



## TỔ 1

### KỶ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2023

#### Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể phát đề

**Câu 1.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{2x} < 8$  là

- A.  $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ .      B.  $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ .      C.  $(-\infty; 2)$ .      D.  $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 2.** Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{4}{3}} + C$ .      B.  $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C$ .      C.  $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{2}{3}} + C$ .      D.  $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} + C$ .

**Câu 3.** Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều?

- A. 729.      B. 20.      C. 120.      D. 216.

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x) = \cos x - x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int f(x) dx = -\sin x + x^2 + C$ .      B.  $\int f(x) dx = -\sin x - \frac{x^2}{2} + C$ .  
C.  $\int f(x) dx = \sin x - x^2 + C$ .      D.  $\int f(x) dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$ .

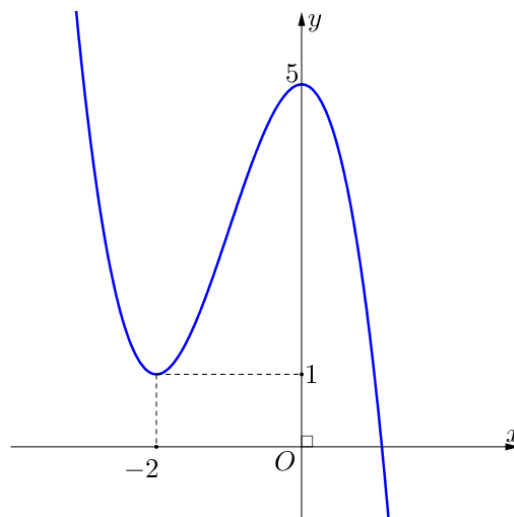
**Câu 5.** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(x-1)$  là:

- A.  $y' = \frac{x-1}{\ln 2}$ .      B.  $y' = \frac{1}{\ln 2}$ .      C.  $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$ .      D.  $y' = \frac{1}{x-1}$ .

**Câu 6.** Với  $b, c$  là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn  $\log_5 b \geq \log_5 c$ , khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $b \geq c$ .      B.  $b \leq c$ .      C.  $b > c$ .      D.  $b < c$ .

**Câu 7.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 2$  là

- A. 1.                      B. 0.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 8.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-1}{x-2}$  có phương trình là

- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = -2$ .                      C.  $x = 3$ .                      D.  $x = \frac{1}{2}$ .

**Câu 9.** Nếu khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có thể tích  $V$  thì khối chóp  $A'.ABC$  có thể tích bằng

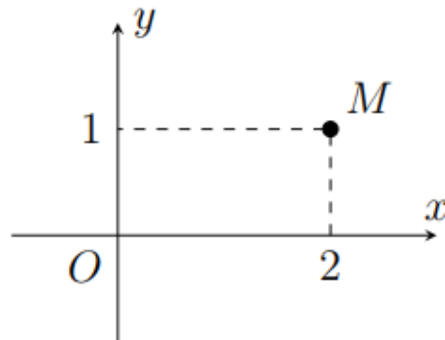
- A.  $\frac{V}{3}$ .                      B.  $V$ .                      C.  $\frac{2V}{3}$ .                      D.  $3V$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  và  $F(2) = 6$ ,  $F(4) = 12$ . Tích phân  $\int_2^4 f(x) dx$  bằng

- A. 2.                      B. 6.                      C. 18.                      D. -6.

**Câu 11.** Điểm  $M$  trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

- A.  $2 - i$ .                      B.  $1 + 2i$ .                      C.  $1 - 2i$ .                      D.  $2 + i$ .



**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

$x$	$-\infty$		$-1$		$0$		$2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$  $	$-$	$0$	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 0)$ .    B.  $(2; +\infty)$ .    C.  $(0; +\infty)$ .    D.  $(-1; 2)$ .

**Câu 13.** Cho hình trụ có chiều cao  $h = 3$  và bán kính đáy  $r = 4$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.  $48\pi$ .                      B.  $16\pi$ .                      C.  $24\pi$ .                      D.  $56\pi$ .

**Câu 14.** Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

- A.  $\frac{4\pi}{3}$ .                      B.  $\frac{4}{3}$ .                      C.  $4\pi$ .                      D. 4.

**Câu 15.** Cho hai số phức  $z_1 = 2 - i$  và  $z_2 = 1 + 3i$ . Phần thực của số phức  $z_1 - z_2$  bằng

- A. 3.                      B. -4.                      C. 1.                      D. -1.

**Câu 16.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có chiều cao bằng 4 và đáy  $ABCD$  có diện tích bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 7.                      B. 5.                      C. 4.                      D. 12.

**Câu 17.** Cho hàm số  $y = (2x^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$ . Giá trị của hàm số đã cho tại điểm  $x = 2$  bằng

- A. 3.                      B.  $\sqrt{7}$ .                      C.  $\sqrt{3}$ .                      D. 7.

**Câu 18.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Giá trị của  $u_3$  bằng

- A. 4.                      B.  $\frac{1}{4}$ .                      C.  $\frac{1}{3}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; -1)$  và bán kính  $R = 2$ . Phương trình của  $(S)$  là

- A.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$ .                      B.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$ .  
C.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$ .                      D.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$ .

**Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hai vectơ  $\vec{u} = (1; 2; -2)$  và  $\vec{v} = (2; -2; 3)$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{u} + \vec{v}$  là

- A.  $(-1; 4; -5)$ .                      B.  $(1; -4; 5)$ .                      C.  $(3; 0; 1)$ .                      D.  $(3; 0; -1)$ .

**Câu 21.** Cho số phức  $z = 1 - 2i$ . Phần ảo của số phức  $\bar{z}$  là ?

- A. -1.                      B. 2.                      C. 1.                      D. -2.

**Câu 22.** Nếu  $\int_0^1 f(x) dx = 2$  và  $\int_1^3 f(x) dx = 5$  thì  $\int_0^3 f(x) dx$  bằng

- A. 10.                      B. 3.                      C. 7.                      D. -3.

**Câu 23.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3(2x) \geq \log_3 2$  là

- A.  $(0; +\infty)$ .                      B.  $[1; +\infty)$ .                      C.  $(1; +\infty)$ .                      D.  $(0; 1]$ .

**Câu 24.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau ?

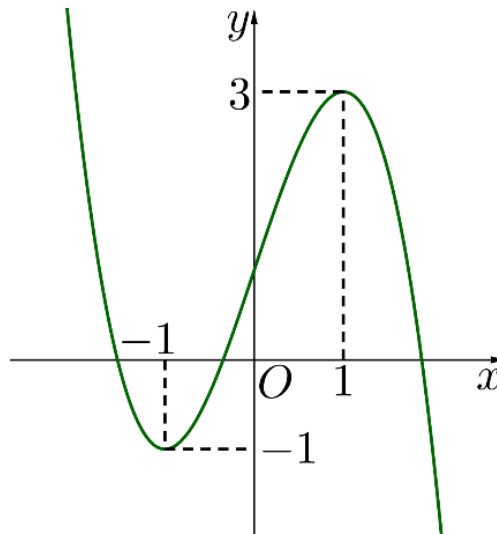
$x$	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$y'$		-	0	+	0	-	
$y$	$+\infty$				3		$-\infty$

- A.  $y = \frac{x+2}{x}$ .                      B.  $y = -x^3 + 3x + 1$ .                      C.  $y = x^4 - 3x^2$ .                      D.  $y = -2x^2 + 1$ .

**Câu 25.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $Oxz$  có phương trình là

- A.  $x = 0$ .                      B.  $z = 0$ .                      C.  $x + y + z = 0$ .                      D.  $y = 0$ .

**Câu 26.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

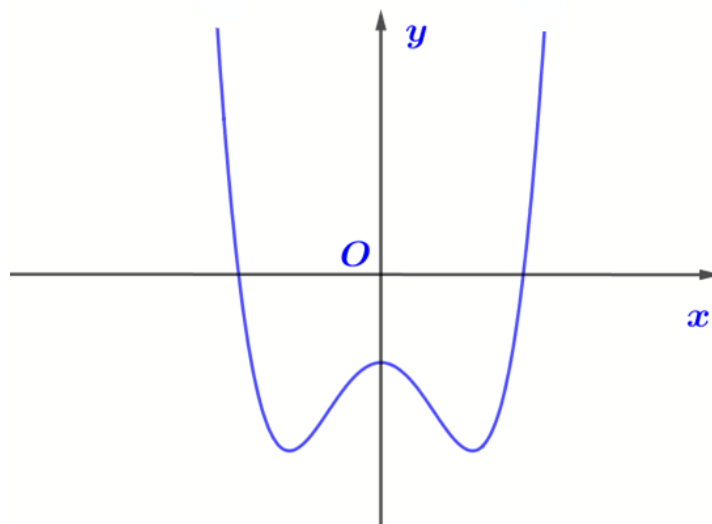


- A. 0.                      B. 1.                      C. 3.                      D. -1.

**Câu 27.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(2; 1; -1)$  và có véc tơ chỉ phương  $\vec{u}(1; -2; 3)$  là

- A.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ .                      B.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$ .  
 C.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$ .                      D.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{3}$ .

**Câu 28.** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



- A. 1.                      B. 3.                      C. 0.                      D. 2.

**Câu 29.** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý thỏa mãn  $a \neq 1$  và  $\log_a b = 2$ , giá trị của  $\log_{a^2}(ab^2)$  bằng

- A. 2.                      B.  $\frac{3}{2}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 30.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(5;2;1)$ ,  $B(1;0;1)$ . Phương trình của mặt cầu đường kính  $AB$  là

- A.  $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$ .                      B.  $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 20$ .  
 C.  $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$ .                      D.  $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 20$ .

**Câu 31.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;2;-1)$  và mặt phẳng  $(P):x+2y+z=0$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là

- A.  $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1+t \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$ .

**Câu 32.** Biết đường thẳng  $y=x-1$  cắt đồ thị hàm số  $y=\frac{-x+5}{x-2}$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ là  $x_1, x_2$ . Giá trị  $x_1+x_2$  bằng

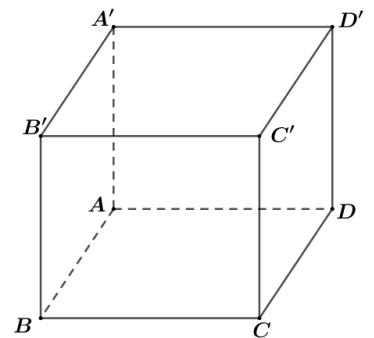
- A.  $-1$ .                      B.  $3$ .                      C.  $2$ .                      D.  $1$ .

**Câu 33.** Cho hàm số  $y=f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)=x(x-4), \forall x \in \mathbb{R}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng

- A.  $f(4) > f(0)$ .                      B.  $f(0) > f(2)$ .                      C.  $f(5) > f(6)$ .                      D.  $f(4) > f(2)$ .

**Câu 34.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB=1, BC=2, AA'=2$  (tham khảo như hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AD'$  và  $DC'$  bằng

- A.  $\sqrt{2}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .  
 C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .



**Câu 35.** Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ bằng

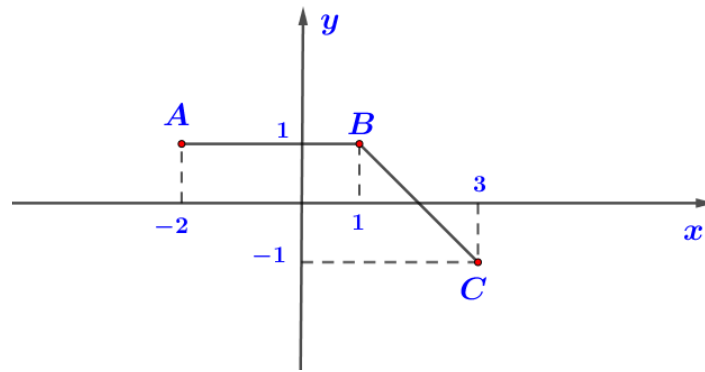
- A.  $\frac{72}{143}$ .                      B.  $\frac{15}{143}$ .                      C.  $\frac{128}{143}$ .                      D.  $\frac{71}{143}$ .

**Câu 36.** Gọi  $z_1, z_2$  lần lượt là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2-6z+14=0$  và  $M, N$  lần lượt là điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$  trên mặt phẳng tọa độ. Trung điểm của đoạn thẳng  $MN$  có tọa độ là

- A.  $(3;7)$ .                      B.  $(-3;0)$ .                      C.  $(3;0)$ .                      D.  $(-3;7)$ .

**Câu 37.** Đường gấp khúc  $ABC$  trong hình bên là đồ thị của hàm số  $y=f(x)$  trên đoạn  $[-2;3]$ . Tích phân  $\int_{-2}^3 f(x)dx$  bằng

- A.  $4$ .                      B.  $\frac{9}{2}$ .                      C.  $\frac{7}{2}$ .                      D.  $3$ .



**Câu 38.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $\frac{\sqrt{3}a}{6}$ . Góc giữa mặt phẳng  $(SCD)$  và mặt phẳng đáy bằng

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

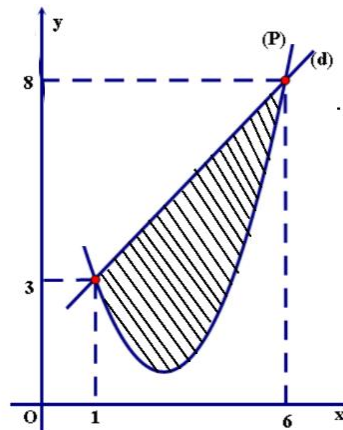
**Câu 39.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(7^x - 49)(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 6) < 0$ ?

- A. 728.                      B. 726.                      C. 725.                      D. 729.

**Câu 40.** Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $d$  cắt  $(P)$  tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $d$  có diện tích  $S = \frac{125}{9}$ . Tích phân

$$\int_1^6 (2x-5)f'(x)dx$$
 bằng

- A.  $\frac{830}{9}$                       B.  $\frac{178}{9}$                       C.  $\frac{340}{9}$                       D.  $\frac{925}{18}$ .



**Câu 41.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$ , hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 3mx + \frac{5}{3}$  có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng  $(-2; 5)$ ?

- A. 16.                      B. 6.                      C. 17.                      D. 7.

**Câu 42.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương trên khoảng  $(0; +\infty)$ , có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn  $f(x)\ln f(x) = x(f(x) - f'(x)), \forall x \in (0; +\infty)$ . Biết  $f(1) = f(3)$ , giá trị  $f(2)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(12; 14)$ .                      B.  $(4; 6)$ .                      C.  $(1; 3)$ .                      D.  $(6; 8)$ .

- Câu 43.** Gọi  $S$  là tập hợp các số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 6$  và  $ab \leq 0$ . Xét  $z_1$  và  $z_2$  thuộc  $S$  sao cho  $\frac{z_1 - z_2}{-1 + i}$  là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $|z_1 + 3i| + |z_2|$  bằng
- A.  $3\sqrt{2}$ .                      B. 3.                      C.  $3\sqrt{5}$ .                      D.  $3 + 3\sqrt{2}$ .
- Câu 44.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $SA = SB = SC = AC = a$ ,  $SB$  tạo với mặt phẳng  $(SAC)$  một góc  $30^\circ$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A.  $\frac{a^3}{4}$ .                      B.  $\frac{a^3}{8}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$ .
- Câu 45.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$  và đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(1; 0; -2)$ , nhận  $\vec{u} = (1; a; 1-a)$  (với  $a \in \mathbb{R}$ ) làm vectơ chỉ phương. Biết rằng  $d$  cắt  $(S)$  tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của  $(S)$  tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi  $a^2$  thuộc khoảng nào dưới đây?
- A.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .                      B.  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .                      C.  $\left(7; \frac{15}{2}\right)$ .                      D.  $\left(0; \frac{1}{4}\right)$ .
- Câu 46.** Trên tập số phức, xét phương trình  $z^2 + az + b = 0$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Có bao nhiêu cặp số  $(a; b)$  để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 - 2| = 2$  và  $|z_2 + 1 - 4i| = 4$ ?
- A. 2.                      B. 3.                      C. 6.                      D. 4.
- Câu 47.** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của  $y$  sao cho ứng với mỗi  $y$ , tồn tại duy nhất một giá trị của  $x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right]$  thỏa mãn  $\log_3(x^3 - 6x^2 + 9x + y) = \log_2(-x^2 + 6x - 5)$ . Số phần tử của tập  $S$  là
- A. 7.                      B. 1.                      C. 8.                      D. 3.
- Câu 48.** Xét khối nón  $(N)$  có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng 2. Khi  $(N)$  có độ dài đường sinh bằng  $2\sqrt{3}$ , thể tích của nó bằng
- A.  $2\sqrt{3}\pi$ .                      B.  $3\pi$ .                      C.  $6\sqrt{3}\pi$ .                      D.  $\pi$ .
- Câu 49.** Trong không gian  $Oxyz$ , xét mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(4; 8; 12)$  và bán kính  $R$  thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $R$  sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của  $(S)$  trong mặt phẳng  $(Oyz)$  mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua  $O$  và góc giữa chúng không nhỏ hơn  $60^\circ$ ?
- A. 6.                      B. 2.                      C. 10.                      D. 5.
- Câu 50.** Cho hàm số  $f(x) = x^4 - 32x^2 + 4$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$ , tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng  $-3; 2$  của phương trình  $f(x^2) + 2x + 3 = m$  bằng  $-4$ ?
- A. 145.                      B. 142.                      C. 144.                      D. 143.

