $x + y + 5 = 0$. **B.** $x - y - 5 = 0$. **C.** $2x + 2y - 5 = 0$. **D.** $x + y - 5 = 0$.
- Câu 26:** Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $d_1: 3x - 4y - 3 = 0$ và $d_2: 3x - 4y - 8 = 0$ là
A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.
- Câu 27:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$ phương trình tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 9 = 0$ là
A. $4x - 3y + 30 = 0$ và $4x - 3y - 20 = 0$. **B.** $4x - 3y + 20 = 0$ và $4x - 3y - 30 = 0$.
C. $4x - 3y - 30 = 0$ và $4x - 3y - 20 = 0$. **B.** $4x - 3y + 20 = 0$ và $4x - 3y + 30 = 0$.
- Câu 28:** Cho tam giác ABC có $A(1; -1), B(3; 2), C(5; -5)$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là
A. $\left(\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$. **B.** $\left(\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$. **C.** $\left(-\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$. **D.** $\left(-\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$.
- Câu 29:** Cho của hypebol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5} = 1$. Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng bao nhiêu?
A. 8. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 5.
- Câu 30:** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau và chia hết cho 5?
A. 952. **B.** 1800. **C.** 1008. **D.** 1620.
- Câu 31:** Có 5 nhà toán học nam, 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lý nam. Lập một đoàn công tác có 3 người cần có cả nam và nữ, trong đó có cả nhà toán học và nhà vật lý. Hỏi có bao nhiêu cách lập?
A. 60. **B.** 90. **C.** 20. **D.** 12.
- Câu 32:** Cho tứ giác $ABCD$. Trên mỗi cạnh AB, BC, CD, DA lấy 7 điểm phân biệt và không có điểm nào trùng với 4 đỉnh A, B, C, D . Hỏi từ 32 điểm đã cho lập được bao nhiêu tam giác?
A. 4960. **B.** 4624. **C.** 7140. **D.** 6804.
- Câu 33:** Trong một lớp học gồm có 18 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là:
A. $\frac{68}{75}$. **B.** $\frac{65}{71}$. **C.** $\frac{443}{506}$. **D.** $\frac{69}{77}$.
- Câu 34:** Chọn ngẫu nhiên hai số phân biệt từ 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để tích hai số được chọn là một số chẵn bằng
A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{4}{15}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{11}{15}$.
- Câu 35:** Từ một tổ gồm 10 nam và 8 nữ chọn ra một đoàn đại biểu gồm 6 người để tham dự hội nghị. Xác suất để đoàn đại biểu được chọn có đúng 2 nữ bằng
A. $\frac{151}{221}$. **B.** $\frac{35}{221}$. **C.** $\frac{70}{221}$. **D.** $\frac{29}{221}$.

II. TỰ LUẬN (04 câu – 3,0 điểm)

- Câu 36:** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A , đồng thời có đúng 2 chữ số lẻ và 2 chữ số lẻ đó đứng cạnh nhau.

Câu 37: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(2;1)$ và đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=4$. Viết phương trình đường thẳng (d) qua điểm M và cắt (C) tại hai điểm phân biệt $A;B$ sao cho độ dài AB ngắn nhất.

Câu 38: Xếp 5 quyển sách Toán và 5 quyển sách Văn khác nhau lên một kệ dài. Tính xác suất để 2 quyển sách cùng một môn nằm cạnh nhau.

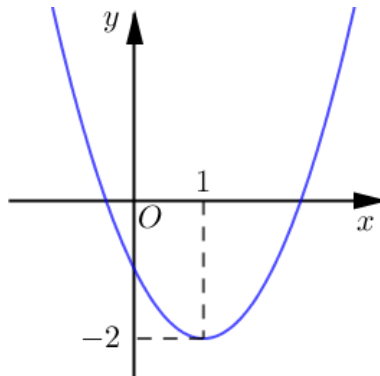
Câu 39: Vệ tinh nhân tạo đầu tiên được Liên Xô phóng từ Trái Đất năm 1957. Quỹ đạo của vệ tinh đó là một đường elip nhận tâm Trái Đất là một tiêu điểm có phương trình quỹ đạo là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > 0, b > 0, c^2 = a^2 - b^2$. Người ta đo được vệ tinh cách bề mặt Trái Đất gần nhất là 583 dặm và xa nhất là 1342 dặm. Tìm tỷ số $\frac{c}{a}$, biết bán kính của Trái Đất xấp xỉ 4000 dặm.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu - 7,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol trong hình sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-2; +\infty)$.
- B.** $(1; +\infty)$.
- C.** $(-\infty; 1)$.
- D.** $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 2: Hàm số nào sau đây là hàm số bậc hai?

- A.** $y = 4x + 3$.
- B.** $y = 5x - 1$.
- C.** $y = -3x^2$.
- D.** $y = \frac{1}{2x^2 + 2x + 1}$.

Lời giải

Ta có hàm số bậc hai có dạng $y = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0$

Do đó $y = -3x^2$ là hàm số bậc hai.

Câu 3: Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

- A.** $\begin{cases} a \geq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$.
- B.** $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$.
- C.** $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$.
- D.** $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Lời giải

Áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có: $f(x) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

- Câu 4:** Phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$ có tập nghiệm là
A. $S = \{5\}$. **B.** $S = \{2; 5\}$. **C.** $S = \{2\}$. **D.** $S = \emptyset$.

Lời giải

Ta có: $\sqrt{x-1} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-1 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x=2 \Leftrightarrow x=5 \\ x=5 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{5\}$.

- Câu 5:** Phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua $M(-2;3)$ và có VTCP $\vec{u} = (3;-4)$ là

- A.** $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -4 + t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 3 + 4t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -4 + 3t \end{cases}$.

Lời giải

đường thẳng (d) đi qua $M(-2;3)$ và có VTCP $\vec{u} = (3;-4) \Rightarrow \vec{u}' = (-3;4)$ có phương trình

$$\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 3 + 4t \end{cases}$$

- Câu 6:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy đường thẳng đi qua $A(-1;4)$ và song song trục Ox
A. $x-1=0$. **B.** $y+4=0$. **C.** $x+1=0$. **D.** $y-4=0$.

Lời giải

Vì đường thẳng đi qua $A(-1;4)$ và song song trục Ox nên có véc tơ pháp tuyến $\vec{j}(0;1)$ nên có phương trình $y-4=0$.

- Câu 7:** Tính góc giữa hai đường thẳng $d_1 : 2x + 5y - 2 = 0$ và $d_2 : 3x - 7y + 3 = 0$.
A. 30° . **B.** 135° . **C.** 45° . **D.** 60° .

Lời giải

Đường thẳng $d_1 : 2x + 5y - 2 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2;5)$.

Đường thẳng $d_2 : 3x - 7y + 3 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (3;-7)$.