-----Hết-----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.A	2.B	3.B	4.D	5.C	6.A	7.D	8.A	9.A	10.B
11.D	12.B	13.C	14.D	15.C	16.C	17.B	18.B	19.A	20.C
21.B	22.C	23.B	24.B	25.D	26.C	27.B	28.D	29.D	30.C
31.D	32.C	33.B	34.D	35.C	36.C	37.D	38.D	39.B	40.C
41.D	42.B	43.C	44.C	45.B	46.D	47.C	48.B	49.D	50.D

**Câu 1.** [Mức độ 1] Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{2x} < 8$  là

- A.**  $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ .      **B.**  $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ .      **C.**  $(-\infty; 2)$ .      **D.**  $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Thien Nguyen**

Ta có  $2^{2x} < 8 \Leftrightarrow 2x < 3 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$ . Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 2.** [Mức độ 1] Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.**  $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{4}{3}} + C$ .      **B.**  $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C$ .      **C.**  $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{2}{3}} + C$ .      **D.**  $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} + C$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Thien Nguyen**

Ta có  $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C$ .

**Câu 3.** [Mức độ 1] Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều?

- A.** 729.      **B.** 20.      **C.** 120.      **D.** 216.

**Lời giải**

**FB tác giả: Thien Nguyen**

Số tam giác mà ba đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều là:  $C_6^3 = 20$ .

**Câu 4.** [Mức độ 1] Cho hàm số  $f(x) = \cos x - x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.**  $\int f(x) dx = -\sin x + x^2 + C$ .      **B.**  $\int f(x) dx = -\sin x - \frac{x^2}{2} + C$ .  
**C.**  $\int f(x) dx = \sin x - x^2 + C$ .      **D.**  $\int f(x) dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Thien Nguyen**

Ta có  $\int f(x) dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$ .

**Câu 5.** [Mức độ 1] Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(x-1)$  là:

- A.**  $y' = \frac{x-1}{\ln 2}$ .      **B.**  $y' = \frac{1}{\ln 2}$ .      **C.**  $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$ .      **D.**  $y' = \frac{1}{x-1}$ .

**Lời giải**



FB tác giả: Thien Nguyen

Ta có  $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$ .

**Câu 6.** [Mức độ 1] Với  $b, c$  là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn  $\log_5 b \geq \log_5 c$ , khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.**  $b \geq c$ .

**B.**  $b \leq c$ .

**C.**  $b > c$ .

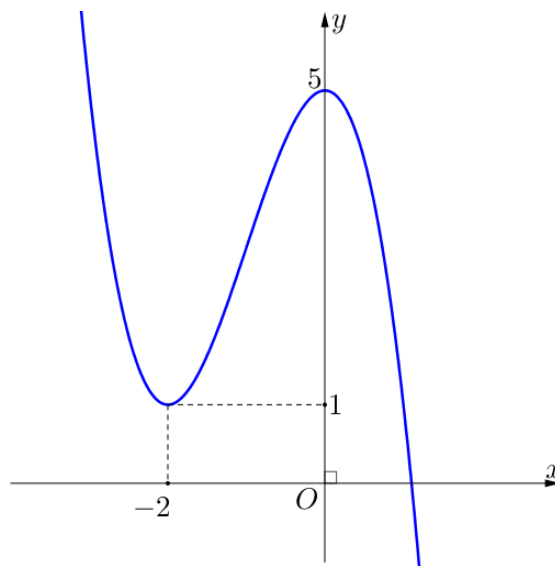
**D.**  $b < c$ .

**Lời giải**

FB tác giả: Trương Hồng Hà

Vì cơ số  $a = 5 > 1$  nên  $\log_5 b \geq \log_5 c \Leftrightarrow b \geq c$ .

**Câu 7.** [Mức độ 2] Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 2$  là

**A.** 1.

**B.** 0.

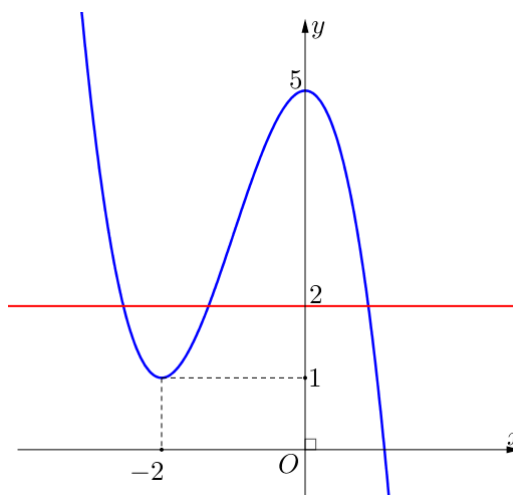
**C.** 2.

**D.** 3.

**Lời giải**

FB tác giả: Trương Hồng Hà

Vẽ đường thẳng  $y = 2$  trên cùng hệ trục tọa độ



Dựa vào đồ thị ta có phương trình  $f(x) = 2$  có 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 8.** [Mức độ 1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-1}{x-2}$  có phương trình là

**A.**  $x=2$ .

**B.**  $x=-2$ .

**C.**  $x=3$ .

**D.**  $x = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Trương Hồng Hà*

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-1}{x-2} = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x-1}{x-2} = -\infty$ . Suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là  $x=2$ .

**Câu 9.** [Mức độ 1] Nếu khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có thể tích  $V$  thì khối chóp  $A'.ABC$  có thể tích bằng

**A.**  $\frac{V}{3}$ .

**B.**  $V$ .

**C.**  $\frac{2V}{3}$ .

**D.**  $3V$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Trương Hồng Hà*

Ta có  $V = V_{ABC.A'B'C'} = d(A';(ABC)) \cdot S_{\Delta ABC}$

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} d(A';(ABC)) \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} V.$$

**Câu 10.** [Mức độ 1] Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  và  $F(2)=6$ ,  $F(4)=12$ . Tích phân  $\int_2^4 f(x) dx$  bằng

**A.** 2.

**B.** 6.

**C.** 18.

**D.** -6.

**Lời giải**

*FB tác giả: Trương Hồng Hà*

Ta có  $\int_2^4 f(x) dx = F(x) \Big|_2^4 = F(4) - F(2) = 12 - 6 = 6$ .

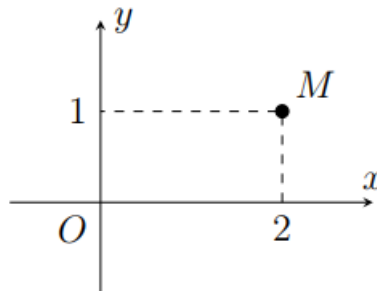
**Câu 11.** [Mức độ 1] Điểm  $M$  trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

**A.**  $2-i$ .

**B.**  $1+2i$ .

**C.**  $1-2i$ .

**D.**  $2+i$



**Lời giải**

*FB tác giả: Nguyễn Thị Thúy*

Ta có: Tọa độ điểm  $M(2;1)$  nên là điểm biểu diễn của số phức  $2+i$ .

**Câu 12.** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

$x$	$-\infty$		$-1$		$0$		$2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$  $	$-$	$0$	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 0)$ .      **B.  $(2; +\infty)$ .**      C.  $(0; +\infty)$ .      D.  $(-1; 2)$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Nguyễn Thị Thúy*

Dựa vào bảng biến thiên ta có: Hàm số đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

**Câu 13.** [Mức độ 1] Cho hình trụ có chiều cao  $h = 3$  và bán kính đáy  $r = 4$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.  $48\pi$ .      B.  $16\pi$ .      **C.  $24\pi$ .**      D.  $56\pi$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Nguyễn Thị Thúy*

Ta có  $S_{xq} = 2\pi rh = 24\pi$ .

**Câu 14.** [Mức độ 1] Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

- A.  $\frac{4\pi}{3}$ .      B.  $\frac{4}{3}$ .      C.  $4\pi$ .      **D. 4.**

**Lời giải**

*FB tác giả: Nguyễn Thị Thúy*

Ta có  $V = \frac{1}{3}B.h \Rightarrow h = \frac{3V}{B} = 4$ .

**Câu 15.** [Mức độ 1] Cho hai số phức  $z_1 = 2 - i$  và  $z_2 = 1 + 3i$ . Phần thực của số phức  $z_1 - z_2$  bằng

- A. 3.      B.  $-4$ .      **C. 1.**      D.  $-1$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Nguyễn Thị Thúy*

Ta có  $z_1 - z_2 = 1 - 4i$ . Vậy phần thực của  $z_1 - z_2$  bằng 1.

**Câu 16.** [Mức độ 1] Cho khối chóp  $S.ABCD$  có chiều cao bằng 4 và đáy  $ABCD$  có diện tích bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 7.      B. 5.      **C. 4.**      D. 12.

**Lời giải**

*FB tác giả: Vũ Việt Tiên*

Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.3.4 = 4$ .

**Câu 17.** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = (2x^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$ . Giá trị của hàm số đã cho tại điểm  $x = 2$  bằng



**Lời giải****FB tác giả: Phạm Thuần**

$$\text{Ta có } \int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 g(x) dx = 2 + 5 = 7.$$

**Câu 23. [Mức độ 1]** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3(2x) \geq \log_3 2$  là

- A.  $(0; +\infty)$ .      **B.  $[1; +\infty)$ .**      C.  $(1; +\infty)$ .      D.  $(0; 1]$ .

**Lời giải****FB tác giả: Phạm Thuần**

$$\text{Ta có } \log_3(2x) \geq \log_3 2 \Leftrightarrow 2x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $S = [1; +\infty)$ .

**Câu 24. [Mức độ 2]** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau ?

$x$	$-\infty$		$-1$		$1$		$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$+\infty$		$-1$		$3$		$-\infty$

- A.  $y = \frac{x+2}{x}$ .      **B.  $y = -x^3 + 3x + 1$ .**      C.  $y = x^4 - 3x^2$ .      D.  $y = -2x^2 + 1$ .

**Lời giải****FB tác giả: Phạm Thuần**

Từ bảng biến thiên suy ra :

$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty, \text{ suy ra loại phương án A, C.}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty, \text{ suy ra loại phương án D.}$$

Vậy chọn phương án B.

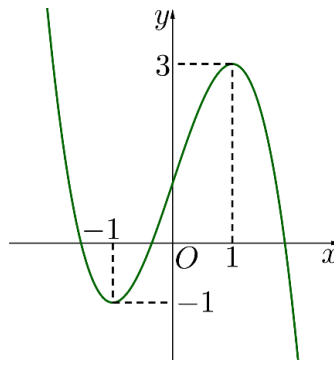
**Câu 25. [Mức độ 1]** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $Oxz$  có phương trình là

- A.  $x=0$ .      B.  $z=0$ .      C.  $x+y+z=0$ .      **D.  $y=0$ .**

**Lời giải****FB tác giả: Dieuptnguyen**

Mặt phẳng  $Oxz$  có phương trình là  $y=0$

**Câu 26. [Mức độ 1]** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. -1.

Lời giải

FB tác giả: Dieuptnguyen

Dựa vào đồ thị ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho là 3.

**Câu 27.** [Mức độ 1] Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(2;1;-1)$  và có véc tơ chỉ phương  $\vec{u}(1;-2;3)$  là

A.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ .

B.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$ .

C.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$ .

D.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{3}$ .

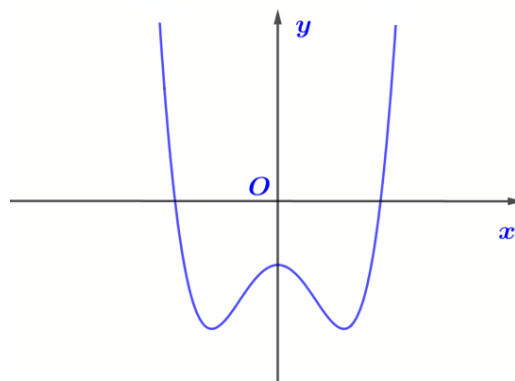
Lời giải

FB tác giả: Dieuptnguyen

Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(2;1;-1)$  có véc tơ chỉ phương  $\vec{u}(1;-2;3)$  có phương trình là

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$$

**Câu 28.** [Mức độ 1] Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Dieuptnguyen

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

**Câu 29.** [Mức độ 2] Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý thỏa mãn  $a \neq 1$  và  $\log_a b = 2$ , giá trị của  $\log_{a^2}(ab^2)$  bằng

- A. 2.                                      B.  $\frac{3}{2}$ .                                      C.  $\frac{1}{2}$ .                                      **D.  $\frac{5}{2}$ .**

**Lời giải**

**FB tác giả: Quang Phi**

Ta có  $\log_{a^2}(ab^2) = \frac{\log_a(ab^2)}{\log_a a^2} = \frac{1 + \log_a b^2}{2} = \frac{1 + 2\log_a b}{2} = \frac{1 + 2 \cdot 2}{2} = \frac{5}{2}$ .

**Câu 30.** [Mức độ 2] Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(5;2;1), B(1;0;1)$ . Phương trình của mặt cầu đường kính  $AB$  là

- A.  $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$ .                                      B.  $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 20$ .  
**C.  $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$ .**                                      D.  $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 20$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Quang Phi**

Trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  có tọa độ là  $(x_I; y_I; z_I)$ .

Trong đó  $x_I = \frac{5+1}{2} = 3; y_I = \frac{2+0}{2} = 1; z_I = \frac{1+1}{2} = 1$ . Suy ra  $I(3;1;1)$ .

Ta có  $\vec{IA} = (2;1;0), IA = \sqrt{4+1+0} = \sqrt{5}$ .

Mặt cầu đường kính  $AB$  có tâm là  $I(3;1;1)$  và bán kính  $R = IA = \sqrt{5}$  nên có phương trình là  $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$ .

**Câu 31.** [Mức độ 2] Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;2;-1)$  và mặt phẳng  $(P): x+2y+z=0$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là

- A.  $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1+t \end{cases}$ .                                      B.  $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$ .                                      C.  $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$ .                                      **D.  $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$ .**

**Lời giải**

**FB tác giả: Quang Phi**

Mặt phẳng  $(P): x+2y+z=0$  có véc tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (1;2;1)$ .

Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A(1;2;-1)$  và vuông góc với  $(P)$  nhận  $\vec{n} = (1;2;1)$  làm véc tơ chỉ

phương nên có phương trình tham số là  $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$

**Câu 32.** [Mức độ 2] Biết đường thẳng  $y = x - 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{-x+5}{x-2}$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ là  $x_1, x_2$ . Giá trị  $x_1 + x_2$  bằng

A. -1.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

FB tác giả: Quang Phi

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng  $y = x - 1$  và đồ thị hàm số  $y = \frac{-x+5}{x-2}$  là

$$x - 1 = \frac{-x+5}{x-2} \quad (1)$$

Với  $x \neq 2$ , phương trình (1)  $\Leftrightarrow (x-1)(x-2) = -x+5 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = -x+5$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Đặt  $x_1 = -1, x_2 = 3$ . Khi đó  $x_1 + x_2 = -1 + 3 = 2$ .

**Câu 33.** [Mức độ 2] Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-4), \forall x \in \mathbb{R}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng

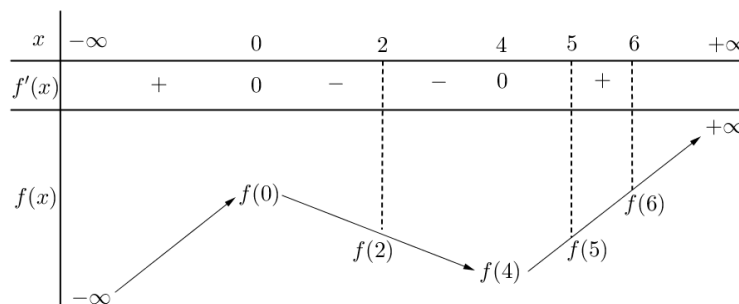
A.  $f(4) > f(0)$ .B.  $f(0) > f(2)$ .C.  $f(5) > f(6)$ .D.  $f(4) > f(2)$ .

Lời giải

FB tác giả: Thầy Tú Toán Bmt

Ta có  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$ .

Bảng biến thiên

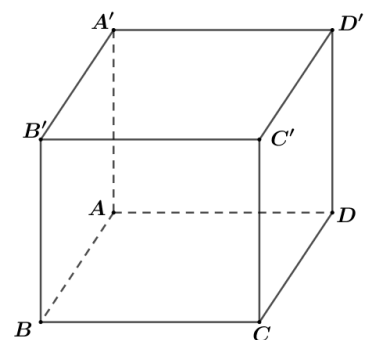


Từ bảng biến thiên của hàm số  $f(x)$  suy ra là  $f(0) > f(2)$  khẳng định đúng.

**Câu 34.** [Mức độ 3] Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB=1, BC=2, AA'=2$  (tham khảo như hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AD'$  và  $DC'$  bằng

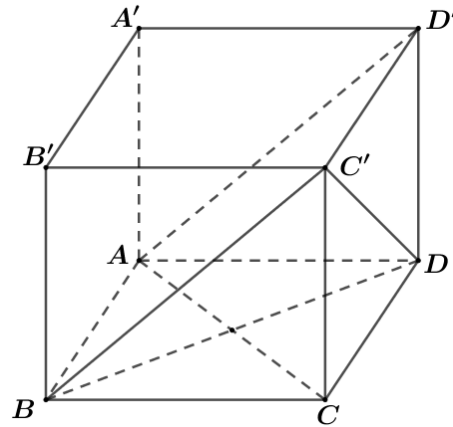
A.  $\sqrt{2}$ .B.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

Lời giải





FB tác giả: Thầy Tú Toán Bmt



Ta có  $AD' \parallel BC' \Rightarrow AD' \parallel (BDC')$   
 $\Rightarrow d(AD', DC') = d(AD', (BDC')) = d(A, (BDC')) = d(C, (BDC'))$ .

$$\text{Mà } \frac{1}{d^2(C, (BDC'))} = \frac{1}{CD^2} + \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(C, (BDC')) = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(AD', DC') = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

**Câu 35.** [Mức độ 2] Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ bằng

A.  $\frac{72}{143}$ .

B.  $\frac{15}{143}$ .

**C.  $\frac{128}{143}$ .**

D.  $\frac{71}{143}$ .

Lời giải

FB tác giả: Thầy Tú Toán Bmt

Số phần tử của không gian mẫu là  $n(\Omega) = C_{13}^8 = 715$ .

Gọi biến cố  $A$ : “4 học sinh được chọn có cả nam và nữ”.

$$\text{Ta có: } n(A) = C_{13}^4 - (C_5^4 + C_8^4) = 640.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{640}{715} = \frac{128}{143}.$$

**Câu 36.** [Mức độ 2] Gọi  $z_1, z_2$  lần lượt là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 6z + 14 = 0$  và  $M, N$  lần lượt là điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$  trên mặt phẳng tọa độ. Trung điểm của đoạn thẳng  $MN$  có tọa độ là

A.  $(3; 7)$ .

B.  $(-3; 0)$ .

**C.  $(3; 0)$ .**

D.  $(-3; 7)$ .

Lời giải

FB tác giả: Thầy Tú Toán Bmt

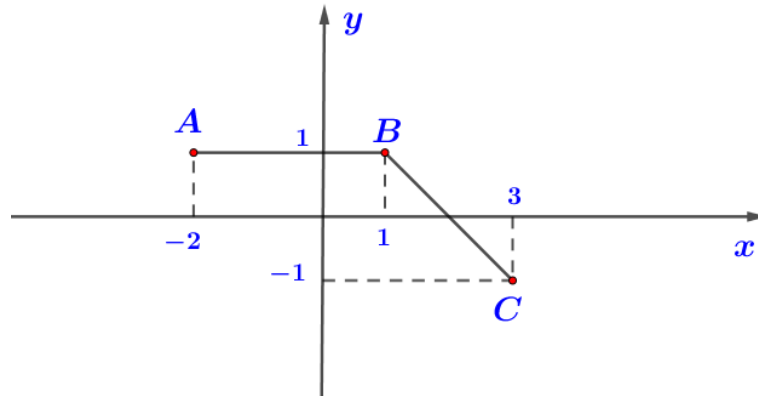
$$\text{Ta có: } z^2 - 6z + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 + \sqrt{5}i \\ z_2 = 3 - \sqrt{5}i \end{cases}.$$

Suy ra  $M(3; -\sqrt{5})$  và  $N(3; -\sqrt{5})$ .

Vậy trung điểm của đoạn thẳng  $MN$  có tọa độ là  $(3; 0)$ .

**Câu 37.** Đường gấp khúc  $ABC$  trong hình bên là đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-2; 3]$ . Tích phân  $\int_{-2}^3 f(x) dx$  bằng

- A. 4.                      B.  $\frac{9}{2}$ .                      C.  $\frac{7}{2}$ .                      **D. 3.**



**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \int_{-2}^3 f(x) dx = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$$

Đường thẳng  $AB$  có phương trình là:  $y = 1$ .

Đường thẳng  $BC$  đi qua  $B(1; 1); C(3; -1)$  nên có phương trình là:  $y = -x + 2$ .

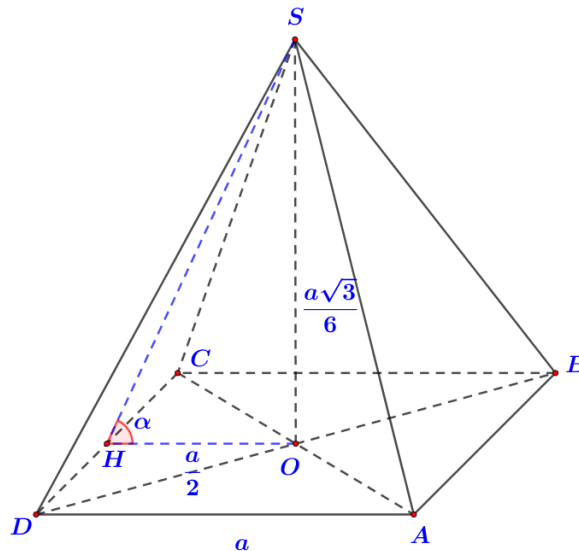
$$y = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\int_{-2}^3 f(x) dx = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = \int_{-2}^1 1 dx + \int_1^2 (-x + 2) dx + \int_2^3 (-x + 2) dx = 3.$$

**Câu 38.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $\frac{\sqrt{3}a}{6}$ . Góc giữa mặt phẳng  $(SCD)$  và mặt phẳng đáy bằng

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      **D.  $30^\circ$ .**

**Lời giải**



Gọi  $O = AC \cap BD$ ;  $H$  là trung điểm của  $CD$ .

Ta có:  $CD \perp OH$ ;  $CD \perp SO$  (vì  $S.ABCD$  là hình chóp đều) nên  $CD \perp (SHO)$ .

$$\begin{cases} (SHO) \cap (SCD) = SH \\ (SHO) \cap (ABCD) = OH \end{cases} \Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = (SH, OH) = SHO.$$

Xét tam giác  $SHO$  vuông tại  $H$  ta có:  $\tan SHO = \frac{SO}{OH} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SHO = 30^\circ$ .

### CÁCH 2 :

Gọi  $O = AC \cap BD$ ;  $H$  là trung điểm của  $CD$ .

Ta có  $S.ABCD$  là hình chóp đều nên  $SC = SD \Rightarrow \Delta SCD$  cân tại  $S \Rightarrow SH \perp CD$ .

Lại có  $ABCD$  là hình vuông nên  $OH \perp CD$ ;  $OH = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} a$ .

Xét hai mặt phẳng  $(SCD)$  và  $(ABCD)$  có giao tuyến là  $CD$ ,  $SH$  nằm trên  $(SCD)$ ,  $OH$  nằm trên  $(ABCD)$ ,  $OH$  và  $SH$  cùng vuông góc với  $CD$  nên góc giữa hai mặt phẳng  $(SCD)$  và  $(ABCD)$  là góc  $SHO$ .

Xét tam giác  $SHO$  vuông tại  $H$  ta có:  $\tan SHO = \frac{SO}{OH} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SHO = 30^\circ$ .

**Chọn đáp án D.**

**Câu 39.** [Mức độ 3] Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(7^x - 49)(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 6) < 0$ ?

A. 728.

**B. 726.**

C. 725.

D. 729.

### Lời giải

Điều kiện:  $x > 0$ .

Có  $7^x - 49 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$$\log_3^2 x - 7\log_3 x + 6 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x - 1)(\log_3 x - 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 3^6 = 729 \end{cases}$$

Xét dấu:

$x$	0	2	3	729			
$VT$	0	-	0	+	0	-	0

Từ bảng xét dấu  $\Rightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 3 < x < 729 \end{cases}$ .

Vậy ta có 726 số thỏa mãn. **Chọn B.**

**Câu 40.** Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $d$  cắt  $(P)$  tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $d$  có diện tích  $S = \frac{125}{9}$ . Tích phân

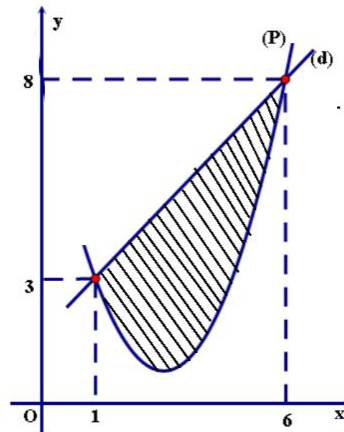
$$\int_1^6 (2x-5)f'(x)dx \text{ bằng}$$

A.  $\frac{830}{9}$

B.  $\frac{178}{9}$

**C.  $\frac{340}{9}$**

D.  $\frac{925}{18}$



**Lời giải**

Đường thẳng  $(d)$  đi qua hai điểm  $(1;3)$  và  $(6;8)$ .

$\Rightarrow$  Phương trình đường thẳng  $(d)$ :  $y = x + 2$ .

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x + 2$ ,  $y = f(x)$ ,  $x = 1$ ,  $x = 6$  là:

$$S = \int_1^6 [(x+2) - f(x)] dx = \frac{55}{2} - \int_1^6 f(x) dx = \frac{125}{9} \Rightarrow \int_1^6 f(x) dx = \frac{245}{18}.$$

$$\text{Ta có: } I = \int_1^6 (2x-5)f'(x) dx = \int_1^6 (2x-5)d(f(x)) = (2x-5)f(x)\Big|_1^6 - \int_1^6 2f(x) dx$$

$$I = 7f(6) + 3f(1) - 2\int_1^6 f(x) dx = 7 \cdot 8 + 3 \cdot 3 - 2 \cdot \frac{245}{18} = \frac{340}{9}. \text{ Vậy: } I = \frac{340}{9}.$$

**Chọn đáp án C**

**Câu 41.** [ **Mức độ 3** ] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$ , hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 3mx + \frac{5}{3}$  có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng  $(-2;5)$ ?

A. 16.

B. 6.

C. 17.

**D. 7.**

**Lời giải**

FB tác giả: Bi Trần

+) TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ ;  $y' = -3x^2 + 6x - 3m$

+) Hàm số có cực trị  $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 9m > 0 \Leftrightarrow m < 1$

$$\text{Khi đó hai điểm cực trị của hàm số là } \begin{cases} x_2 = \frac{-3 - \sqrt{9 - 9m}}{-3} = 1 + \sqrt{1 - m} \\ x_1 = \frac{-3 + \sqrt{9 - 9m}}{-3} = 1 - \sqrt{1 - m} \end{cases}$$

+) Hàm số có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng  $(-2; 5)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \leq -2 < x_2 < 5 \\ -2 < x_1 < 5 \leq x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 1 + \sqrt{1 - m} < 5 \\ 1 - \sqrt{1 - m} \leq -2 \\ -2 < 1 - \sqrt{1 - m} < 5 \\ 1 + \sqrt{1 - m} \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq \sqrt{1 - m} < 4 \\ \sqrt{1 - m} < 3 \\ \sqrt{1 - m} \geq 4 \end{cases} \quad (l) \Leftrightarrow 9 \leq 1 - m < 16$$

$\Leftrightarrow -15 < m \leq -8$

Mà  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-14; -13; \dots; -8\}$

Vậy có 7 giá trị nguyên của tham số  $m$ .

**Câu 42.** [Mức độ 3] Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương trên khoảng  $(0; +\infty)$ , có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn  $f(x) \ln f(x) = x(f(x) - f'(x))$ ,  $\forall x \in (0; +\infty)$ . Biết  $f(1) = f(3)$ , giá trị  $f(2)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A. (12; 14).

B. (4; 6).

C. (1; 3).

D. (6; 8).

Lời giải

FB tác giả: Võ Tự Lực

Ta có:  $f(x) \ln f(x) = x(f(x) - f'(x)) \Leftrightarrow f(x) \ln f(x) = xf(x) - xf'(x)$

$\Leftrightarrow f(x) \ln f(x) + xf'(x) = xf(x) \Leftrightarrow \ln f(x) + x \frac{f'(x)}{f(x)} = x$

$\Leftrightarrow [x \ln f(x)]' = x \Rightarrow x \ln f(x) = \frac{x^2}{2} + C \quad (1).$

Thế  $x=1$  vào (1) ta được  $\ln f(1) = \frac{1}{2} + C \Leftrightarrow 3 \ln f(1) = \frac{3}{2} + 3C$ .

Thế  $x=3$  vào (1) ta được  $3 \ln f(3) = \frac{9}{2} + C$

Do  $f(1) = f(3)$  nên  $3 \ln f(1) = 3 \ln f(3)$ . Suy ra

$\frac{3}{2} + 3C = \frac{9}{2} + C \Leftrightarrow 2C = 3 \Leftrightarrow C = \frac{3}{2} \Rightarrow x \ln f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{3}{2} \quad (2).$

Thế  $x=2$  vào biểu thức trên ta được

$$2 \ln f(2) = 2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2} \Leftrightarrow \ln f(2) = \frac{7}{4} \Leftrightarrow f(2) = e^{\frac{7}{4}} \approx 5,755 \in (4; 6)$$

**Câu 43. Mức độ 4]** Gọi  $S$  là tập hợp các số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 6$  và  $ab \leq 0$ . Xét  $z_1$  và  $z_2$  thuộc  $S$  sao cho  $\frac{z_1 - z_2}{-1 + i}$  là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $|z_1 + 3i| + |z_2|$  bằng

A.  $3\sqrt{2}$ .

B. 3.

C.  $3\sqrt{5}$ .

D.  $3 + 3\sqrt{2}$ .

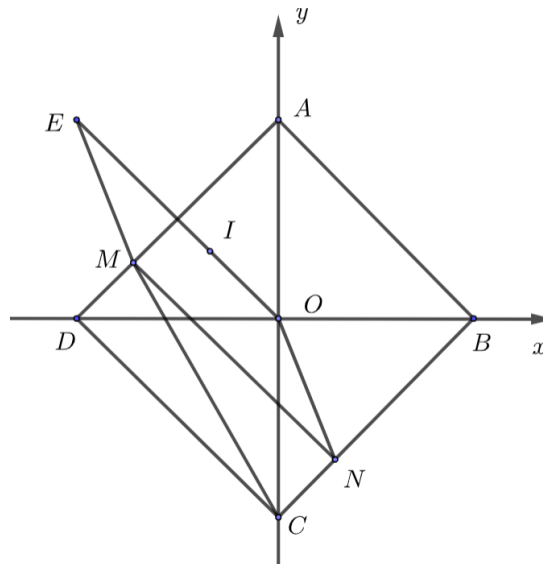
**Lời giải**

**FB tác giả: Thủy Lưu**

Với  $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$ .

Ta có  $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 6 \Leftrightarrow |2a| + |2bi| = 6 \Leftrightarrow |a| + |b| = 3$ .

Mà  $ab \leq 0$  nên  $M(a; b)$  biểu diễn số phức  $z = a + bi$  thuộc cạnh  $AD, BC$  của hình vuông  $ABCD$  tâm  $O$  cạnh  $3\sqrt{2}$ , với  $A(0; 3), B(3; 0), C(0; -3), D(-3; 0)$ .



Giả sử  $M, N$  lần lượt biểu diễn số phức  $z_1$  và  $z_2$ .

Ta có  $\frac{z_1 - z_2}{-1 + i} = k$  ( $k > 0$ )  $\Leftrightarrow z_1 - z_2 = k(-1 + i) \Rightarrow \overrightarrow{NM} = k\overrightarrow{OI}$ ; với  $I(-1; 1)$ .

Có:  $\overrightarrow{OI} = h\overrightarrow{BA}$  ( $h > 0$ )  $\overrightarrow{NM} = k.h\overrightarrow{BA}$ ;  $kh > 0$ .

Suy ra  $N$  thuộc cạnh  $BC$ ,  $M$  thuộc cạnh  $AD$  và  $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{BA}$ .

Ta có  $|z_1 + 3i| + |z_2| = MC + ON = MC + ME \geq EC$ . (Với  $E$  là đỉnh của hình bình hành  $MNOE$ )

Trong đó  $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{BA} = (-3; 3) \Rightarrow E(-3; 3)$ .

Suy ra  $EC = 3\sqrt{5}$ .

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $|z_1 + 3i| + |z_2|$  bằng  $3\sqrt{5}$ .

**Câu 44.** [Mức độ 3] Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $SA = SB = SC = AC = a$ ,  $SB$  tạo với mặt phẳng  $(SAC)$  một góc  $30^\circ$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A.  $\frac{a^3}{4}$ .

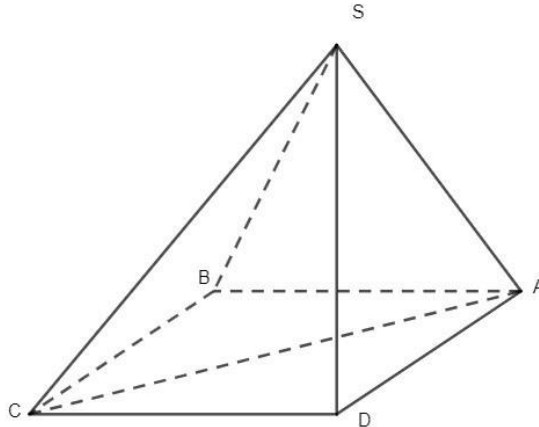
B.  $\frac{a^3}{8}$ .

C.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .

D.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$ .

**Lời giải**

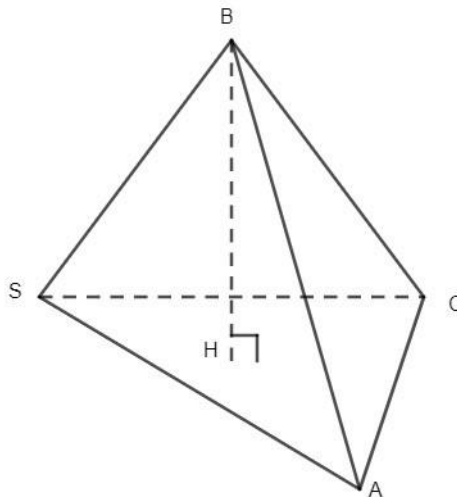
**FB tác giả: Đào Nguyễn**



Ta có  $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2V_{B.SAC}$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $B$  trên  $mp(SAC)$ .

$\Rightarrow SH$  là hình chiếu của  $SB$  trên  $mp(SAC)$ .



Suy ra góc giữa  $SB$  và  $(SAC)$  là góc giữa  $SB$  và  $SH$ , cũng là góc  $BSH$ .

Xét  $\triangle BSH$  vuông tại  $H$  có  $SB = a$ ,  $BSH = 30^\circ \Rightarrow BH = SB \cdot \sin BSH = a \cdot \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$ .

Tam giác  $SAC$  là tam giác đều cạnh  $a$  nên có diện tích  $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

Ta có  $V_{B.SAC} = \frac{1}{3} BH \cdot S_{\triangle SAC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .

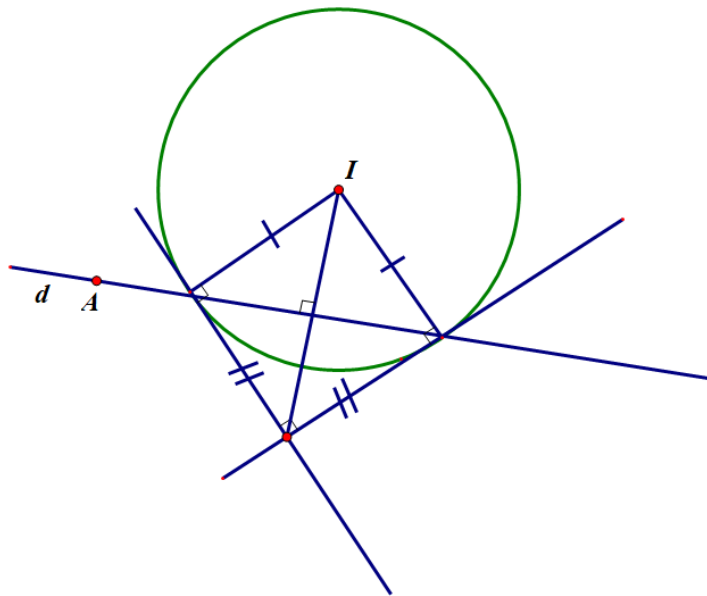
Vậy  $V_{S.ABCD} = 2 \cdot \frac{a^3 \sqrt{3}}{24} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$ .

**Câu 45.** [Mức độ 3] Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$  và đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(1;0;-2)$ , nhận  $\vec{u} = (1;a;1-a)$  (với  $a \in \mathbb{R}$ ) làm vectơ chỉ phương. Biết rằng  $d$  cắt  $(S)$  tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của  $(S)$  tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi  $a^2$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$ .      **B.  $(\frac{3}{2}; 2)$ .**      C.  $(7; \frac{15}{2})$ .      D.  $(0; \frac{1}{4})$ .

Lời giải

FB tác giả: Trần Ánh Hồng



+) Ta có: Mặt cầu  $(S): \begin{cases} I(1; -2; -1) \\ R = 2 \end{cases}$  và điểm  $A(1; 0; -2)$   
 $\Rightarrow \vec{IA} = (0; 2; -1) \Rightarrow IA = \sqrt{5} > R \Rightarrow A$  nằm ngoài mặt cầu.  
 +) Mặt khác:  $\vec{u} = (1; a; 1-a)$  và  $[\vec{IA}, \vec{u}] = (2-a; -1; -2)$ .

Yêu cầu đề bài:

$\Rightarrow d_{(I,d)} = \frac{R\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{5+(2-a)^2}}{\sqrt{1+a^2+(1-a)^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 = \frac{5}{3}$ .

**Câu 46.** [Mức độ 3] Trên tập số phức, xét phương trình  $z^2 + az + b = 0 (a, b \in \mathbb{R})$ . Có bao nhiêu cặp số  $(a; b)$  để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 - 2| = 2$  và  $|z_2 + 1 - 4i| = 4$ ?

- A. 2.      B. 3.      C. 6.      **D. 4.**

Lời giải

FB tác giả: Lưu Thêm

Phương trình  $z^2 + az + b = 0 (a, b \in \mathbb{R})$  (1). Có:  $\Delta = a^2 - 4b$ .

Trường hợp 1:  $\Delta > 0$ .



Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  là các nghiệm thực  
 $(z_1 = m; z_2 = n; m \neq n; m, n \in \mathbb{R})$ .

$$* |z_1 - 2| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 0 \\ z_1 = 4 \end{cases}$$

$$* |z_2 + 1 - 4i| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(n+1)^2 + 16} = 4 \Leftrightarrow n = -1 \Leftrightarrow z_2 = -1.$$

$$\text{Với } \begin{cases} z_1 = 0 \\ z_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\text{Với } \begin{cases} z_1 = 4 \\ z_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -4 \end{cases}$$

Trường hợp 2:  $\Delta < 0$ .

Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  và  $z_2 = \overline{z_1}$ .

Đặt  $z_1 = x + yi \Rightarrow z_2 = x - yi; x, y \in \mathbb{R}$ .

$$\text{Có: } \begin{cases} |z_1 - 2| = 2 \\ |z_2 + 1 - 4i| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = 4 \\ (x+1)^2 + (y+4)^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x + 8y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 8y + 1 = 0 \text{ (d)} \\ x^2 + y^2 - 4x = 0 \text{ (C)} \end{cases}, (I).$$

Mặt khác: (C) có tâm  $I(2;0), R=2$  và  $d(I, d) = \frac{13}{10} < R \Rightarrow$  Hệ (I) có 2 nghiệm phân biệt  
 $\Rightarrow$  có 2 cặp  $(a; b)$  thỏa mãn đề bài.

Vậy có 4 cặp số  $(a, b)$ .

**Câu 47.** [Mức độ 4] Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của  $y$  sao cho ứng với mỗi  $y$ , tồn tại duy nhất một giá trị của  $x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right]$  thỏa mãn  $\log_3(x^3 - 6x^2 + 9x + y) = \log_2(-x^2 + 6x - 5)$ . Số phần tử của tập  $S$  là

A. 7.

B. 1.

**C. 8.**

D. 3.

**Lời giải**

**FB tác giả: Thượng Đàm**

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} -x^2 + 6x - 5 > 0 \\ x^3 - 6x^2 + 9x + y > 0 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } \log_3(x^3 - 6x^2 + 9x + y) = \log_2(-x^2 + 6x - 5) \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x + y = 3^{\log_2(-x^2 + 6x - 5)}$$

$$\Leftrightarrow y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 3^{\log_2(-x^2 + 6x - 5)}$$

$$y' = -3x^2 + 12x - 9 + \frac{2x + 6}{(-x^2 + 6x - 5) \ln 2} 3^{\log_2(-x^2 + 6x - 5)} \cdot \ln 3$$

$$y' = -(x-3) \left[ 3(x-1) + \frac{3^{\log_2(-x^2+6x-5)} \cdot \ln 3}{(-x^2+6x-5) \ln 2} \right]$$

Với  $x \in \left[ \frac{3}{2}; \frac{9}{2} \right]$ , ta có  $3(x-1) > 0$ ;  $\frac{3^{\log_2(-x^2+6x-5)} \cdot \ln 3}{(-x^2+6x-5) \ln 2} > 0$ . Do đó,  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 3$ .

Ta có bảng biến thiên sau:

$x$	$\frac{3}{2}$		3		$\frac{9}{2}$
$y'$		+	0	-	
$y$			9		

$-0,9$  ↗ ↘  $-7,7$

Mà  $y \in \mathbb{Z}$ , từ bảng biến thiên, yêu cầu bài toán thỏa mãn khi  $\begin{cases} y = 9 \\ -7 \leq y \leq -1 \end{cases}$ .

Vậy tập  $S$  có 8 giá trị.

**Câu 48.** [Mức độ 3] Xét khối nón ( $N$ ) có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng 2. Khi ( $N$ ) có độ dài đường sinh bằng  $2\sqrt{3}$ , thể tích của nó bằng

A.  $2\sqrt{3}\pi$ .

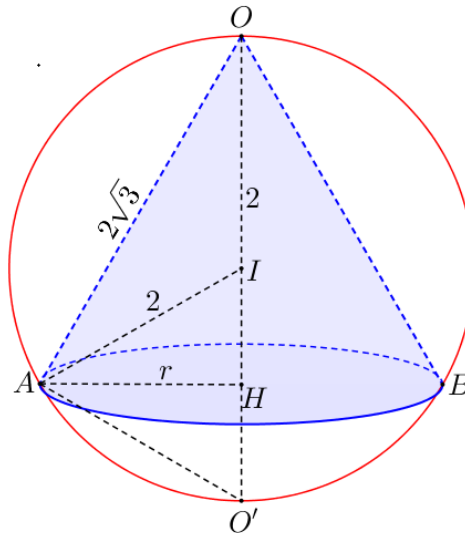
**B.  $3\pi$ .**

C.  $6\sqrt{3}\pi$ .

D.  $\pi$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Vũ Việt Tiến**



Gọi  $OO'$  là đường kính. Khi đó tam giác  $OAO'$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH \perp OO'$  tại  $H$

$$+ O'A = \sqrt{4^2 - OA^2} \Rightarrow O'A = 2.$$

$$+ \text{Ta có } AH \cdot OO' = OA \cdot AO' \Leftrightarrow r \cdot 4 = 2 \cdot 2\sqrt{3} \Leftrightarrow r = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = 3.$$

$$+ \text{Thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3} \cdot OH \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \pi \cdot 3 = 3\pi.$$

**Câu 49.** Trong không gian  $Oxyz$ , xét mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(4;8;12)$  và bán kính  $R$  thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $R$  sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của  $(S)$  trong mặt phẳng  $(Oyz)$  mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua  $O$  và góc giữa chúng không nhỏ hơn  $60^\circ$ ?

A. 6.

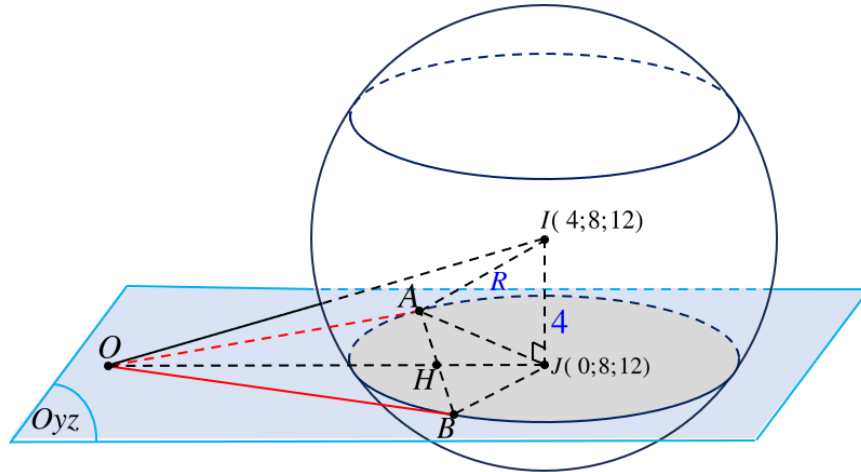
B. 2.

C. 10.

D. 5.

Lời giải

FB tác giả: Lưu Thâm



TH1 :  $(S)$  tiếp xúc với  $(Oyz)$  tại  $O \Rightarrow R = OI = 4\sqrt{14} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$  Loại.

TH2 :  $(S)$  cắt  $(Oyz)$  theo giao tuyến là đường tròn  $(C)$

$$+) OJ^2 = 208$$

$$+) JA^2 = R^2 - 16$$

$$+) AB^2 = 4AH^2 = 4\left(\frac{OA \cdot JA}{OJ}\right)^2 = \frac{OA^2 \cdot JA^2}{52} \Rightarrow \frac{AB^2}{OA^2} = \frac{R^2 - 16}{52}$$

$$+) \cos AOB = \frac{2OA^2 - AB^2}{2OA^2} = 1 - \frac{AB^2}{2OA^2} = \frac{120 - R^2}{104}$$

$$+) \text{Góc giữa hai đường thẳng } OA, OB \in [60^\circ; 90^\circ]$$

$$\Leftrightarrow 60^\circ \leq AOB \leq 120^\circ$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \frac{120 - R^2}{104} \leq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow -52 \leq 120 - R^2 \leq 52$$

$$\Leftrightarrow 68 \leq R^2 \leq 172$$

$$\Rightarrow R \in \{9; 10; 11; 12; 13\}.$$

**Câu 50.** [Mức độ 4] Cho hàm số  $f(x) = x^4 - 32x^2 + 4$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$ , tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng  $-3; 2$  của phương trình  $f(x^2 + 2x + 3) = m$  bằng  $-4$ ?

A. 145.

B. 142.

C. 144.

D. 143.

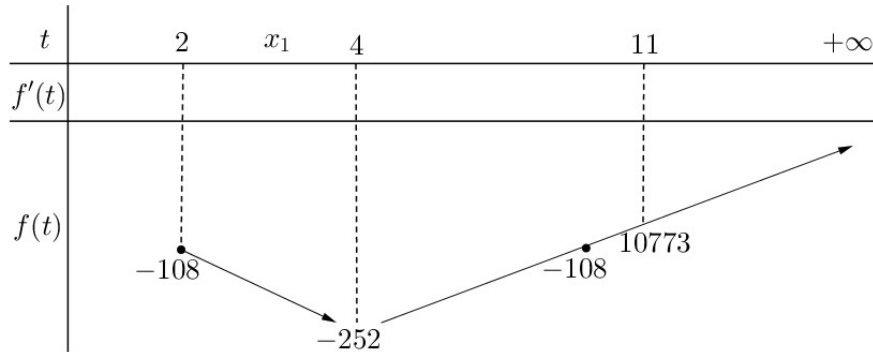
Lời giải

FB tác giả:

Ta có:  $f'(x) = 4x^3 - 64x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \\ x = 4 \end{cases}$ .

Đặt  $t = x^2 + 2x + 3$ . Với  $x \in -3; 2 \Rightarrow t \in 2; 11$ .

Xét  $y = f(t)$  với  $t \in 2; 11$ , ta có bảng biến thiên:



**Nhận xét:** Phương trình  $f(t) = m$  có một nghiệm  $t_0$ , tức là  $x^2 + 2x + 3 = t_0$  (1) thì hiển nhiên tổng hai nghiệm của (1) luôn bằng  $-2$  và (1) có hai nghiệm phân biệt khi  $t_0 > 2$ .

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow$  Phương trình  $f(t) = m$  có hai nghiệm phân biệt thuộc  $2; 11$

$\Leftrightarrow -252 < m < -108$ . Do  $m \in \mathbb{Z}$ , vậy có tất cả 143 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn.



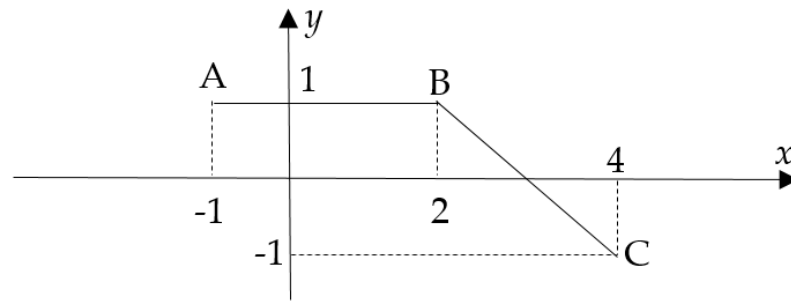
**ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023**  
**MÔN TOÁN, MÃ 102**  
**THỜI GIAN: 90 PHÚT**

**TỔ 2**

- Câu 1.** [2D4-1.2-1] Trên mặt phẳng tọa độ, điểm  $M(-2;2)$  là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?  
**A.**  $-2+2i$ .                      **B.**  $2-2i$ .                      **C.**  $2i$ .                      **D.**  $2+2i$ .
- Câu 2.** [2D3-1.1-1] Khẳng định nào dưới đây đúng?  
**A.**  $\int x^5 dx = 5x^4 + C$ .                      **B.**  $\int x^5 dx = x^6 + C$ .  
**C.**  $\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + C$ .                      **D.**  $\int x^5 dx = \frac{x^5}{\ln 5} + C$ .
- Câu 3.** [2D3-2.1-1] Nếu  $\int_1^4 f(x) dx = 6$  thì  $2 \int_1^4 f(x) dx$  bằng  
**A.** 3.                      **B.** 4.                      **C.** 12.                      **D.** 8.
- Câu 4.** [2D2-6.1-1] Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(3x) > \log_2 5$  là:  
**A.**  $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$ .                      **B.**  $\left(0; \frac{5}{3}\right)$ .                      **C.**  $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$ .                      **D.**  $\left(0; \frac{3}{5}\right)$ .
- Câu 5.** [2D2-3.2-1] Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_7(7a)$  bằng  
**A.**  $1 - \log_7 a$ .                      **B.**  $1 + \log_7 a$ .                      **C.**  $1 + a$ .                      **D.**  $a$ .
- Câu 6.** [2H1-3.2-1] Cho khối chóp có diện tích đáy  $B = 9a^2$  và chiều cao  $h = 2a$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng  
**A.**  $3a^3$ .                      **B.**  $6a^3$ .                      **C.**  $18a^3$ .                      **D.**  $24a^3$ .
- Câu 7.** [2D3-2.1-1] Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  và  $F(1) = 3, F(3) = 6$ . Tích phân  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng  
**A.** 9.                      **B.**  $-3$ .                      **C.** 3.                      **D.** 2.
- Câu 8.** [2H1-3.4-1] Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích  $V$  và có chiều cao  $h$  bằng  
**A.**  $\frac{V}{h}$ .                      **B.**  $\frac{3V}{h}$ .                      **C.**  $\frac{V}{3h}$ .                      **D.**  $Vh$ .
- Câu 9.** [2D1-1.1-1] Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^3, \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?  
**A.**  $(-\infty; +\infty)$ .                      **B.**  $(-\infty; 1)$ .                      **C.**  $(0; +\infty)$ .                      **D.**  $(-\infty; 0)$ .
- Câu 10.** [2D2-4.2-1] Đạo hàm của hàm số  $y = \log_3(x+1)$  là  
**A.**  $y' = -\frac{1}{\ln 3}$ .                      **B.**  $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}$ .                      **C.**  $y' = \frac{1}{(x+1)}$ .                      **D.**  $y' = \frac{x+1}{\ln 3}$ .
- Câu 11.** [1D2-2.1-2] Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập  $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ ?  
**A.** 18.                      **B.** 216.                      **C.** 20.                      **D.** 120.