Góc giữa hai đường thẳng được tính bằng công thức

$$\cos(d_1, d_2) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|2 \cdot 3 + 5 \cdot (-7)|}{\sqrt{2^2 + 5^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-7)^2}} = \frac{29}{29\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow (d_1; d_2) = 45^\circ$$

Vậy góc tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 bằng 45° .

- Câu 8:** Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 - t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 1 \\ y = -11 - 2t \end{cases}$ Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng

- A.** 60° . **B.** 45° . **C.** 90° . **D.** 30° .

Lời giải

Ta có đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (-1; -1)$, $\vec{u}_2 = (0; -2)$.

Gọi φ là góc giữa d_1 và d_2 .

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|-1 \cdot 0 + 2|}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 45^\circ.$$

Câu 9: Phương trình đường tròn có tâm $I(0; 2)$ và bán kính $R = 5$ là

A. $x^2 + y^2 - 4y + 21 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + 4y - 21 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 4y - 21 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 - 4x - 21 = 0$.

Lời giải

Phương trình đường tròn có tâm $I(0; 2)$ và bán kính $R = 5$ là:

$$x^2 + (y - 2)^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4y - 21 = 0.$$

Câu 10: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$. Phương trình tiếp tuyến d của (C) tại điểm $A(3; -4)$ là

A. $d: x + y + 1 = 0$. **B.** $d: x - 2y - 11 = 0$. **C.** $d: x - y - 7 = 0$. **D.** $d: x - y + 7 = 0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$.

Tiếp tuyến tại A có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = \overrightarrow{IA} = (2; -2)$

Phương trình tiếp tuyến của đường tròn tại A là: $2(x - 3) - 2(y + 4) = 0 \Leftrightarrow x - y - 7 = 0$.

Câu 11: Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của một elip?

A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{25} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = -1$. **C.** $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 0$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của một elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a^2 > b^2 > 0$.

Câu 12: Lớp 10A có 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh để tham gia vào đội thanh niên tình nguyện của trường biết rằng tất cả các bạn trong lớp đều có khả năng tham gia.

A. 40. **B.** 25. **C.** 15. **D.** 10.

Lời giải

Số cách chọn được 1 học sinh nam: có 25.

Số cách chọn được 1 học sinh nữ: có 15.

Vậy để chọn một học sinh trong lớp 10A tham gia vào đội thanh niên tình nguyện của trường có: $25 + 15 = 40$.

Câu 13: Có bao nhiêu số tự nhiên có 2 chữ số mà cả hai chữ số đều là lẻ

A. 50. **B.** 25. **C.** 20. **D.** 10.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều lẻ là \overline{ab} .

Số cách chọn số a là 5 cách.

Số cách chọn số b là 5 cách.

Vậy có $5 \cdot 5 = 25$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 14: Số cách xếp 3 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 7 chỗ ngồi là

A. $4! \cdot 3!$. **B.** $7!$. **C.** $4! \cdot 3!$. **D.** $4!$.

Lời giải

Xếp 3 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 7 chỗ ngồi có 7! cách.

- Câu 15:** Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc **C**. Số cách chọn là
- A.** 10^3 . **B.** 30. **C.** C_{10}^3 . **D.** A_{10}^3 .

Lời giải

Số cách chọn 3 em học sinh là số cách chọn 3 phần tử khác nhau trong 10 phần tử có phân biệt có thứ tự nên số cách chọn thỏa yêu cầu là A_{10}^3 .

- Câu 16:** Tính số cách rút ra đồng thời hai con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con.
- A.** 1326. **B.** 104. **C.** 26. **D.** 2652

Lời giải

Số cách rút ra đồng thời hai con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con: $C_{52}^2 = 1326$.

- Câu 17:** Trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(1+3x)^4$, số hạng thứ 2 theo số mũ tăng dần của x là
- A.** $108x$. **B.** $54x^2$. **C.** 1. **D.** $12x$.

Lời giải

Ta có $(1+3x)^4 = \sum_{k=0}^4 C_4^k (3x)^k = \sum_{k=0}^4 C_4^k 3^k x^k$.

Do đó số hạng thứ 2 theo số mũ tăng dần của x ứng với $k=1$, tức là $C_4^1 3^1 x = 12x$.

- Câu 18:** Xếp 7 học sinh A, B, C, D, E, F, G vào một chiếc bàn dài có đúng 7 ghế. Tính xác suất để học sinh D không ngồi đầu bàn.
- A.** $\frac{4}{7}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{3}{7}$. **D.** $\frac{5}{7}$.

Lời giải

+ Xét phép thử: “Xếp 7 học sinh vào 7 ghế”, ta có $n(\Omega) = 7! = 5040$.

+ Gọi K là biến cố: “Xếp D không ngồi đầu bàn”.

+ Ta tìm $n(K)$:

Xếp D vào bàn sao cho D không ngồi đầu bàn, có 5 cách xếp.

Xếp 6 học sinh còn lại vào 6 ghế còn lại, có $6! = 720$ cách xếp.

Vậy số cách xếp sao cho D không ngồi đầu bàn là $n(K) = 5 \cdot 720 = 3600$ cách.

+ Xác suất cần tìm là $p(K) = \frac{n(K)}{n(\Omega)} = \frac{3600}{5040} = \frac{5}{7}$.

- Câu 19:** Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên nhỏ hơn 15. Tính xác suất để chọn được số chẵn
- A.** $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{4}{7}$.

Lời giải

Ta có tập các số tự nhiên nhỏ hơn 15 là $S = \{0; 1; 2; 3; \dots; 14\}$ nên có 7 số lẻ và 8 số chẵn.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 15$.

Gọi A là biến cố: “Chọn được số chẵn” thì $n(A) = 8 \Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{15}$.

- Câu 20:** Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

- A. $\frac{24}{455}$. B. $\frac{4}{165}$. C. $\frac{4}{455}$. D. $\frac{24}{165}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_{15}^3$.

Gọi A là biến cố “lấy được 3 quả cầu màu xanh” suy ra $n(A) = C_4^3$

Vậy xác suất để lấy ra được 3 quả cầu màu xanh là $P(A) = \frac{C_4^3}{C_{15}^3} = \frac{4}{455}$

Câu 21: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+4}-1 & \text{khi } x > 4 \\ x-1 & \\ 3-x & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$. Tính $f(5) + f(-5)$.

- A. $-\frac{5}{2}$. B. $\frac{15}{2}$. C. $\frac{17}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$f(5) + f(-5) = \frac{\sqrt{5+4}-1}{5-1} + 3 + 5 = \frac{1}{2} + 8 = \frac{17}{2}.$$

Vậy $P = f(1) + f(-1) = 1 + 2 = 3$.