- Câu 19.** [2H3-1.1-1] Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-2; 3; 1)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là  
**A.**  $(0; 0; 1)$ .                      **B.**  $(-2; 0; 0)$ .                      **C.**  $(0; 3; 1)$ .                      **D.**  $(0; 3; 0)$ .
- Câu 20.** [2H3-1.1-1] Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$  cắt trục  $Oy$  tại điểm có tọa độ là  
**A.**  $(0; 5; 0)$ .                      **B.**  $(0; 3; 0)$ .                      **C.**  $(0; -1; 0)$ .                      **D.**  $(0; 2; 0)$ .
- Câu 21.** [2D4-1.1-1] Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?  
**A.**  $-i$ .                      **B.**  $2$ .                      **C.**  $1-i$ .                      **D.**  $1+i$ .
- Câu 22.** [2D1-5.4-1] Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^2 + 2x$  và trục hoành là  
**A.**  $3$ .                      **B.**  $2$ .                      **C.**  $1$ .                      **D.**  $0$ .
- Câu 23.** [2H3-1.3-1] Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 0; -1)$  và bán kính  $R = \sqrt{2}$ . Phương trình của  $(S)$  là  
**A.**  $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = \sqrt{2}$ .                      **B.**  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$ .  
**C.**  $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$ .                      **D.**  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{2}$ .
- Câu 24.** [2D1-2.1-1] Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+2)(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là  
**A.**  $2$ .                      **B.**  $0$ .                      **C.**  $3$ .                      **D.**  $1$ .
- Câu 25.** [2D4-2.1-2] Cho các số phức  $z_1 = 2 + 3i, z_2 = i$ . Số phức  $z_1 z_2$  bằng  
**A.**  $-3 + 2i$ .                      **B.**  $2 + 4i$ .                      **C.**  $2 - 3i$ .                      **D.**  $3 - 2i$ .
- Câu 26.** [2D3-1.1-2] Cho hàm số  $f(x) = 1 + 2\cos 2x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?  
**A.**  $\int f(x) dx = x + 2\sin 2x + C$ .                      **B.**  $\int f(x) dx = x + \sin 2x + C$ .  
**C.**  $\int f(x) dx = x - \sin 2x + C$ .                      **D.**  $\int f(x) dx = x - 2\sin 2x + C$ .
- Câu 27.** [2H3-3.2-1] Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(-3; -1; 2)$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (4; 3; -2)$  là  
**A.**  $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{2}$ .                      **B.**  $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-2}$ .  
**C.**  $\frac{x+3}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-2}$ .                      **D.**  $\frac{x+4}{-3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{2}$ .
- Câu 28.** [1D3-4.1-1] Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2, u_2 = 8$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:  
**A.**  $4$ .                      **B.**  $-6$ .                      **C.**  $\frac{1}{4}$ .                      **D.**  $6$ .
- Câu 29.** [2D3-2.1-2] Đường gấp khúc  $ABC$  trong hình bên là đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1; 4]$ . Tích phân  $\int_{-1}^4 f(x) dx$  bằng



- A.  $\frac{7}{2}$ .                      B.  $\frac{9}{2}$ .                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 30.** [2D1-1.1-2] Hàm số  $y = x^4 - 2x^2$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; -1)$ .                      C.  $(-1; 0)$ .                      D.  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 31.** [1H3-2.3-2] Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có độ dài tất cả các cạnh bằng  $a$ . Góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $CD$  bằng

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

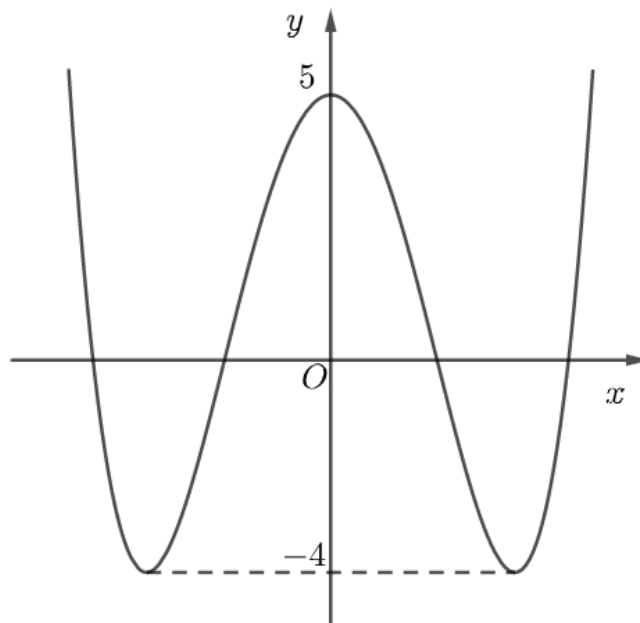
**Câu 32.** [2H3-3.2-2] Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; -1; 1)$  và mặt phẳng

$(P): 2x + 3y + z - 5 = 0$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là

- A.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .

**Câu 33.** [2D1-5.3-2] Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho với mỗi  $m$ , phương trình  $2f(x) = m$  có 4 nghiệm thực phân biệt?

- A. 4.                      B. 16.                      C. 17.                      D. 8.



**Câu 34.** [2H3-1.3-2] Trong không gian  $Oxyz$ , cho 2 điểm  $A(1; 2; 3)$  và  $B(-1; 0; 5)$ . Phương trình của mặt cầu đường kính  $AB$  là

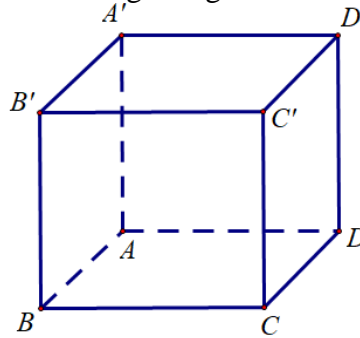
- A.  $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 3$ .                      B.  $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 12$ .



C.  $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 3$ .

D.  $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 12$ .

**Câu 35.** [1H3-5.4-3] Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB=1, BC=2, AA'=3$  (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB'$  và  $BC'$  bằng.



A.  $\frac{6}{7}$ .

B.  $\frac{6\sqrt{13}}{13}$ .

C.  $\frac{7}{6}$ .

D.  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ .

**Câu 36.** [2D2-4.1-2] Tập xác định của hàm số  $f(x) = \log_5(30-x^2)$  chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 11.

B. 5.

C. 6.

D. 10.

**Câu 37.** [2D4-2.3-2] Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z - 2\bar{z} = 1 + 6i$ . Môđun của  $z$  bằng

A. 5.

B.  $\sqrt{3}$ .

C.  $\sqrt{5}$ .

D. 3.

**Câu 38.** [1D2-5.2-2] Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ  $S$ , xác suất để chọn được số đó có tổng hai chữ số bằng 8 là

A.  $\frac{4}{81}$ .

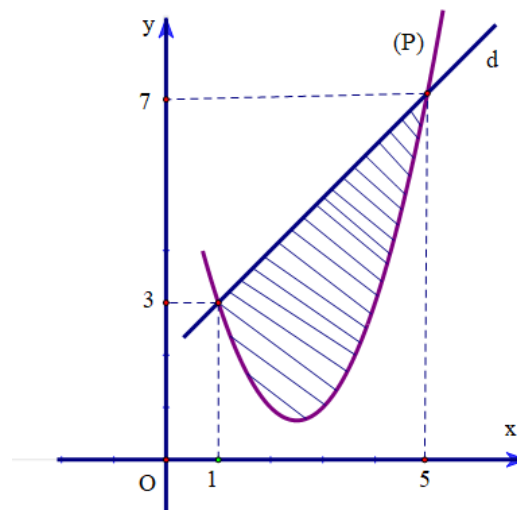
B.  $\frac{1}{9}$ .

C.  $\frac{7}{81}$ .

D.  $\frac{8}{81}$ .

**Câu 39.** [2D3-2.1-3] Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $(d)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $(d)$  có diện tích  $S = \frac{32}{3}$ .

Tính tích phân và  $\int_1^5 (2x-5)f'(x) dx$ .



A.  $\frac{104}{3}$ .

B.  $\frac{76}{3}$ .

C.  $\frac{22}{3}$ .

D.  $\frac{188}{3}$ .

**Câu 40.** [2D1-2.4-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$ , hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - mx + \frac{2}{3}$  có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng  $(0; 6)$ .

A. 24.

B. 25.

C. 26.

D. 23.

**Câu 41.** [2D2-6.2-3] Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(3^x - 27)(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 10) < 0$ ?



- Câu 50.** [2D1-5.3-4] Cho hàm số  $f(x) = x^4 - 18x^2 + 4$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$ , tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng  $(-4; 1)$  của phương trình  $f(x^2 + 4x + 5) = m$  bằng  $-8$ ?
- A. 63.                      B. 65.                      C. 62.                      D. 64.

----- HẾT -----



## TỔ 2

## HƯỚNG DẪN GIẢI

## BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.A	5.B	6.B	7.C	8.A	9.D	10.B
11.D	12.A	13.B	14.D	15.D	16.D	17.B	18.C	19.B	20.A
21.A	22.B	23.C	24.A	25.A	26.B	27.C	28.A	29.C	30.B
31.C	32.B	33.C	34.A	35.A	36.A	37.C	38.C	39.B	40.A
41.B	42.C	43.B	44.C	45.C	46.B	47.B	48.C	49.C	50.A

**Câu 1.** [2D4-1.2-1] Trên mặt phẳng tọa độ, điểm  $M(-2;2)$  là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

**A.**  $-2+2i$ .

**B.**  $2-2i$ .

**C.**  $2i$ .

**D.**  $2+2i$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Viet Dang**

$M(-2;2)$ . Vậy số phức biểu diễn điểm  $M$  là  $z = -2 + 2i$

**Câu 2.** [2D3-1.1-1] Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.**  $\int x^5 dx = 5x^4 + C$ .

**B.**  $\int x^5 dx = x^6 + C$ .

**C.**  $\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + C$ .

**D.**  $\int x^5 dx = \frac{x^5}{\ln 5} + C$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Viet Dang**

$$\int x^5 .dx = \frac{x^6}{6} + C$$

**Câu 3.** [2D3-2.1-1] Nếu  $\int_1^4 f(x)dx = 6$  thì  $2\int_1^4 f(x)dx$  bằng

**A.** 3.

**B.** 4.

**C.** 12.

**D.** 8.

**Lời giải**

**FB tác giả: Viet Dang**

$$2\int_1^4 f(x)dx = 2.6 = 12$$

**Câu 4.** [2D2-6.1-1] Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(3x) > \log_2 5$  là:

**A.**  $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$ .

**B.**  $\left(0; \frac{5}{3}\right)$ .

**C.**  $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$ .

**D.**  $\left(0; \frac{3}{5}\right)$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Viet Dang**

$$\log_2(3x) > \log_2 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x > 0 \\ 3x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$$

**Câu 5.** [2D2-3.2-1] Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_7(7a)$  bằng

A.  $1 - \log_7 a$ .

**B.  $1 + \log_7 a$ .**

C.  $1 + a$ .

D.  $a$ .

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Hải Thu

$$\log_7(7a) = \log_7 7 + \log_7 a = 1 + \log_7 a$$

**Câu 6.** [2H1-3.2-1] Cho khối chóp có diện tích đáy  $B = 9a^2$  và chiều cao  $h = 2a$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A.  $3a^3$ .

**B.  $6a^3$ .**

C.  $18a^3$ .

D.  $24a^3$ .

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Hải Thu

$$\text{Thể tích của khối chóp đó là } V = \frac{1}{3} B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 9a^2 \cdot 2a = 6a^3.$$

**Câu 7.** [2D3-2.1-1] Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  và  $F(1) = 3, F(3) = 6$ . Tích phân  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng

A. 9.

B. -3.

**C. 3.**

D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Hải Thu

$$\int_1^3 f(x) dx = F(x) \Big|_1^3 = F(3) - F(1) = 6 - 3 = 3.$$

**Câu 8.** [2H1-3.4-1] Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích  $V$  và có chiều cao  $h$  bằng

**A.  $\frac{V}{h}$ .**

B.  $\frac{3V}{h}$ .

C.  $\frac{V}{3h}$ .

D.  $Vh$ .

Lời giải

Gọi diện tích đáy của khối lăng trụ là  $B$  thì thể tích  $V$  của khối lăng trụ đó là  $V = Bh$

$$\Rightarrow B = \frac{V}{h}.$$

**Câu 9.** [2D1-1.1-1] Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^3, \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-\infty; +\infty)$ .

B.  $(-\infty; 1)$ .

C.  $(0; +\infty)$ .

**D.  $(-\infty; 0)$ .**

Lời giải

FB tác giả: giaonguyen

Ta thấy  $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x^3 < 0 \Leftrightarrow x < 0$ . Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$

**Câu 10.** [2D2-4.2-1] Đạo hàm của hàm số  $y = \log_3(x+1)$  là

A.  $y' = -\frac{1}{\ln 3}$ .

**B.  $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}$ .**

C.  $y' = \frac{1}{(x+1)}$ .

D.  $y' = \frac{x+1}{\ln 3}$ .

Lời giải

FB tác giả: giaonguyen

$$\text{Đạo hàm của hàm số } y = \log_3(x+1) \text{ là } y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}.$$

**Câu 11.** [1D2-2.1-2] Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập  $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ ?

A. 18.

B. 216.

C. 20.

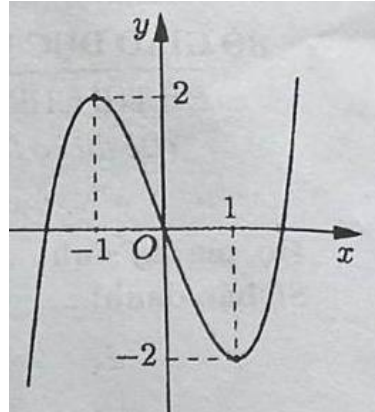
**D. 120.**

Lời giải

FB tác giả: giaonguyen

Số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập  $A$  là số các chỉnh hợp chập 3 của  $A$  là  $A_6^3 = 120$ .

**Câu 12.** [2D1-2.2-1] Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Điểm cực tiểu của hàm số là

**A.**  $x = 1$ .

**B.**  $x = -2$ .

**C.**  $x = -1$ .

**D.**  $x = 2$ .

**Lời giải**

Từ đồ thị hàm số ta thấy điểm cực tiểu của hàm số là  $x = 1$ .

**Câu 13.** [2D2-6.1-2] Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x \geq 8$  là

**A.**  $[-3; +\infty)$ .

**B.**  $[3; +\infty)$ .

**C.**  $(3; +\infty)$ .

**D.**  $(-3; +\infty)$ .

**Lời giải**

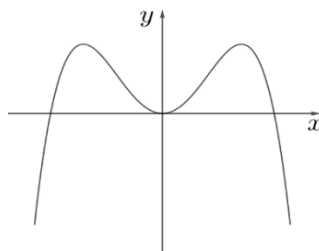
Ta có

$$2^x \geq 8 \Leftrightarrow 2^x \geq 2^3 \Leftrightarrow x \geq 3$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình  $2^x \geq 8$  là  $[3; +\infty)$ .

Chọn đáp án B.

**Câu 14.** [2D1-5.1-2] Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



**A.**  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ .

**B.**  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .

**C.**  $y = x^3 - 3x^2$ .

**D.**  $y = -x^4 + 2x^2$ .

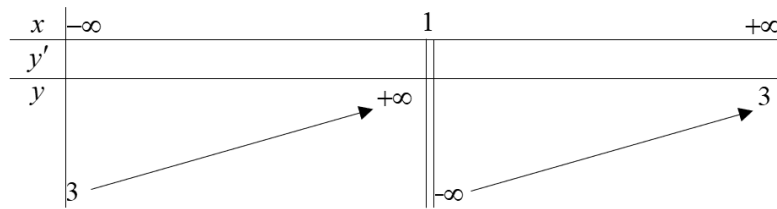
**Lời giải**

Đồ thị hàm số có dạng của hàm số trùng phương nên loại đáp án A và C.

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên chọn đáp án D.

**Câu 15.** [2D1-4.3-2] Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

**FB tác giả: Đỗ Hòa**



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A.  $x = -1$ .      B.  $x = -3$ .      C.  $x = 3$ .      **D.  $x = 1$ .**

**Lời giải**

*FB tác giả: Đỗ Hòa*

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$  suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là  $x = 1$ .

**Câu 16.** [2D2-1.3-2] Với  $a$  là số thực dương tùy ý, biểu thức  $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$  là

- A.  $a^5$ .      B.  $a^{\frac{5}{9}}$ .      C.  $a^{\frac{4}{3}}$ .      **D.  $a^2$ .**

**Lời giải**

*FB tác giả: Đỗ Hòa*

Ta có  $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{5+1}{3}} = a^2$

**Câu 17.** [2H2-1.2-1] Cho hình nón có bán kính đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $\sqrt{3}a$ . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- A.  $\sqrt{2}a$ .      **B.  $2a$ .**      C.  $\sqrt{10}a$ .      D.  $4a$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Nguyễn Văn Mộng*

Bán kính đáy:  $r = a$ ; chiều cao:  $h = \sqrt{3}a$

Độ dài đường sinh của hình nón là:  $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{a^2 + (\sqrt{3}a)^2} = 2a$

**Câu 18.** [2H2-1.2-1] Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $3a$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.  $8\pi a^2$ .      B.  $7\pi a^2$ .      **C.  $6\pi a^2$ .**      D.  $14\pi a^2$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Nguyễn Văn Mộng*

Bán kính đáy:  $r = a$ ; chiều cao:  $h = 3a$

Diện tích xung quanh của hình trụ là:  $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi r h = 2\pi \cdot a \cdot 3a = 6\pi a^2$

**Câu 19.** [2H3-1.1-1] Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-2; 3; 1)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là

- A.  $(0; 0; 1)$ .      **B.  $(-2; 0; 0)$ .**      C.  $(0; 3; 1)$ .      D.  $(0; 3; 0)$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Nguyễn Văn Mộng*

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-2; 3; 1)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là  $(-2; 0; 0)$

**Câu 20.** [2H3-1.1-1] Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$  cắt trục  $Oy$  tại điểm có tọa độ là

- A.  $(0; 5; 0)$ .**      B.  $(0; 3; 0)$ .      C.  $(0; -1; 0)$ .      D.  $(0; 2; 0)$ .

## Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Mộng

Gọi  $M(0; a; 0)$  là giao điểm của  $(P)$  với trục  $Oy$ 

$$M \in (P) \text{ nên } \frac{0}{3} + \frac{a}{5} + \frac{0}{2} = 1 \Leftrightarrow a = 5 \Rightarrow M(0; 5; 0)$$

**Câu 21.** [2D4-1.1-1] Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

**A.**  $-i$ .

**B.**  $2$ .

**C.**  $1-i$ .

**D.**  $1+i$ .

## Lời giải

FB tác giả: Mai Đình Kế

Số thuần ảo có phần thực bằng 0

**Câu 22.** [2D1-5.4-1] Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^2 + 2x$  và trục hoành là

**A.**  $3$ .

**B.**  $2$ .

**C.**  $1$ .

**D.**  $0$ .

## Lời giải

FB tác giả: Mai Đình Kế

Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình  $x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$ . Vậy có hai giao điểm.

**Câu 23.** [2H3-1.3-1] Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 0; -1)$  và bán kính  $R = \sqrt{2}$ .

Phương trình của  $(S)$  là

**A.**  $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = \sqrt{2}$ .

**B.**  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$ .

**C.**  $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$ .

**D.**  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{2}$ .

## Lời giải

FB tác giả: Mai Đình Kế

Phương trình của  $(S)$  là  $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$ 

**Câu 24.** [2D1-2.1-1] Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+2)(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

**A.**  $2$ .

**B.**  $0$ .

**C.**  $3$ .

**D.**  $1$ .

## Lời giải

FB tác giả: Mai Đình Kế

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Các nghiệm này là các nghiệm đơn nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

**Câu 25.** [2D4-2.1-2] Cho các số phức  $z_1 = 2 + 3i, z_2 = i$ . Số phức  $z_1 z_2$  bằng

**A.**  $-3 + 2i$ .

**B.**  $2 + 4i$ .

**C.**  $2 - 3i$ .

**D.**  $3 - 2i$ .

## Lời giải

Fb tác giả: Nguyễn Thắng

$$\text{Ta có: } z_1 \cdot z_2 = (2 + 3i)i = -3 + 2i$$

**Câu 26.** [2D3-1.1-2] Cho hàm số  $f(x) = 1 + 2\cos 2x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.**  $\int f(x) dx = x + 2\sin 2x + C$ .

**B.**  $\int f(x) dx = x + \sin 2x + C$ .

**C.**  $\int f(x) dx = x - \sin 2x + C$ .

**D.**  $\int f(x) dx = x - 2\sin 2x + C$ .

## Lời giải

Fb tác giả: Nguyễn Thắng

$$\text{Ta có: } \int f(x) dx = \int (1 + 2\cos 2x) dx = x + \sin 2x + C$$



**Câu 27.** [2H3-3.2-1] Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(-3; -1; 2)$  và có một vector chỉ phương  $\vec{u} = (4; 3; -2)$  là

A.  $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{2}$ .

B.  $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-2}$ .

**C.**  $\frac{x+3}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-2}$ .

D.  $\frac{x+4}{-3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{2}$ .

Lời giải

Fb tác giả: Nguyễn Thắng

Từ giả thiết ta có phương trình chính tắc của đường thẳng  $d$  là:  $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{2}$

**Câu 28.** [1D3-4.1-1] Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2, u_2 = 8$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:

**A.** 4.

B. -6.

C.  $\frac{1}{4}$ .

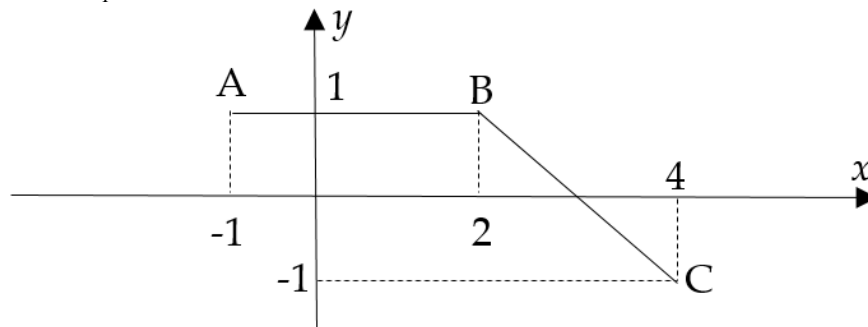
D. 6.

Lời giải

Fb tác giả: Nguyễn Thắng

Ta có: Công bội của cấp số nhân đã cho là:  $q = \frac{u_2}{u_1} = 4$

**Câu 29.** [2D3-2.1-2] Đường gấp khúc  $ABC$  trong hình bên là đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1; 4]$ . Tích phân  $\int_{-1}^4 f(x) dx$  bằng



A.  $\frac{7}{2}$ .

B.  $\frac{9}{2}$ .

**C.** 3.

D. 4.

Lời giải

FB tác giả: Phạm Đức Hạnh

Chọn C.

Dựa vào đồ thị ta có hàm số  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in [-1; 2) \\ -x+3, & x \in [2; 4] \end{cases}$

Vậy  $\int_{-1}^4 f(x) dx = \int_{-1}^2 1 dx + \int_2^4 (-x+3) dx = 3 + 0 = 3$

**Câu 30.** [2D1-1.1-2] Hàm số  $y = x^4 - 2x^2$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(1; +\infty)$ .

**B.**  $(-\infty; -1)$ .

C.  $(-1; 0)$ .

D.  $(-\infty; 1)$ .

Lời giải

FB tác giả: Phạm Đức Hạnh

Chọn D.

Ta có: Tập xác định  $D = \mathbb{R}$

- Tính:  $y' = 4x^3 - 4x$ ,  $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

- Ta có bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$			
$y'$		-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$			0				$+\infty$

$\swarrow$   $\searrow$   $\swarrow$   $\searrow$   
 $-1$   $-1$

Dựa vào bảng ta có hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 31.** [1H3-2.3-2] Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có độ dài tất cả các cạnh bằng  $a$ . Góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $CD$  bằng

A.  $30^0$ .

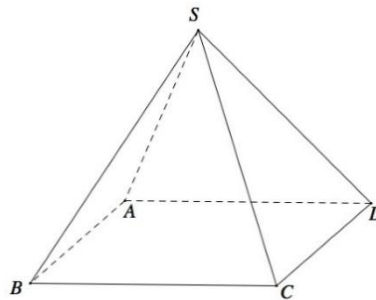
B.  $45^0$ .

**C.  $60^0$ .**

D.  $90^0$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Nguyễn Phương Thu*



Hình chóp đều  $S.ABCD$  có độ dài tất cả các cạnh bằng  $a$

Suy ra:  $\triangle SAB$  đều và  $CD \parallel AB$

$$\Rightarrow (SB, CD) = (SB, AB) = \angle SBA = 60^0$$

**Câu 32.** [2H3-3.2-2] Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; -1; 1)$  và mặt phẳng

$(P): 2x + 3y + z - 5 = 0$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là

A.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

**B.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$**

C.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

**Lời giải**

*FB tác giả: Nguyễn Phương Thu*

Ta có: mặt phẳng  $(P): 2x + 3y + z - 5 = 0$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}(2; 3; 1)$

Suy ra: Đường thẳng vuông góc với  $(P)$  nhận  $\vec{n}(2; 3; 1)$  là vectơ chỉ phương

Vậy đường thẳng đi qua  $A(1; -1; 1)$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là: 
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

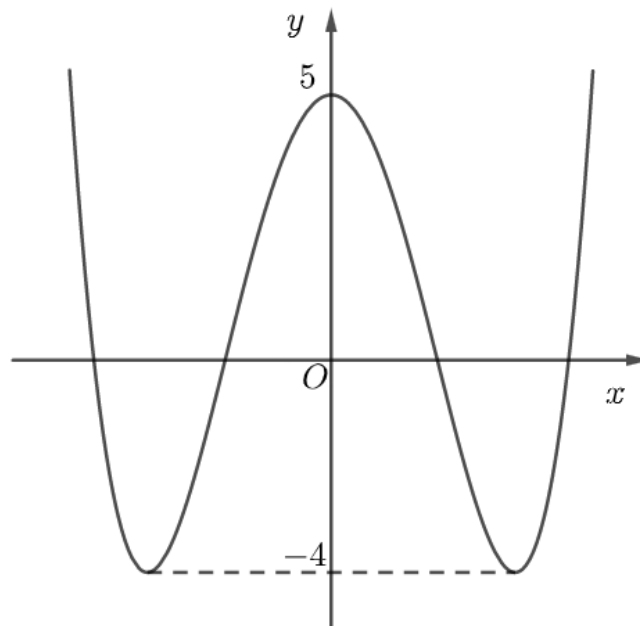
**Câu 33.** [2D1-5.3-2] Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho với mỗi  $m$ , phương trình  $2f(x) = m$  có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 4.

B. 16.

C. 17.

D. 8.



Lời giải

FB tác giả: Long Danh

Ta có  $2f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = \frac{m}{2}$  (1)

Số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đồ thị hàm số  $y = \frac{m}{2}$ . Từ đồ thị, (1) có 4 nghiệm phân biệt khi  $-4 < \frac{m}{2} < 5 \Leftrightarrow -8 < m < 10$

Có 17 giá trị của  $m$  thỏa bài toán.

**Câu 34.** [2H3-1.3-2] Trong không gian  $Oxyz$ , cho 2 điểm  $A(1;2;3)$  và  $B(-1;0;5)$ . Phương trình của mặt cầu đường kính  $AB$  là

A.  $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 3$ .B.  $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 12$ .C.  $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 3$ .D.  $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 12$ .

Lời giải

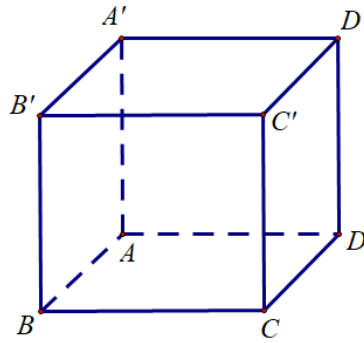
FB tác giả: Long Danh

Mặt cầu đường kính  $AB$  nhận trung điểm  $I$  của  $AB$  là tâm, bán kính  $R = \frac{AB}{2}$

Ta có  $I(0,1,4)$  và  $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(-1-1)^2 + (0-2)^2 + (5-3)^2}}{2} = \sqrt{3}$

Phương trình mặt cầu  $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 3$

**Câu 35.** [1H3-5.4-3] Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 1, BC = 2, AA' = 3$  (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB'$  và  $BC'$  bằng.



$$\frac{6}{7}$$

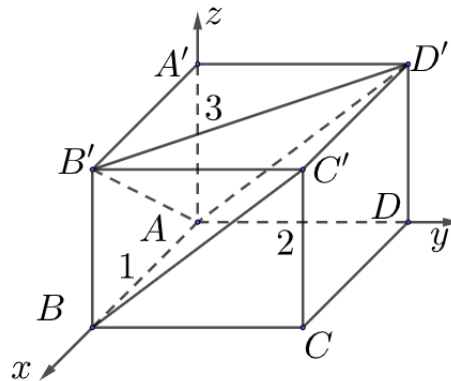
B.  $\frac{6\sqrt{13}}{13}$ .

C.  $\frac{7}{6}$ .

D.  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ .

Facebook tác giả: Nguyễn Trung Việt

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ.

Suy ra  $A(0;0;0), B(1;0;0), D'(0;2;3), B'(1;0;3)$ .

Mặt phẳng  $(AB'D')$   $\begin{cases} \text{qua } A(0;0;0) \\ \text{VTPT: } \vec{n} = [\overline{AB'}; \overline{AD'}] = (6; 3; -2) \end{cases}$

Phương trình  $(AB'D')$ :  $6x + 3y - 2z = 0$ .

Ta có  $BC' // AD' \Rightarrow d[AB'; BC'] = d[BC'; (AB'D')] = d[B; (AB'D')] = \frac{|6 \cdot 1 + 3 \cdot 0 - 2 \cdot 0|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{6}{7}$ .

**Câu 36.** [2D2-4.1-2] Tập xác định của hàm số  $f(x) = \log_5(30 - x^2)$  chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 11.

B. 5.

C. 6.

D. 10.

Facebook tác giả: Nguyễn Trung Việt

Lời giải

Điều kiện xác định  $30 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{30} < x < \sqrt{30}$ .

Vì  $x \in \mathbb{Z}$  nên  $x \in \{-5; -4; -3; \dots; 5\}$ .

Vậy có 11 giá trị nguyên  $x$  trong tập xác định.

**Câu 37.** [2D4-2.3-2] Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z - 2\bar{z} = 1 + 6i$ . Môđun của  $z$  bằng

A. 5.

B.  $\sqrt{3}$ .

C.  $\sqrt{5}$ .

D. 3.

Lời giải

FB tác giả: Long Danh

Gọi số phức  $z$  có dạng  $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \bar{z} = a - bi$

Ta có

$$z - 2\bar{z} = 1 + 6i \Leftrightarrow a + bi - 2(a - bi) = 1 + 6i \Leftrightarrow -a + 3bi = 1 + 6i$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a = 1 \\ 3b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow z = -1 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

**Câu 38.** [1D2-5.2-2] Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ  $S$ , xác suất để chọn được số đó có tổng hai chữ số bằng 8 là

A.  $\frac{4}{81}$ .

B.  $\frac{1}{9}$ .

C.  $\frac{7}{81}$ .

D.  $\frac{8}{81}$ .

Lời giải

FB tác giả: Long Danh

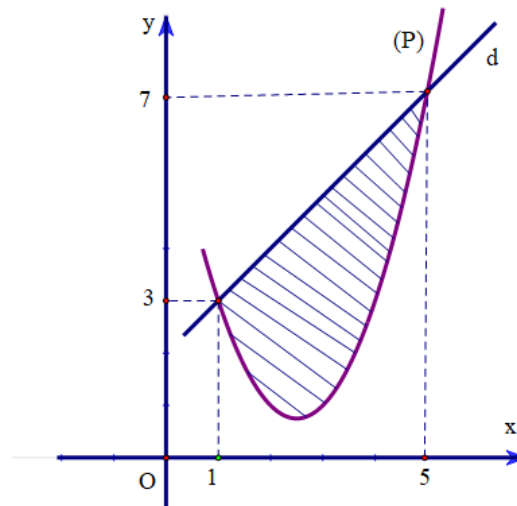
Có  $9 \cdot 9 = 81$  số có 2 chữ số khác nhau.

Có 7 số có tổng 2 chữ số bằng 8 là 80; 17; 71; 26; 62; 53; 35

Xác suất cần tìm là  $P = \frac{7}{81}$

**Câu 39.** [2D3-2.1-3] Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $(d)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $(d)$  có diện tích  $S = \frac{32}{3}$ .

Tính tích phân và  $\int_1^5 (2x - 5)f'(x) dx$ .



A.  $\frac{104}{3}$ .

B.  $\frac{76}{3}$ .

C.  $\frac{22}{3}$ .

D.  $\frac{188}{3}$ .

Lời giải

Fb tác giả: Hiếu Học

**Chọn B**

Từ đồ thị ta có:  $f(1) = 3$ ,  $f(5) = 7$ .

Gọi  $d: y = ax + b$ .

Ta có:

$$\begin{cases} A(1, 3) \in d \\ B(5, 7) \in d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ 5a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d: y = x + 2.$$

$$S = \int_1^5 (x+2-f(x)) dx = \int_1^5 (x+2) dx - \int_1^5 f(x) dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{32}{3} = 20 - \int_1^5 f(x) dx$$

$$\Leftrightarrow \int_1^5 f(x) dx = \frac{28}{3}$$

$$\text{Xét } I = \int_1^5 (2x-5)f'(x) dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 2x-5 \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$I = (2x-5)f(x) \Big|_1^5 - 2 \int_1^5 f(x) dx$$

$$= 5f(5) + 3f(1) - 2 \int_1^5 f(x) dx$$

$$= 5 \cdot 7 + 3 \cdot 3 - 2 \cdot \frac{28}{3} = \frac{76}{3}$$

**Câu 40.** [2D1-2.4-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$ , hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - mx + \frac{2}{3}$  có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng  $(0;6)$ .

**A.** 24.

**B.** 25.

**C.** 26.

**D.** 23.

**Lời giải**

*Fb tác giả: Hiếu Học*

**Chọn A.**

$$y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - mx + \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow y' = x^2 - 2x - m.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = x^2 - 2x$$

$$\text{Đặt } g(x) = x^2 - 2x$$

$$g(x) = x^2 - 2x \Rightarrow g'(x) = 2x - 2.$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

BBT:

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$6$	$+\infty$
$g'(x)$		-	- 0	+	+
$g(x)$	$+\infty$	↘ 0		↗ 24	
			-1		$+\infty$

Từ BBT ta có:

Hàm số có đúng 1 điểm cực trị thuộc khoảng  $(0;6)$

$$\Leftrightarrow 0 \leq m < 24. \text{ Mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0;1;\dots;23\}$$

Có 24 số nguyên  $m$ .

**Câu 41.** [2D2-6.2-3] Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(3^x - 27)(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 10) < 0$ ?

A. 242.

**B. 235.**

C. 233.

D. 238.

**Lời giải****FB tác giả: Quỳnh Đặng**

Chọn B

Điều kiện:  $x > 0$ 

$$\text{TH1: } \begin{cases} 3^x - 27 > 0 \\ \log_3^2 x - 7\log_3 x + 10 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x > 27 \\ 2 < \log_3 x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 9 < x < 243 \end{cases} \Leftrightarrow 9 < x < 243$$

Mà  $x$  nguyên nên  $x \in \{10; 11; \dots; 242\} \Rightarrow$  có 233 số nguyên  $x$ .