Câu 22: Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$) có hoành độ đỉnh bằng 1 và đi qua hai điểm $M(0; -1)$, $N(1; -3)$. Khi đó parabol (P) là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = 2x^2 - 4x - 1$. B. $y = x^2 - 4x - 1$. C. $y = 2x^2 - 4x + 1$. D. $y = -2x^2 - 4x - 1$.

Lời giải

+) Hoành độ của đỉnh Parabol bằng 1 $\Rightarrow -\frac{b}{2a} = 1 \Leftrightarrow b = -2a$.

+) Đồ thị hàm số đi qua các điểm (0; -1) và (1; -3). Như vậy ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} b = -2a \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = -1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ c = -1 \\ a + b + c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -1 \\ b = -2a \\ a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = -1 \end{cases}$$

Vậy parabol (P) là đồ thị của hàm số $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Câu 23: Cho biểu thức $f(x) = mx^2 - 2mx + m + 1$ (m là tham số). Tìm các giá trị thực của tham số m để $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $m > 0$. B. $m \geq 0$. C. $m < 0$. D. $m \leq 0$.

Lời giải

$m = 0: f(x) = 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$m \neq 0: f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' = m^2 - m(m+1) < 0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow m > 0$.

Kết luận: $m \geq 0$.

Câu 24: Nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 7x + 10} = x - 4$ thuộc tập nào dưới đây?

- A. (4; 5]. B. [5; 6). C. (5; 6). D. [5; 6].

Lời giải

Ta có: $\sqrt{x^2 - 7x + 10} = x - 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 \geq 0 \\ x^2 - 7x + 10 = (x - 4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x^2 - 7x + 10 = x^2 - 8x + 16 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6$. Vậy phương trình có 1 nghiệm thuộc tập $[5; 6]$.

Câu 25: Cho 2 điểm $A(1; 2), B(3; 4)$. Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB .

- A.** $x + y + 5 = 0$. **B.** $x - y - 5 = 0$. **C.** $2x + 2y - 5 = 0$. **D.** $x + y - 5 = 0$.

Lời giải

+ Giả sử Δ là đường trung trực của $AB \Rightarrow \Delta \perp AB$ tại trung điểm M của AB .

+ Tọa độ trung điểm M của AB là: $\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow M(2; 3)$.

+ Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2) = 2(1; 1) \Rightarrow \overrightarrow{n_\Delta} = (1; 1)$

Suy ra phương trình tổng quát đường trung trực Δ của đoạn thẳng AB là: $x + y - 5 = 0$.

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $d_1: 3x - 4y - 3 = 0$ và $d_2: 3x - 4y - 8 = 0$ là

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Lấy $A(0; -2) \in d_2$.

Do $d_1 \parallel d_2$ nên $d(d_1, d_2) = d(A, d_1) = \frac{|-3 \cdot 0 - 4 \cdot (-2) - 3|}{\sqrt{-3^2 + (-4)^2}} = 1$

Câu 27: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$ phương trình tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 9 = 0$ là

- A.** $4x - 3y + 30 = 0$ và $4x - 3y - 20 = 0$. **B.** $4x - 3y + 20 = 0$ và $4x - 3y - 30 = 0$.
C. $4x - 3y - 30 = 0$ và $4x - 3y - 20 = 0$. **B.** $4x - 3y + 20 = 0$ và $4x - 3y + 30 = 0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(2; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{2^2 + 1^2 + 20} = 5$.

Đường thẳng d vuông góc với $\Delta: 3x + 4y + 9 = 0 \Rightarrow d: 4x - 3y + m = 0$.

d là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow d(I, d) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 2 - 3 \cdot 1 + m|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 5$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 5 = 25 \\ m - 5 = -25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 30 \\ m = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d: 4x - 3y + 30 = 0 \\ d: 4x - 3y - 20 = 0 \end{cases}$

Câu 28: Cho tam giác ABC có $A(1; -1), B(3; 2), C(5; -5)$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

- A.** $(\frac{47}{10}; -\frac{13}{10})$. **B.** $(\frac{47}{10}; \frac{13}{10})$. **C.** $(-\frac{47}{10}; -\frac{13}{10})$. **D.** $(-\frac{47}{10}; \frac{13}{10})$.

Lời giải

Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$3.C_4^2 = 18$ cách

+ Số cách chọn đội công tác gồm 2 nhà toán học nữ, 1 nhà vật lý nam có

$C_3^2.C_4^1 = 12$ cách

Vậy số cách lập là $60 + 18 + 12 = 90$ cách.

Câu 32: Cho tứ giác $ABCD$. Trên mỗi cạnh AB, BC, CD, DA lấy 7 điểm phân biệt và không có điểm nào trùng với 4 đỉnh A, B, C, D . Hỏi từ 32 điểm đã cho lập được bao nhiêu tam giác?

- A. 4960. B. 4624. C. 7140. D. 6804.

Lời giải

Số tam giác lập được là số cách chọn 3 điểm trong 32 điểm đã cho sao cho không có 3 điểm nào thẳng hàng.

Số cách chọn 3 điểm như trên là $C_{32}^3 - 4C_9^3 = 4624$

Số tam giác lập được thỏa mãn đề bài là 4624.

Câu 33: Trong một lớp học gồm có 18 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là:

- A. $\frac{68}{75}$. B. $\frac{65}{71}$. C. $\frac{443}{506}$. D. $\frac{69}{77}$.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = C_{35}^4 = 52360$.

Số cách gọi 4 học sinh lên bảng giải bài tập mà cả 4 bạn đều là nữ là: C_{17}^4

Số cách gọi 4 học sinh lên bảng giải bài tập mà cả 4 bạn đều là nam là: C_{18}^4

Gọi A là biến cố: “4 học sinh được gọi có cả nam và nữ”.

Suy ra: $n(A) = C_{35}^4 - (C_{17}^4 + C_{18}^4) = 46920$.

Vậy xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{46920}{52360} = \frac{69}{77}$$

Câu 34: Chọn ngẫu nhiên hai số phân biệt từ 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để tích hai số được chọn là một số chẵn bằng

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{4}{15}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{11}{15}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^2 = 105$.

Gọi A là biến cố: “Tích hai số được chọn là một số chẵn”.

Trường hợp 1: Chọn hai số đều là số chẵn. Số cách chọn : $C_7^2 = 21$.

Trường hợp 2: Chọn một số chẵn và một số lẻ. Số cách chọn : $C_7^1.C_8^1 = 56$.

Do đó: $n(A) = C_7^2 + C_7^1.C_8^1 = 77$. Suy ra: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{77}{105} = \frac{11}{15}$.

Câu 35: Từ một tổ gồm 10 nam và 8 nữ chọn ra một đoàn đại biểu gồm 6 người để tham dự hội nghị. Xác suất để đoàn đại biểu được chọn có đúng 2 nữ bằng

- A. $\frac{151}{221}$. B. $\frac{35}{221}$. C. $\frac{70}{221}$. D. $\frac{29}{221}$.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên một đoàn đại biểu gồm 6 người từ tổ gồm 18 người.