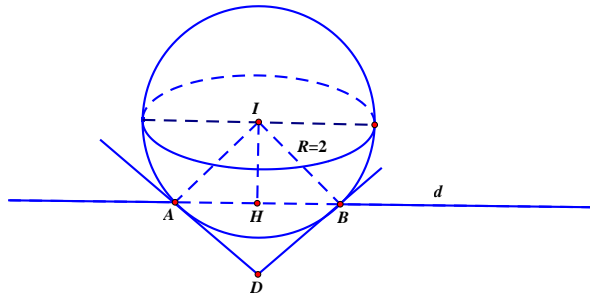
$$\text{TH2: } \begin{cases} 3^x - 27 < 0 \\ \log_3^2 x - 7\log_3 x + 10 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x < 27 \\ \log_3 x > 5 \\ \log_3 x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > 243 \\ x < 9 \end{cases} \Leftrightarrow x < 3 \text{ mà } x > 0 \text{ nên } 0 < x < 3$$

Vì  $x$  nguyên nên  $x \in \{1; 2\} \Rightarrow$  có 2 nguyên  $x$ .Vậy tất cả có 235 số nguyên  $x$  thỏa mãn bài ra.

**Câu 42. [2H3-1.3-3]** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$  và đường thẳng  $d$  đi qua  $A(1; 0; -2)$ , nhận  $\vec{u} = (1; a; 4-a)$  (với  $a \in \mathbb{R}$ ) làm vectơ chỉ phương. Biết rằng  $d$  cắt  $(S)$  tại hai điểm phân biệt mà tiếp diện của  $(S)$  tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi  $a^2$  thuộc khoảng nào dưới đây.

A.  $\left(8; \frac{17}{2}\right)$ .B.  $\left(25; \frac{51}{2}\right)$ .**C.  $\left(\frac{23}{2}; 12\right)$ .**D.  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .**Lời giải****Fb tác giả: Hiếu Nguyễn**

Ta có:



$$(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4 \text{ có } (S): \begin{cases} I(1; -2; -1) \\ R = 2 \end{cases}$$

Đường thẳng  $d$  đi qua  $A(1; 0; -2)$ , nhận  $\vec{u} = (1; a; 4-a)$  (với  $a \in \mathbb{R}$ ) làm vectơ chỉ phương

$$\Rightarrow (d): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = at \\ z = -2 + (4-a)t \end{cases}$$

$$\vec{IA} = (0; 2; -1)$$

$$\vec{u} = (1; a; 4-a) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{2a^2 - 8a + 17}$$

$$[\vec{IA}, \vec{u}] = (8-a; -1; -2) \Rightarrow \left| [\vec{IA}, \vec{u}] \right| = \sqrt{a^2 - 16a + 69}$$

Giả sử đường thẳng  $d$  cắt  $(S)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$ . Gọi  $(P)$  và  $(Q)$  là hai mặt phẳng tiếp diện lần lượt tại  $A$  và  $B \Rightarrow ((P), (Q)) = 90^\circ$ .

$$(P) \cap (Q) = d_1. \text{ Gọi } D \text{ là hình chiếu của } I \text{ xuống } d_1.$$

Để thấy  $(IAB) \perp d_1$  mà  $ID \perp d_1 \Rightarrow D \in (IAB)$

+) Vì  $(IAB) \perp d_1 \Rightarrow ADB = ((P), (Q)) = 90^\circ$ .

Nên suy ra tứ giác  $AIBD$  là hình vuông cạnh bằng 2. Gọi  $H$  là trung điểm  $AB$ .

$$\Rightarrow IH = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

Mà  $IH = d(I; (d))$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2} = \frac{|\vec{IA}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a^2 - 16a + 69}}{\sqrt{2a^2 - 8a + 17}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 - 16a + 69 = 2(2a^2 - 8a + 17)$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 - 35 = 0 \Leftrightarrow a^2 = \frac{35}{3} \approx 11,66667$$

**Câu 43.** [2H2-1.2-3] Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng 2. Xét hình nón  $N$  có đáy nằm trên mặt phẳng  $ABCD$  và mặt xung quanh đi qua bốn điểm  $A', B', C', D'$ . Khi bán kính đáy của  $N$  bằng  $2\sqrt{2}$ , diện tích xung quanh của  $N$  bằng

A.  $8\sqrt{2}\pi$ .

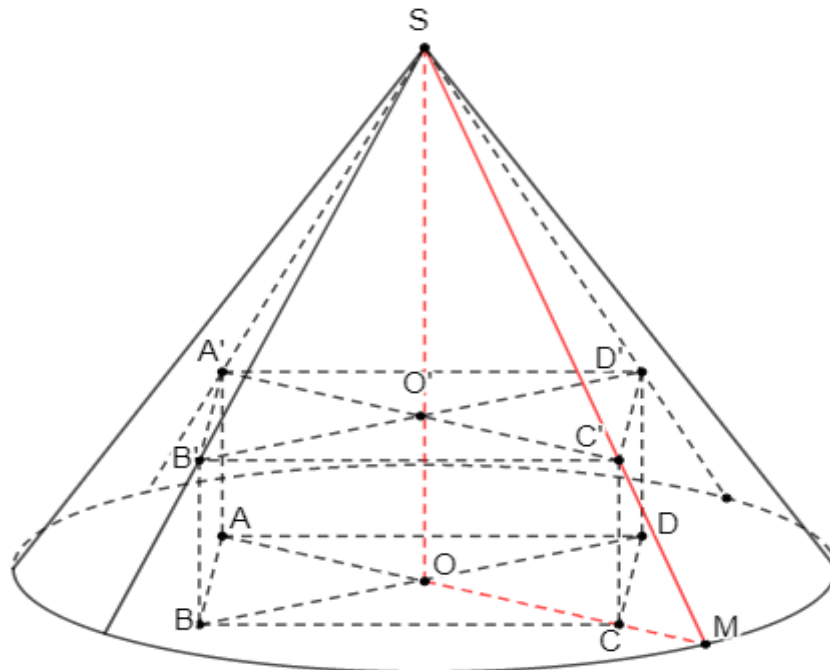
B.  $8\sqrt{3}\pi$ .

C.  $8\sqrt{6}\pi$ .

D.  $4\sqrt{2}\pi$

**Lời giải**

**FB tác giả: Hoàng Vũ**



Vì mặt xung quanh đi qua bốn điểm  $A', B', C', D'$  nên  $O'O$  trùng với đường cao của hình nón. Ta có  $O'C' \parallel OM$ ,

Theo định lí Ta Let  $\frac{SO'}{SO} = \frac{O'C'}{OM}$  hay  $\frac{SO'}{SO'+2} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow SO' = 2 \Rightarrow SO = 4$ .

Tam giác  $SOM$  vuông tại  $O$  nên  $SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = 2\sqrt{6}$ .

Diện tích xung quanh của hình nón:  $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{3}\pi$



**Câu 44.** [2D4-5.2-4] Gọi  $S$  là tập hợp các số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4$  và  $ab \geq 0$ . Xét  $z_1, z_2$  thuộc  $S$  sao cho  $\frac{z_1 - z_2}{1+i}$  là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $|z_1| + |z_2 - 2i|$  bằng

A.  $2\sqrt{2}$ .

B. 2.

C.  $2\sqrt{5}$ .D.  $2 + 2\sqrt{2}$ 

Lời giải

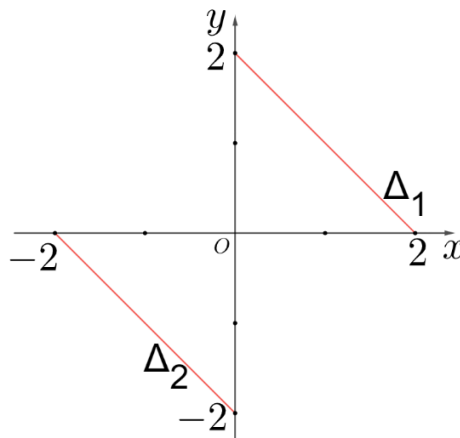
FB tác giả: Phan Thanh Lộc

Ta có:  $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4$ 

$$\Leftrightarrow |a + bi + a - bi| + |a + bi - (a - bi)| = 4$$

$$\Leftrightarrow |2a| + |2bi| = 4$$

$$\Leftrightarrow |a| + |b| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 2 & \text{khi } a \geq 0, b \geq 0 \ (\Delta_1) \\ -a - b = -2 & \text{khi } a \leq 0, b \leq 0 \ (\Delta_2) \end{cases}$$

Gọi  $M$  là điểm biểu diễn của số phức  $z_1$ ,  $N$  là điểm biểu diễn của số phức  $z_2$ .Ta có:  $\frac{z_1 - z_2}{1+i}$  là số thực dương

$$\Rightarrow \frac{z_1 - z_2}{1+i} = k \ (k > 0)$$

$$\Rightarrow z_1 - z_2 = k(1+i)$$

$$\Rightarrow \overline{NM} \text{ cùng phương với vector } \vec{v} = (1; 1)$$

Mặt khác  $z_1, z_2$  thuộc  $S$  nên  $\Rightarrow \begin{cases} MN \perp \Delta_1 \\ MN \perp \Delta_2 \end{cases} \Rightarrow MN = d(\Delta_1; \Delta_2) = 2\sqrt{2}$ . Mà  $MN = k\sqrt{2} \Rightarrow k = 2$ .Từ đó suy ra:  $\overline{NM} = (2; 2)$ Ta có:  $P = |z_1| + |z_2 - 2i| = OM + NA$  với  $A(0; 2)$ Vì  $M \in \Delta_1 \Rightarrow M(x; 2-x)$  với  $0 \leq x \leq 2$ Do  $\overline{NM} = (2; 2) \Rightarrow N(x-2; -x)$ Khi đó:  $P = OM + NA$ 

$$= \sqrt{x^2 + (2-x)^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (2+x)^2} = \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{2}x)^2 + (\sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2}x)^2 + (2\sqrt{2})^2}$$

Đặt  $\vec{u}(\sqrt{2} - \sqrt{2}x; \sqrt{2})$ ,  $\vec{v}(\sqrt{2}x; 2\sqrt{2})$ . Khi đó  $P = |\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}| = 2\sqrt{5}$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}x}{\sqrt{2}x} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $P$  là  $2\sqrt{5}$  khi  $x = \frac{2}{3}$ .

**Câu 45.** [2D4-4.1-3] Trên tập số phức, xét phương trình  $z^2 + az + b = 0$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Có bao nhiêu cặp số  $(a, b)$  để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 + 1| = 2$  và  $|z_2 - 3 + 2i| = 4$ ?

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Ta có  $\Delta = a^2 - 4b$

TH1:  $a^2 - 4b > 0$ , phương trình có hai nghiệm thực  $z_1, z_2$ . Khi đó

$$\begin{cases} |z_1 + 1| = 2 \\ |z_2 - 3 + 2i| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 + 1 = \pm 2 \\ \sqrt{(z_2 - 3)^2 + 4} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 \vee z_1 = -3 \\ z_2 = 3 \pm 2\sqrt{3} \end{cases}, \text{ suy ra có 4 cặp } (a, b) \text{ thỏa}$$

TH2:  $a^2 - 4b < 0$ , phương trình có hai nghiệm phức liên hợp  $z_1 = x + yi$ ,  $z_2 = x - yi$ .

$z_2 = x - yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}; y \neq 0$ ). Theo giả thiết, ta có:

$$\begin{cases} |z_1 + 1| = 2 \\ |z_2 - 3 + 2i| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = 2 \\ \sqrt{(x-3)^2 + (-y+2)^2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0 \\ x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = -\frac{6}{5} \end{cases}, \text{ suy ra } z_1 = -1 + 2i; z_2 = -1 - 2i \text{ hoặc}$$

$z_1 = \frac{3}{5} - \frac{6}{5}i; z_2 = \frac{3}{5} + \frac{6}{5}i$ , do đó có 2 cặp  $(a, b)$  trong trường hợp này.

Vậy có tất cả có 6 cặp  $(a, b)$  thỏa yêu cầu bài.

**Câu 46.** [2H1-3.2-3] Cho khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có  $AC' = 8$ , diện tích của tam giác  $A'BC$  bằng 9 và đường thẳng  $AC'$  tạo với mặt phẳng  $(A'BC)$  một góc  $30^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

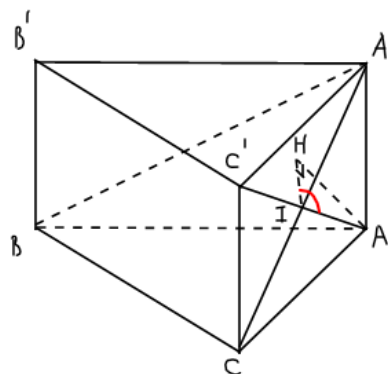
A. 6.

B. 18.

C.  $6\sqrt{3}$ .D.  $18\sqrt{3}$ .

Lời giải

FB tác giả: Quang Huy



Gọi  $I$  là giao điểm của  $AC'$  và  $A'C$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt phẳng  $(A'BC)$ .

Khi đó, góc giữa đường thẳng  $AC'$  và mặt phẳng  $(A'BC)$  là góc  $AIH$ , suy ra  $AIH = 30^\circ$ .

Ta có  $AC' = 8 \Rightarrow AI = 4$

Ta có  $AH = AI \cdot \sin AIH = 4 \cdot \sin 30^\circ = 2$ . Suy ra  $V_{A.A'BC} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{A'BC} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 9 = 6$ .

Khi đó  $V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{A.A'BC} = 3 \cdot 6 = 18$ .

**Câu 47.** [2D2-5.5-4] Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của  $y$  sao cho ứng với mỗi  $y$ , tồn tại duy nhất một giá trị  $x \in \left[ \frac{5}{2}; \frac{11}{2} \right]$  thỏa mãn  $\log_2(x^3 - 9x^2 + 24x + y) = \log_3(-x^2 + 8x - 7)$ . Số phần tử của

$S$  bằng

A. 8.

**B. 7.**

C. 3.

D. 1.

Lời giải

*Fb tác giả: Dương Hà Hải*

**Chọn B**

Ta có  $\log_2(x^3 - 9x^2 + 24x + y) = \log_3(-x^2 + 8x - 7)$

$$\Leftrightarrow x^3 - 9x^2 + 24x + y = 2^{\log_3(-x^2 + 8x - 7)} \Leftrightarrow y = 2^{\log_3(-x^2 + 8x - 7)} - x^3 + 9x^2 - 24x.$$

Xét hàm số  $f(x) = 2^{\log_3(-x^2 + 8x - 7)} - x^3 + 9x^2 - 24x, \forall x \in \left[ \frac{5}{2}; \frac{11}{2} \right];$

$$f'(x) = 2^{\log_3(-x^2 + 8x - 7)} \cdot \ln 2 \cdot \frac{-2x + 8}{(-x^2 + 8x - 7) \ln 3} - 3x^2 + 18x - 24$$

$$= -3(x-2)(x-4) - \frac{2(x-4)}{(-x^2 + 8x - 7) \ln 3} \cdot 2^{\log_3(-x^2 + 8x - 7)} \cdot \ln 2.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ -3(x-2) - \frac{2}{(-x^2 + 8x - 7) \ln 3} \cdot 2^{\log_3(-x^2 + 8x - 7)} \cdot \ln 2 = 0 \end{cases}$$

Do  $-x^2 + 8x - 7 > 0, \forall x \in \left[ \frac{5}{2}; \frac{11}{2} \right]$

$$\Rightarrow -3(x-2) - \frac{2}{(-x^2 + 8x - 7) \ln 3} \cdot 2^{\log_3(-x^2 + 8x - 7)} \cdot \ln 2 < 0, \forall x \in \left[ \frac{5}{2}; \frac{11}{2} \right].$$

Bảng biến thiên:

$x$	$5/2$	$4$	$11/2$
$y'$	$+$	$0$	$-$
$y$	$-16.038$	$-12$	$-22.788$

Yêu cầu bài toán suy ra  $\begin{cases} y = -12 \\ -22.788 \leq y \leq -16.038 \end{cases}$

Do  $y \in \mathbb{Z}$  nên ta được tập các giá trị  $y$  của là  $\{-22; -21; -20; -19; -18; -17; -12\}$ . Vậy có 7 giá trị thỏa mãn.

**Câu 48.** [2D3-2.4-4] Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương trên khoảng  $(0; +\infty)$ , có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn  $f(x) \ln f(x) = x(f(x) - f'(x)), \forall x \in (0; +\infty)$ . Biết  $f(1) = f(4)$ , giá trị  $f(2)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A. (1; 3).

B. (8; 10).

**C. (6; 8).**

D. (13; 15).

Lời giải

*FB tác giả: Hieu Le*

Ta có:

$$\begin{aligned}
 f(x) \ln f(x) &= x(f(x) - f'(x)), \forall x \in (0; +\infty) \\
 \Leftrightarrow f(x) \ln f(x) + xf'(x) &= xf(x) \\
 \Leftrightarrow \ln f(x) + x \frac{f'(x)}{f(x)} &= x \\
 \Leftrightarrow [x \ln f(x)]' &= x \\
 \Rightarrow x \ln f(x) = \int x dx \Leftrightarrow x \ln f(x) &= \frac{x^2}{2} + C \\
 \Rightarrow \begin{cases} 4 \ln f(4) = 8 + C \\ \ln f(1) = \frac{1}{2} + C \end{cases} \\
 \bullet f(1) = f(4) \Leftrightarrow \frac{C+8}{4} = C + \frac{1}{2} \Leftrightarrow C &= 2
 \end{aligned}$$

Ta có:  $x \ln f(x) = \frac{x^2}{2} + 2 \Rightarrow 2 \ln f(2) = 4 \Leftrightarrow \ln f(2) = 2 \Leftrightarrow f(2) = e^2 \approx 7,4 \in (6; 8)$ .

**Câu 49.** [2H3-3.7-4] Trong không gian  $Oxyz$ , xét mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(3, 7, 12)$  và bán kính  $R$  thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $R$  sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của  $(S)$  trong mặt phẳng  $(Oyz)$  mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua  $O$  và góc giữa chúng không nhỏ hơn  $60^\circ$ ?