Ta có $n(\Omega) = C_{18}^6$.

Gọi A là biến cố trong 6 đại biểu được chọn có đúng 2 người là nữ.

Chọn 2 đại biểu nữ từ 8 đại biểu nữ có C_8^2 cách.

Chọn 4 đại biểu nam từ 10 đại biểu nam có C_{10}^4 cách.

Từ đó có $n(A) = C_8^2 \cdot C_{10}^4$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_8^2 \cdot C_{10}^4}{C_{18}^6} = \frac{70}{221}.$$

II. TỰ LUẬN (04 câu – 3,0 điểm)

Câu 36: Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A , đồng thời có đúng 2 chữ số lẻ và 2 chữ số lẻ đó đứng cạnh nhau.

Lời giải

Vì 2 chữ số lẻ đứng kề nhau nên ta gom 2 số lẻ thành số M , có $C_3^2 = 3$ bộ M .

Gọi số cần chọn có dạng \overline{abcd} với $d \in \{0; 2; 4; 6\}$.

• **Trường hợp 1.** $d = 0$, suy ra d có 1 cách chọn.

+) Có 3 vị trí để xếp chữ số M , ứng với mỗi cách xếp M có 2! cách xếp hai phần tử trong M .

+) Chọn thứ tự 2 chữ số từ tập $\{2; 4; 6\}$ để xếp vào 2 vị trí trống còn lại, có A_3^2 cách.

Do đó trường hợp này có $1 \cdot 3 \cdot 2! \cdot A_3^2 = 36$ số.

• **Trường hợp 2.** $d \in \{2; 4; 6\}$, suy ra d có 3 cách chọn.

+) Nếu xếp M vào vị trí đầu tiên nên có 1 cách, ứng với cách xếp này có 2! cách xếp hai phần tử trong M . Chọn 2 chữ số từ tập 3 chữ số còn lại để xếp vào 2 vị trí trống còn lại, có A_3^2 cách. Suy ra có tất cả $3 \cdot 1 \cdot 2! \cdot A_3^2 = 36$ số.

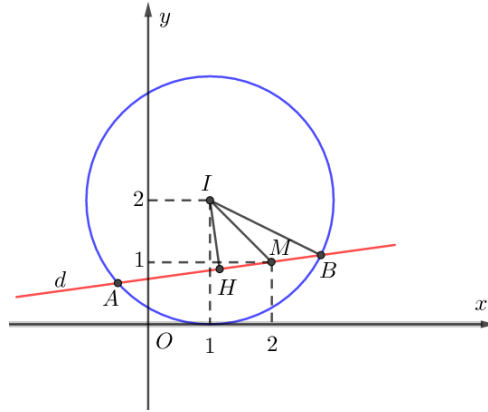
+) Nếu xếp M vào vị trí thứ 2 hoặc thứ 3 thì có 2 cách, ứng với cách xếp này có 2! cách xếp hai phần tử trong M . Chọn 2 chữ số từ tập 3 chữ số còn lại để xếp vào 2 vị trí trống còn lại, có A_3^2 cách. Do đó $3 \cdot 2 \cdot 2! \cdot A_3^2 = 72$ số. Xét riêng trường hợp chữ số 0 đứng đầu thì có $3 \cdot 2 \cdot 2! \cdot A_2^1 = 24$ số. Suy ra có $72 - 24 = 48$ số.

Do đó trường hợp này có $36 + 48 = 84$ số.

Vậy có $3 \cdot (36 + 84) = 360$ số thỏa mãn.

Câu 37: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(2;1)$ và đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Viết phương trình đường thẳng (d) qua điểm M và cắt (C) tại hai điểm phân biệt $A; B$ sao cho độ dài AB ngắn nhất.

Lời giải



Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$, bán kính $R = 2$.

$IM = \sqrt{2} < R = 2$ nên điểm M nằm trong đường tròn.

Giả sử gọi H là trung điểm của AB .

Ta có $AB = 2HB = 2 \cdot \sqrt{IB^2 - IH^2} = 2\sqrt{4 - IH^2}$

Vì $IH \leq IM = \sqrt{2}$ nên $AB = 2\sqrt{4 - IH^2} \geq 2\sqrt{4 - IM^2} = 2\sqrt{2}$ do đó AB ngắn nhất khi $IH = IM$

Lúc đó đường thẳng d qua $M(2;1)$ và nhận $\vec{IM} = (1;-1)$ làm vecto pháp tuyến

$$(d): 1(x-2) - 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow (d): -x + y + 1 = 0 \Rightarrow a = -1; c = 1$$

Câu 38: Xếp 5 quyển sách Toán và 5 quyển sách Văn khác nhau lên một kệ dài. Tính xác suất để 2 quyển sách cùng một môn nằm cạnh nhau.

Lời giải

+ $n(\Omega) = 10!$

+ Đặt biến cố A : Có hai quyển sách cùng môn nằm cạnh nhau

Khi đó \bar{A} : Các quyển sách cùng môn không nằm cạnh nhau

Có $n(\bar{A}) = 2 \cdot 5! \cdot 5!$

$$n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 10! - 2 \cdot 5! \cdot 5! = 3600000$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{125}{126}$$

Câu 39: Vệ tinh nhân tạo đầu tiên được Liên Xô phóng từ Trái Đất năm 1957. Quỹ đạo của vệ tinh đó là một đường elip nhận tâm Trái Đất là một tiêu điểm có phương trình quỹ đạo là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > 0, b > 0, c^2 = a^2 - b^2$. Người ta đo được vệ tinh cách bề mặt Trái Đất gần nhất là

583 dặm và xa nhất là 1342 dặm. Tìm tỷ số $\frac{c}{a}$, biết bán kính của Trái Đất xấp xỉ 4000 dặm.

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ sao cho tâm Trái Đất trùng với tiêu điểm F_1 của elip.

Khi đó elip có phương trình là: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > 0, b > 0$

Theo đề bài, ta có: vệ tinh cách bề mặt Trái Đất gần nhất là 583 dặm và xa nhất là 1342 dặm, mà bán kính của Trái Đất xấp xỉ 4000 dặm nên vệ tinh cách tâm Trái Đất gần nhất là 4583 dặm và xa nhất là 5342 dặm.

Giả sử vệ tinh được biểu thị là điểm $M(x; y)$.

Khi đó khoảng cách từ vệ tinh đến tâm Trái Đất là: $MF_1 = a + \frac{c}{a}x$

Và ta có $a - c \leq MF_1 \leq a + c$

Vậy khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất từ vệ tinh đến tâm Trái Đất lần lượt là $a - c$ và $a + c$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - c = 4583 \\ a + c = 5342 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4962,5 \\ c = 379,5 \end{cases}$$

Suy ra $\frac{c}{a} \approx 0,076$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN THI HỌC KỲ II TOÁN 10-KẾT NỐI TRI THỨC-ĐỀ 2
NĂM HỌC 2022-2023

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu - 7,0 điểm).

- Câu 1:** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{5x+1}$. Giá trị $f(3)$ bằng
A. 16. **B.** 3. **C.** 4. **D.** Không xác định.
- Câu 2:** Tọa độ đỉnh I của parabol $(P): y = x^2 - 2x + 3$ là
A. $(-1; -6)$. **B.** $(1; 2)$. **C.** $(1; -6)$. **D.** $(-1; 2)$.
- Câu 3:** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 > 0$ là
A. $(1; 2)$. **B.** $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. **C.** $[1; 2]$. **D.** $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.
- Câu 4:** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1 + x}$ là
A. $S = \{3\}$. **B.** $S = \{2\}$. **C.** $S = \{-4; 2\}$. **D.** $S = \{1\}$.
- Câu 5:** Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 4)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; 3)$ có phương trình tổng quát là
A. $2x + 3y - 14 = 0$. **B.** $2x + 3y + 10 = 0$. **C.** $-x + 4y - 10 = 0$. **D.** $-x + 4y + 10 = 0$.
- Câu 6:** Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(-2; 5)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB .
A. $5x + 2y + 15 = 0$. **B.** $2x - 5y + 20 = 0$. **C.** $5x - 2y + 20 = 0$. **D.** $2y - 5x + 20 = 0$.
- Câu 7:** Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta: x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ và $\Delta': x + \sqrt{3}y - 1 = 0$?
A. 90° . **B.** 120° . **C.** 60° . **D.** 30° .
- Câu 8:** Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 4x - 3y + 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 6 + 6t \\ y = 1 - 8t \end{cases}$.
A. $\frac{7}{25}$. **B.** 1. **C.** $\frac{24}{25}$. **D.** $\frac{6}{25}$.
- Câu 9:** Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.
A. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 3$. **B.** Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 9$.
C. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$. **D.** Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 9$.
- Câu 10:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, phương trình đường tròn có tâm $I(3; 1)$ và đi qua điểm $M(2; -1)$ là

- A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$.
- B. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$.
- C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$.
- D. $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 5$.

Câu 11: Phương trình nào sau đây không phải là phương trình chính tắc của parabol?

- A. $y^2 = 3x$.
- B. $y^2 = 4x$.
- C. $y^2 = 5x$.
- D. $y = 4x^2$.

Câu 12: Trong kì thi vấn đáp môn toán lớp 11, Ban giám khảo đã chuẩn bị 25 câu đại số, 15 câu hình học và 10 câu giải tích. Thí sinh được quyền chọn một câu để trả lời. Số khả năng chọn câu hỏi của mỗi thí sinh là

- A. 3750.
- B. 50.
- C. 375.
- D. 150.

Câu 13: Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

- A. 90.
- B. 70.
- C. 80.
- D. 60.

Câu 14: Số cách sắp xếp 9 học sinh ngồi vào một dãy gồm 9 ghế là

- A. $9!$.
- B. 9.
- C. 1.
- D. 9^9 .

Câu 15: Năm 2021, cuộc thi Hoa hậu Hòa bình Quốc tế lần thứ 9 được tổ chức tại Thái Lan và có tổng cộng 59 thí sinh tham gia. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người bao gồm một Hoa hậu và bốn Á hậu 1, 2, 3, 4?

- A. A_{59}^5 .
- B. C_{59}^5 .
- C. $A_{59}^1 + A_{58}^4$.
- D. $C_{59}^1 \cdot C_{58}^4$.

Câu 16: Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Số tam giác trong có đỉnh là 3 trong số 15 đã cho là

- A. C_{15}^3 .
- B. $15!$.
- C. 15^3 .
- D. A_{15}^3 .

Câu 17: Tìm hệ số của x^2y^2 trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(x+2y)^4$.

- A. 32.
- B. 8.
- C. 24.
- D. 16.

Câu 18: Một bình đựng 5 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 3 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để được 3 quả cầu khác màu là

- A. $\frac{3}{7}$.
- B. $\frac{3}{5}$.
- C. $\frac{3}{14}$.
- D. $\frac{3}{11}$.

Câu 19: Có 30 chiếc thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 1 chiếc thẻ, tính xác suất để chọn được thẻ ghi số chia hết cho 3

- A. $\frac{1}{3}$.
- B. $\frac{1}{2}$.
- C. $\frac{3}{10}$.
- D. $\frac{2}{3}$.

Câu 20: Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

- A. $\frac{1}{6}$.
- B. $\frac{1}{30}$.
- C. $\frac{3}{5}$.
- D. $\frac{2}{5}$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{4-x} + \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ là

- A. $D = (2; 4)$
- B. $D = (2; 4]$
- C. $D = \{2; 4\}$
- D. $D = (-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$

Câu 22: Cho hàm số bậc hai $y = x^2 - 4x + 3$. Tìm mệnh đề đúng:

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 3)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 3)$.
- C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$.

Câu 23: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x^2 + 2mx - 2m < 0$ vô nghiệm.

- A. $-2 < m < 0$.
- B. $-2 \leq m \leq 0$.
- C. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 0 \end{cases}$.
- D. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 0 \end{cases}$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;4)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;3)$ có phương trình tổng quát là $2(x-1)+3(y-4)=0 \Leftrightarrow 2x+3y-14=0$.

Câu 6: Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(-2;5)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB .

- A.** $5x+2y+15=0$.
- B.** $2x-5y+20=0$.
- C.** $5x-2y+20=0$.
- D.** $2y-5x+20=0$.

Lời giải

Gọi $A \in Ox \Rightarrow A(x_A;0)$ và $B \in Oy \Rightarrow B(0;y_B)$.

Vì M là trung điểm của AB nên ta có:
$$\begin{cases} x_A + x_B = 2x_M \\ y_A + y_B = 2y_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = -4 \\ y_B = 10 \end{cases}$$

Suy ra phương trình đường thẳng AB là $\frac{x}{-4} + \frac{y}{10} = 1 \Leftrightarrow 5x-2y+20=0$.

Câu 7: Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta: x-\sqrt{3}y+2=0$ và $\Delta': x+\sqrt{3}y-1=0$?

- A.** 90° .
- B.** 120° .
- C.** 60° .
- D.** 30° .

Lời giải

Δ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1;-\sqrt{3})$. Δ' có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1;\sqrt{3})$.

Khi đó:

$$\cos(\Delta; \Delta') = |\cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|1 \cdot 1 + (-\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}|}{\sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}} = \frac{|-2|}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng Δ, Δ' là 60° .

Câu 8: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 4x-3y+1=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=6+6t \\ y=1-8t \end{cases}$.

- A.** $\frac{7}{25}$.
- B.** 1 .
- C.** $\frac{24}{25}$.
- D.** $\frac{6}{25}$.

Lời giải

Ta có vec tơ pháp tuyến của hai đường thẳng là: $\vec{n}_{\Delta_1} = (4;-3)$. $\vec{n}_{\Delta_2} = (8;6)$

$$\Rightarrow \cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_{\Delta_1}, \vec{n}_{\Delta_2})| = \left| \frac{4 \cdot 8 - 3 \cdot 6}{\sqrt{4^2 + (-3)^2} \cdot \sqrt{8^2 + 6^2}} \right| = \frac{7}{25}$$

Câu 9: Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

- A.** Tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$.
- B.** Tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=9$.
- C.** Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=3$.
- D.** Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=9$.

Lời giải

Đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ có tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$.

Câu 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , phương trình đường tròn có tâm $I(3;1)$ và đi qua điểm $M(2;-1)$ là

- A.** $(x+3)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$.
- B.** $(x-3)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$.

C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$. D. $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 5$.

Lời giải

Vì đường tròn có tâm $I(3;1)$ và đi qua điểm $M(2;-1)$ nên bán kính của đường tròn là

$$R = MI = \sqrt{(3-2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{5}.$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$.

Câu 11: Phương trình nào sau đây không phải là phương trình chính tắc của parabol?

- A. $y^2 = 3x$.
- B. $y^2 = 4x$.
- C. $y^2 = 5x$.
- D. $y = 4x^2$.

Câu 12: Trong kì thi vấn đáp môn toán lớp 11, Ban giám khảo đã chuẩn bị 25 câu đại số, 15 câu hình học và 10 câu giải tích. Thí sinh được quyền chọn một câu để trả lời. Số khả năng chọn câu hỏi của mỗi thí sinh là

- A. 3750.
- B. 50.
- C. 375.
- D. 150.

Lời giải

Công việc chọn câu hỏi của thí sinh được hoàn thành bởi một trong các hành động: chọn 1 câu hỏi đại số, chọn 1 câu hỏi hình học, chọn 1 câu hỏi giải tích.

Theo quy tắc cộng có $25+15+10=50$ khả năng chọn câu hỏi cho mỗi thí sinh.

Câu 13: Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

- A. 90.
- B. 70.
- C. 80.
- D. 60.

Lời giải

Số cách chọn 1 cái bút là 10.

Số cách chọn 1 quyển sách là 8.

Vậy theo quy tắc nhân, số cách chọn 1 cái bút và 1 quyển sách là: $10.8=80$.

Câu 14: Số cách sắp xếp 9 học sinh ngồi vào một dãy gồm 9 ghế là

- A. 9!.
- B. 9.
- C. 1.
- D. 9^9 .

Lời giải

Số cách xếp cần tìm là: $P_9 = 9!$.

Câu 15: Năm 2021, cuộc thi Hoa hậu Hòa bình Quốc tế lần thứ 9 được tổ chức tại Thái Lan và có tổng cộng 59 thí sinh tham gia. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người bao gồm một Hoa hậu và bốn Á hậu 1, 2, 3, 4?

- A. A_{59}^5 .
- B. C_{59}^5 .
- C. $A_{59}^1 + A_{58}^4$.
- D. $C_{59}^1.C_{58}^4$.

Lời giải

Số cách chọn một Hoa hậu và bốn Á hậu 1, 2, 3, 4 sẽ tương ứng chọn 5 người trong 59 người có phân biệt thứ tự. Suy ra số cách chọn là A_{59}^5 .

Câu 16: Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Số tam giác trong có đỉnh là 3 trong số 15 đã cho là

- A. C_{15}^3 .
- B. 15!.
- C. 15^3 .
- D. A_{15}^3 .

Lời giải

Ta chọn ba điểm bất kì trong 15 điểm đã cho thành lập được một tam giác, suy ra số tam giác được tạo thành là C_{15}^3 .

Câu 17: Tìm hệ số của x^2y^2 trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(x+2y)^4$.

- A. 32.
- B. 8.
- C. 24.
- D. 16.

Lời giải

Ta có $(x + 2y)^4 = \sum_{k=0}^4 C_4^k x^{4-k} (2y)^k = \sum_{k=0}^4 C_4^k \cdot 2^k \cdot x^{4-k} y^k$.

Số hạng chứa $x^2 y^2$ trong khai triển trên ứng với $\begin{cases} 4 - k = 2 \\ k = 2 \end{cases} \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số của $x^2 y^2$ trong khai triển của $(x + 2y)^4$ là $C_4^2 \cdot 2^2 = 24$.

Câu 18: Một bình đựng 5 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 3 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để được 3 quả cầu khác màu là

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{3}{14}$. **D. $\frac{3}{11}$.**

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố “chọn được 3 quả cầu khác màu”. Ta có $n(A) = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{11}$.

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 19: Có 30 chiếc thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 1 chiếc thẻ, tính xác suất để chọn được thẻ ghi số chia hết cho 3

- A. $\frac{1}{3}$.** B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_{30}^1$

Gọi A là biến cố: “thẻ ghi số chia hết cho 3”

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\} \Rightarrow n(A) = 10$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

Câu 20: Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

- A. $\frac{1}{6}$.** B. $\frac{1}{30}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ 10 quả bóng đã cho có C_{10}^3 cách.

Lấy được 3 quả màu xanh từ 6 quả màu xanh đã cho có C_6^3 cách.

Vậy xác suất để lấy được 3 quả màu xanh là $P = \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{6}$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{4-x} + \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ là

- A. $D = (2; 4)$ **B. $D = (2; 4]$** C. $D = \{2; 4\}$ D. $D = (-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} 4-x \geq 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x > 2 \end{cases}$ suy ra TXĐ: $D = (2; 4]$.

Câu 22: Cho hàm số bậc hai $y = x^2 - 4x + 3$. Tìm mệnh đề đúng:

- A.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 3)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 3)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Theo đề bài ta có: $a = 1 > 0$; $-\frac{b}{2a} = 2$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$.

Câu 23: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x^2 + 2mx - 2m < 0$ vô nghiệm.

- A.** $-2 < m < 0$. **B.** $-2 \leq m \leq 0$. **C.** $\begin{cases} m < -2 \\ m > 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 0 \end{cases}$.

Lời giải

Đặt $f(x) = x^2 + 2mx - 2m$.

Ta có $f(x) < 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta = m^2 + 2m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 0$.

Câu 24: Biết phương trình: $\sqrt{x-1} = 5-m$ có nghiệm. Khi đó số các giá trị nguyên dương của tham số m là

- A.** 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Điều kiện $x \geq 1$.

+ Nếu $5-m < 0 \Leftrightarrow m > 5$ thì phương trình đã cho vô nghiệm.

+ Nếu $5-m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 5$ khi đó $\sqrt{x-1} = 5-m \Leftrightarrow x = (5-m)^2 + 1 \geq 1$ suy ra phương trình có nghiệm là $x = (5-m)^2 + 1$.

Vậy các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình có nghiệm là: $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;0), B(0;3), C(-3;1)$. Đường thẳng d đi qua B và song song với AC có phương trình tổng quát là

- A.** $x - 15y + 15 = 0$. **B.** $5x + y - 3 = 0$. **C.** $x + 5y - 15 = 0$. **D.** $5x + y + 3 = 0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AC} = (-5; 1)$.

Vì đường thẳng d song song với AC nên d nhận \overrightarrow{AC} là vectơ chỉ phương.

Suy ra vectơ pháp tuyến của d là $\vec{n} = (1; 5)$.

Phương trình đường thẳng d qua $B(0; 3)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 5)$ là

$1(x-0) + 5(y-3) = 0 \Leftrightarrow x + 5y - 15 = 0$.

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy cho 3 điểm $A(1; 4), B(3; -1), C(6; 2)$ không thẳng hàng. Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BC .

- A.** $d(A; BC) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $d(A; BC) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $d(A;BC) = \frac{\sqrt{2}}{7}$. **D.** $d(A;BC) = \frac{7\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Đường thẳng BC có một vtcp $\vec{u} = \overline{BC} = (3;3) \Rightarrow$ một vtpt $\vec{n}(1;-1)$.

Phương trình đường thẳng BC đi qua $B(3;-1)$; nhận véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-1)$ là:

$$1(x-3) - 1(y+1) = 0 \Leftrightarrow x - y - 4 = 0$$

Khoảng cách từ điểm $A(1;4)$ đến đường thẳng $BC: x - y - 4 = 0$:

$$d(A;BC) = \frac{|1-4-4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

Câu 27: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(5;3)$ và có tâm I thuộc trục hoành có phương trình là

A. $(x+4)^2 + y^2 = 10$. **B.** $(x-4)^2 + y^2 = 10$. **C.** $(x-4)^2 + y^2 = \sqrt{10}$. **D.** $(x+4)^2 + y^2 = \sqrt{10}$.

Lời giải

Gọi $I(x;0) \in Ox$; $IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (1-x)^2 + 1^2 = (5-x)^2 + 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + 1 = x^2 - 10x + 25 + 9$

$\Leftrightarrow x = 4$. Vậy tâm đường tròn là $I(4;0)$ và bán kính $R = IA = \sqrt{(1-4)^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.

Phương trình đường tròn (C) có dạng $(x-4)^2 + y^2 = 10$.

Câu 28: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(L): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ngoại tiếp tam giác ABC , với $A(1;0), B(0;-2), C(2;-1)$. Khi đó giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Vì các điểm A, B, C nằm trên đường tròn (L) nên ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} A \in (L) \\ B \in (L) \\ C \in (L) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1^2 + 0^2 - 2.a.1 - 2.b.0 + c = 0 \\ 0^2 + (-2)^2 - 2.a.0 - 2.b.(-2) + c = 0 \\ 2^2 + (-1)^2 - 2.a.2 - 2.b.(-1) + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a + c = -1 \\ 4b + c = -4 \\ -4a + 2b + c = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{6} \\ b = \frac{-7}{6} \\ c = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Khi đó giá trị của biểu thức $a+b+c = \frac{1}{3}$.

Câu 29: Phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là:

A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{16} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Chọn B

Do (E) có tiêu cự bằng 6 nên $2c = 6 \Rightarrow c = 3$.

Do (E) đi qua điểm $A(5;0)$ nên $a = 5 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 9 = 16$.

Phương trình chính tắc của (E) là $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 30: Trong hội nghị học sinh giỏi của trường, khi ra về các em bắt tay nhau. Biết rằng có 120 cái bắt tay và giả sử không em nào bị bỏ sót cũng như bắt tay không lặp lại 2 lần. Số học sinh dự hội nghị thuộc khoảng nào sau đây?

- A.** (13;18).
- B.** (21;26).
- C.** (17;22).
- D.** (9;14).

Lời giải

Cách 1:

Gọi số học sinh dự hội nghị là x học sinh. Đk $x > 0$.

Mỗi em sẽ bắt tay với $x - 1$ bạn còn lại.

Do bắt tay không lặp lại 2 lần nên số cái bắt tay là: $\frac{x(x-1)}{2}$.

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{x(x-1)}{2} = 120 \Leftrightarrow x^2 - x - 220 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 & (n) \\ x = -15 & (l) \end{cases}$

Vậy số học sinh dự hội nghị là 16.

Cách 2: Cứ 2 học sinh thì có 1 cái bắt tay. Vậy số cái bắt tay là số tổ hợp chập 2 của x .

Vậy ta có: $C_x^2 = 120 \Leftrightarrow \frac{x(x-1)}{2} = 120$. Giải ra ta cũng được $x = 16$.

Câu 31: Một lớp có 30 học sinh gồm 20 nam và 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một nhóm 3 học sinh sao cho nhóm đó có ít nhất một học sinh nữ?

- A.** 1140.
- B.** 2920.
- C.** 1900.
- D.** 900.

Lời giải

Cách 1:

Để chọn ra 3 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nữ ta có các phương án sau:

Phương án 1: Chọn 1 học sinh nữ và 2 học sinh nam, có $C_{10}^1 \cdot C_{20}^2$ cách thực hiện.

Phương án 2: Chọn 2 học sinh nữ và 1 học sinh nam, có $C_{10}^2 \cdot C_{20}^1$ cách thực hiện.

Phương án 3: Chọn 3 học sinh nữ, có C_{10}^3 cách thực hiện.

Theo quy tắc cộng, ta có: $C_{10}^1 \cdot C_{20}^2 + C_{10}^2 \cdot C_{20}^1 + C_{10}^3 = 2920$ cách chọn ra một nhóm 3 học sinh sao cho nhóm đó có ít nhất một học sinh nữ.

Cách 2:

Có C_{30}^3 cách chọn ra 3 học sinh từ 30 học sinh, trong đó có C_{20}^3 cách chọn ra 3 học sinh, không có học sinh nữ.

Suy ra có $C_{30}^3 - C_{20}^3 = 2920$ cách chọn ra một nhóm 3 học sinh sao cho nhóm đó có ít nhất một học sinh nữ.

Câu 32: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau và phải có mặt các chữ số 1, 2, 3 sao cho chúng không đứng cạnh nhau?

- A.** 567.
- B.** 576.
- C.** 5040.
- D.** 840.

Lời giải

Lấy ra 3 chữ số khác 1, 2, 3 từ tập A có C_4^3 cách.

Xếp 3 chữ số này có $3!$ cách, coi 3 số trên là 3 vách ngăn sẽ tạo ra 4 vị trí xếp 3 chữ số 1, 2, 3 vào 3 trong 4 vị trí đó có A_4^3 cách.

Vậy số các số lập được là: $C_4^3 \cdot 3! \cdot A_4^3 = 576$.

Câu 33: Một nhóm gồm 12 học sinh trong đó có 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 2 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh tham gia đội xung kích. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn không cùng một khối?

- A.** $\frac{1}{5}$.
- B.** $\frac{6}{55}$.
- C.** $\frac{12}{55}$.
- D.** $\frac{49}{55}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Gọi biến cố A : “ Ba học sinh được chọn không cùng một khối ”.

Khi đó, biến cố \bar{A} : “ Ba học sinh được chọn cùng một khối ”.

Ta có $n(\bar{A}) = C_6^3 + C_4^3 + C_2^3 = 24$.

Xác suất của biến cố \bar{A} là:

$$P(\bar{A}) = \frac{24}{220} = \frac{6}{55}$$

Vậy xác suất của biến cố A là:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{6}{55} = \frac{49}{55}$$

Câu 34: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là

- A.** $\frac{1}{2}$.
- B.** $\frac{1}{3}$.
- C.** 1.
- D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Ta có không gian mẫu $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6$.

Gọi A là biến cố mặt có số chấm chẵn xuất hiện. Ta có $A = \{2; 4; 6\}$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 3$.

Vậy xác suất của biến cố là $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Câu 35: Một người chọn ngẫu nhiên 2 chiếc giày từ 5 đôi giày cỡ khác nhau. Tính xác suất để 2 chiếc giày được chọn tạo thành một đôi.

- A.** $\frac{1}{2}$.
- B.** $\frac{1}{10}$.
- C.** $\frac{7}{9}$.
- D.** $\frac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 2 chiếc giày từ 5 đôi giày cỡ khác nhau có C_{10}^2 cách.

Không gian mẫu là $|\Omega| = C_{10}^2$.

Biến cố A : “Hai chiếc giày được chọn tạo thành một đôi”.

Vì chỉ có 5 đôi giày nên số phần tử của biến cố A là : $|A| = 5$.

Vậy xác suất của biến cố A là : $P_A = \frac{5}{C_{10}^2} = \frac{1}{9}$.

II. TỰ LUẬN (04 câu – 3,0 điểm)

Câu 36: Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 6 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A đồng thời phải có mặt ba chữ số 0; 1; 2 và chúng đứng cạnh nhau?

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$.

Trường hợp 1: $a_6 = 0$, suy ra a_6 có 1 cách chọn.

Xếp các chữ số 1; 2 vào vị trí a_4 và a_5 có 2 cách.

Chọn thứ tự a_1, a_2, a_3 từ tập $\{3; 4; 5; 6; 7\}$ có A_5^3 cách.

Do đó trường hợp này có $1.2.A_5^3 = 120$ số.

Trường hợp 2: $a_6 = 2$. Tương tự như trường hợp 1 nên có 120 số.

Trường hợp 3: $a_6 \in \{4; 6\}$, suy ra a_6 có 2 cách chọn.

Xếp các chữ số 0; 1; 2 đứng cạnh nhau có $3.3! - 2! = 16$ cách.

Chọn thứ tự hai chữ số từ tập $\{3; 4; 5; 6; 7\} \setminus \{a_6\}$ để xếp vào hai vị trí còn lại có A_4^2 cách.

Do đó trường hợp này có $2.16.A_4^2 = 384$ số.

Vậy có $120 + 120 + 384 = 624$ số thỏa mãn.

Câu 37: Cho điểm $M(1; 2)$ và đường thẳng $d: 2x + y - 5 = 0$. Toạ độ của điểm đối xứng với điểm M qua d là

Lời giải

Phương trình đường thẳng Δ qua $M(1; 2)$ và vuông góc với d là $\Delta: x - 2y + 3 = 0$.

Tìm tọa độ giao điểm I của Δ và d là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + y - 5 = 0 \\ x - 2y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{5} \\ y = \frac{11}{5} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{7}{5}; \frac{11}{5}\right).$$

$M'(x_{M'}; y_{M'})$ đối xứng với điểm M qua $d \Rightarrow I$ là trung điểm MM' .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_M + x_{M'}}{2} \\ y_I = \frac{y_M + y_{M'}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{M'} = 2x_I - x_M \\ y_{M'} = 2y_I - y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = 2 \cdot \frac{7}{5} - 1 = \frac{9}{5} \\ y_{M'} = 2 \cdot \frac{11}{5} - 2 = \frac{12}{5} \end{cases} \Rightarrow M'\left(\frac{9}{5}; \frac{12}{5}\right).$$

Câu 38: Một hộp đựng 10 viên bi có kích thước khác nhau, trong đó có 7 viên bi màu đỏ và 3 viên bi màu xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp trên. Xác suất để 2 viên bi được chọn có ít nhất một viên bi màu xanh bằng

Lời giải

* **Không gian mẫu.**

Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp có 10 viên bi ta có không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$ cách chọn.

Gọi A là biến cố chọn được ít nhất một viên bi màu xanh.

* **Số phần tử thuận lợi cho biến cố A .**

TH1: Chọn được 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ có $C_3^1 \cdot C_7^1$ cách chọn.

TH2: Chọn được 2 viên bi màu xanh có C_3^2 cách chọn.

Do đó số phần tử thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_3^1 \cdot C_7^1 + C_3^2 = 24$ cách chọn.

* **Xác suất xảy ra của biến cố A**

Xác suất để 2 viên được chọn có ít nhất một viên bi màu xanh là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$.

Câu 39: Cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 15 và đi qua điểm M sao cho $F_1MF_2 = 90^\circ$. Biết diện tích tam giác MF_1F_2 bằng 26. Phương trình chính tắc của elip (E) là.

Lời giải

Ta có $S_{MF_1F_2} = 26$, $F_1MF_2 = 90^\circ \Rightarrow MF_1.MF_2 = 52$ và $MF_1^2 + MF_2^2 = (2c)^2$.

Độ dài trục lớn bằng 15 $\Rightarrow MF_1 + MF_2 = 2a = 15$.

Mà $(MF_1 + MF_2)^2 = MF_1^2 + MF_2^2 + 2MF_1.MF_2$.

$$\Leftrightarrow (15)^2 = (2c)^2 + 2.52 \Rightarrow c^2 = \frac{121}{4}.$$

$$\text{Mà } a = \frac{15}{2} \Rightarrow b^2 = \frac{104}{4}.$$

Vậy phương trình chính tắc của elip (E) là

$$(E): \frac{x^2}{\frac{225}{4}} + \frac{y^2}{\frac{104}{4}} = 1.$$

----- **HẾT** -----