A. 11.

B. 7.

C. 5.

D. 3.

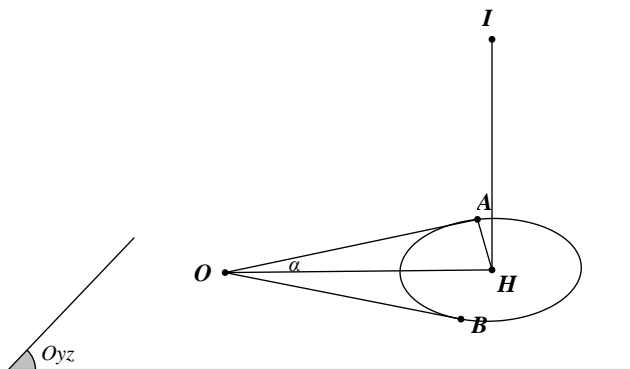
Lời giải

Fb tác giả: Hưng Phạm Ngọc

Chọn C

Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  trên  $(Oyz)$  thì  $H(0, 7, 12)$  và  $OH = \sqrt{193}$ .

Gọi  $d_1, d_2$  là hai tiếp tuyến thỏa mãn và  $A, B$  là các tiếp điểm tương ứng.



Đặt  $\alpha = \angle AOH$  thì  $\sin \alpha = \frac{AH}{OH} = \frac{\sqrt{R^2 - 9}}{\sqrt{193}}$ . Theo giả thiết thì  $30^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$  nên

$$\frac{1}{2} \leq \sin \alpha \leq \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Từ đó  $\frac{1}{2} \leq \frac{\sqrt{R^2 - 9}}{\sqrt{193}} \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{229}{4}} \leq R \leq \sqrt{\frac{615}{4}}$ . Mà  $R \in \mathbb{Z}$  nên  $R \in \{8, 9, 10, 11, 12\}$

**Câu 50.** [2D1-5.3-4] Cho hàm số  $f(x) = x^4 - 18x^2 + 4$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$ , tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng  $(-4; 1)$  của phương trình  $f(x^2 + 4x + 5) = m$  bằng  $-8$ ?

A. 63.

B. 65.

C. 62.

D. 64.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } f'(x) = 4x^3 - 36x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Đặt  $u = x^2 + 4x + 5$  với  $x \in (-4; 1)$ .

$$\text{+) Đặt } g(x) = f(x^2 + 4x + 5) = f[(x+2)^2 + 1].$$

Nhận xét nếu  $x_0$  là một nghiệm của phương trình  $g(x) = m$  thì

$$g(-4 - x_0) = f[(-4 - x_0 + 2)^2 + 1] = f[(x_0 + 2)^2 + 1] = m$$

Do vậy: Nếu  $x_0$  là một nghiệm của phương trình  $g(x) = m$  thì  $-4 - x_0$  cũng là nghiệm của phương trình  $g(x) = m$ . Mà tổng hai nghiệm này bằng  $-4$ .

Nên để phương trình đã cho có tổng các nghiệm bằng  $-8$  thì phương trình  $g(x) = m$  phải có 4 nghiệm phân biệt khác  $-2$  (do  $x_0 \neq -4 - x_0$ )

$$\text{Ta có } f'(x) = 4x^3 - 36x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Xét  $u = x^2 + 4x + 5$  với  $x \in (-4; 1)$ .

$$\text{Ta có } u' = 2x + 4, u' = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số  $g(x) = f(x^2 + 4x + 5)$  như sau:

$x$	$-4$	$-2 - \sqrt{2}$	$-2$	$-2 + \sqrt{2}$	$1$
$u = x^2 + 4x + 5$	5	3	1	3	10
$f(x^2 + 4x + 5)$	179	-77	-13	-77	8204

Vậy yêu cầu bài toán là phương trình  $f(x^2 + 4x + 5) = m$  có 4 nghiệm phân biệt.

Khi đó  $-77 < m < -13$ , cùng với điều kiện  $m$  là số nguyên ta có 63 giá trị của  $m$ .

----- HẾT -----



**ĐỀ TN THPT NĂM 2023 [MB 104]**  
**MÔN TOÁN**  
**THỜI GIAN: 90 PHÚT**

**TỔ 4 - 27**

**Câu 1:** Cho số phức  $z = 1 - 2i$ . Phần ảo của số phức  $\bar{z}$  bằng

- A.  $-2$ . B.  $-1$ . C.  $1$ . D.  $2$ .

**Câu 2:** [Mức độ 1] Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (1; 2; -2)$  và  $\vec{v} = (2; -2; 3)$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{u} + \vec{v}$  là:

- A.  $(1; -4; 5)$ . B.  $(3; 0; -1)$ . C.  $(3; 0; 1)$ . D.  $(-1; 4; -5)$ .

**Câu 3:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3 2x \geq \log_3 2$  là

- A.  $[1; +\infty)$ . B.  $(1; +\infty)$ . C.  $(0; +\infty)$ . D.  $(0; 1]$ .

**Câu 4:** [Mức độ 1] Cho hai số phức  $z_1 = 2 - i$  và  $z_2 = 1 + 3i$ . Phần thực của số phức  $z_1 - z_2$  bằng

- A.  $-1$ . B.  $3$ . C.  $-4$ . D.  $1$ .

**Câu 5:** Nếu  $\int_0^1 f(x) dx = 2$  và  $\int_1^3 f(x) dx = 5$  thì  $\int_0^3 f(x) dx$  bằng

- A.  $3$ . B.  $10$ . C.  $7$ . D.  $-3$ .

**Câu 6:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $f(x) = \cos x - x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

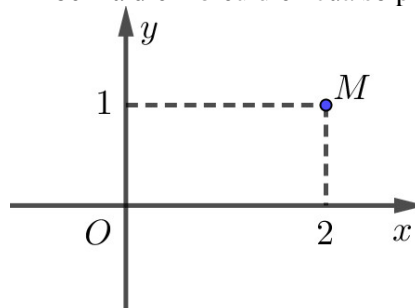
- A.  $\int f(x) dx = -\sin x + x^2 + C$ . B.  $\int f(x) dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$ .  
 C.  $\int f(x) dx = \sin x - x^2 + C$ . D.  $\int f(x) dx = -\sin x - \frac{x^2}{2} + C$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  và

$$F(2) = 6, F(4) = 12. \text{ Tích phân } \int_2^4 f(x) dx \text{ bằng}$$

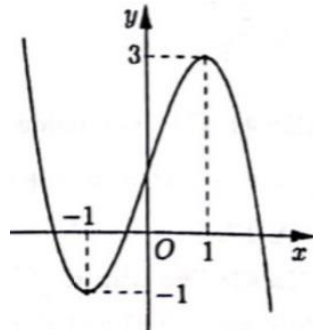
- A.  $-6$ . B.  $2$ . C.  $18$ . D.  $6$ .

**Câu 8:** [Mức độ 1] Điểm  $M$  trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây



- A.  $1 - 2i$ . B.  $1 + 2i$ . C.  $2 - i$ . D.  $2 + i$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



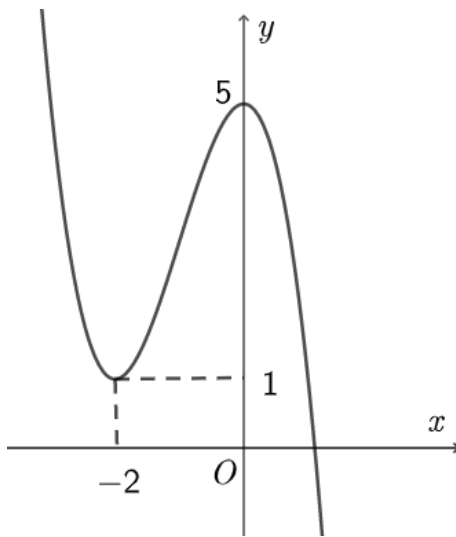
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3.    B. 0.    C. -1.    D. 1.

**Câu 10:** [Mức độ 1] Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oxz)$  có phương trình là:

- A.  $z=0$ .    B.  $y=0$ .    C.  $x+y+z=0$ .    D.  $x=0$ .

**Câu 11:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 2$  là



- A. 0.    B. 1.    C. 2.    D. 3.

**Câu 12:** [Mức độ 1] Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

$x$	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$y'$	-	0	+	0	-
$y$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

- A.  $y = -2x^2 + 1$ .    B.  $y = \frac{x+2}{x}$ .    C.  $y = x^4 - 3x^2$ .    D.  $y = -x^3 + 3x + 1$ .

**Câu 13:** Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int x^3 dx = x^3 + C$ .    B.  $\int x^3 dx = x^3 + C$ .    C.  $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C$ .    D.  $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} + C$ .

**Câu 14:** [Mức độ 1] Với  $b, c$  là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn  $\log_5 b \geq \log_5 c$ , khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $b \geq c$ .    B.  $b > c$ .    C.  $b < c$ .    D.  $b \leq c$ .

**Câu 15:** Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được lập từ các đỉnh của một lục giác đều?

- A. 729.    B. 216.    C. 120.    D. 20.



**Câu 16:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = (2x^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$ . Giá trị của hàm số đã cho tại điểm  $x = 2$  bằng

- A. 3. B.  $\sqrt{3}$ . C.  $\sqrt{7}$ . D. 7.

**Câu 17:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{2x} < 8$  là

- A.  $\left(0; \frac{3}{2}\right) \dots$  B.  $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \dots$  C.  $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right) \dots$  D.  $(-\infty; 2) \dots$

**Câu 18:** [Mức độ 1] Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(x-1)$  là

- A.  $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$ . B.  $y' = \frac{x-1}{\ln 2}$ . C.  $y' = \frac{1}{x-1}$ . D.  $y' = \frac{1}{\ln 2}$ .

**Câu 19:** Cho hình trụ có chiều cao  $h = 3$  và bán kính đáy  $r = 4$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.  $16\pi$ . B.  $56\pi$ . C.  $24\pi$ . D.  $48\pi$ .

**Câu 20:** [Mức độ 1] Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(2; 1; -1)$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; -2; 3)$  là

- A.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$ . B.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$ .  
C.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ . D.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{3}$ .

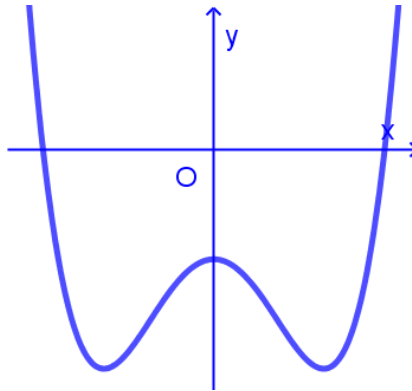
**Câu 21:** Nếu khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có thể tích  $V$  thì khối chóp  $A'.ABC$  có thể tích bằng

- A.  $\frac{2V}{3}$ . B.  $3V$ . C.  $\frac{V}{3}$ . D.  $V$ .

**Câu 22:** [Mức độ 1] Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Giá trị  $u_3$  bằng

- A.  $\frac{1}{3}$ . B. 4. C.  $\frac{1}{2}$ . D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 23:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

**Câu 24:** [Mức độ 1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-1}{x-2}$  có phương trình là

- A.  $x = \frac{1}{2}$ . B.  $x = -2$ . C.  $x = 3$ . D.  $x = 2$ .

**Câu 25:** Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

- A.  $4\pi$ . B.  $\frac{4\pi}{3}$ . C.  $\frac{4}{3}$ . D. 4.

**Câu 26:** [Mức độ 1] Cho khối chóp  $S.ABCD$  có chiều cao bằng 4 và đáy  $ABCD$  có diện tích bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 7. B. 12. C. 4. D. 5.



**Câu 34:** [Mức độ 2] Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 6z + 14 = 0$  và  $M, N$  lần lượt là điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$  trên mặt phẳng tọa độ. Trung điểm của đoạn thẳng  $MN$  có tọa độ là

- A.  $(-3; 0)$ .      B.  $(3; 0)$ .      C.  $(3; 7)$ .      D.  $(-3; 7)$ .

**Câu 35:** Biết đường thẳng  $y = x - 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{-x+5}{x-2}$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ là  $x_1, x_2$ .

Giá trị  $x_1 + x_2$  bằng

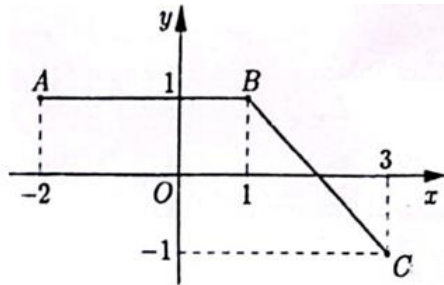
- A. 2.      B. 3.      C. -1.      D. 1.

**Câu 36:** [Mức độ 2] Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ bằng

- A.  $\frac{71}{143}$ .      B.  $\frac{72}{143}$ .      C.  $\frac{128}{143}$ .      D.  $\frac{15}{143}$ .

**Câu 37:** Đường gấp khúc  $ABC$  trong hình bên là đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-2; 3]$ . Tích phân

$$\int_{-2}^3 f(x) dx \text{ bằng}$$



- A.  $\frac{9}{2}$ .      B. 3.      C. 4.      D.  $\frac{7}{2}$ .

**Câu 38:** [Mức độ 2] Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-4)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

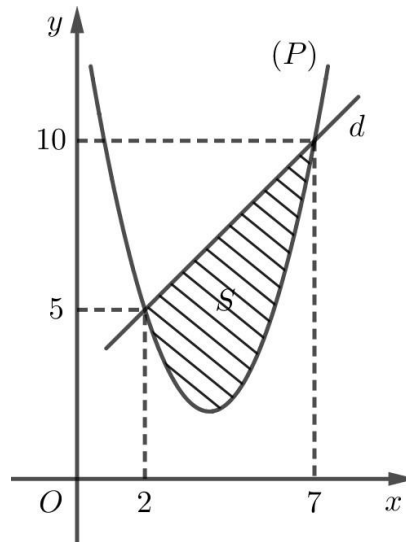
- A.  $f(5) > f(6)$ .      B.  $f(0) > f(2)$ .      C.  $f(4) > f(0)$ .      D.  $f(4) > f(2)$ .

**Câu 39:** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(5^x - 125)(\log_3^2 x - 8\log_3 x + 15) < 0$ ?

- A. 242.      B. 217.      C. 220.      D. 215.

**Câu 40:** [Mức độ 3] Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $d$  cắt  $(P)$  tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $d$  có diện tích  $S = \frac{125}{6}$ . Tích phân

$$\int_2^7 (2x-3) f'(x) dx \text{ bằng}$$



- A.  $\frac{215}{3}$ .      B.  $\frac{265}{3}$ .      C.  $\frac{245}{3}$ .      D.  $\frac{415}{3}$ .

**Câu 41:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$ , hàm số

$$y = x^3 - 3x^2 + 3mx + \frac{1}{3} \text{ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng } (-1; 5)?$$

- A. 17. B. 12.      C. 16.      D. 11.

**Câu 42:** [Mức độ 3] Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương trên khoảng  $(0; +\infty)$  có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn  $f(x)\ln f(x) = x(2f(x) - f'(x))$ ,  $\forall x \in (0; +\infty)$ . Biết  $f(1) = f(4)$ , giá trị của  $f(2)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. (54;56).      B. (74;76).      C. (10;12).      D. (3;5).

**Câu 43:** Gọi  $S$  là tập hợp các số phức  $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$  thỏa mãn  $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 8$  và  $ab \geq 0$ . Xét  $z_1$  và  $z_2$  thuộc  $S$  sao cho  $\frac{z_1 - z_2}{1+i}$  là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $|z_1 + 4i| + |z_2|$  bằng:

- A. 4. B.  $4\sqrt{2}$ .      C.  $4\sqrt{5}$ .      D.  $4 + 4\sqrt{2}$ .

**Câu 44:** [Mức độ 3] Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của  $y$  sao cho ứng với mỗi  $y$ , tồn tại duy nhất một giá trị  $x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right]$  thỏa mãn  $\log_2(x^3 - 6x^2 + 9x + y) = \log_3(-x^2 + 6x)$ . Số phần tử của  $S$  là:

- A. 3. B. 8.      C. 7.      D. 1.

**Câu 45:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$  và đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(1; 0; -2)$ , nhận  $\vec{u} = (1; a; 3-a)$  (với  $a \in \mathbb{R}$ ) làm vector chỉ phương. Biết rằng  $d$  cắt  $(S)$  tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của  $(S)$  tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi  $a^2$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{13}{2}; \frac{15}{2}\right)$ .      B.  $\left(24; \frac{49}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .      D.  $\left(\frac{31}{2}; \frac{33}{2}\right)$ .

**Câu 46:** Trên tập số phức, xét phương trình  $z^2 + az + b = 0$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Có bao nhiêu cặp số  $(a, b)$  để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 - 1| = 2$  và  $|z_2 - 2 + 3i| = 3$ ?

- A. 4. B. 3.      C. 6.      D. 2.

**Câu 47:** Cho khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có  $AC' = 8$ , diện tích của tam giác  $A'BC$  bằng 9 và đường thẳng  $AC'$  tạo với mặt phẳng  $(A'BC)$  một góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 12. B. 18.      C.  $18\sqrt{3}$ .      D.  $12\sqrt{3}$ .



**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.D	2.C	3.A	4.D	5.C	6.B	7.D	8.D	9.A	10.B
11.D	12.D	13.C	14.A	15.D	16.C	17.B	18.A	19.C	20.B
21.C	22.D	23.C	24.D	25.D	26.C	27.A	28.A	29.B	30.C
31.B	32.C	33.A	34.B	35.A	36.C	37.B	38.B	39.B	40.A
41.B	42.A	43.C	44.C	45.A	46.A	47.C	48.B	49.A	50.A

**Câu 1:** Cho số phức  $z = 1 - 2i$ . Phần ảo của số phức  $\bar{z}$  bằng

- A.  $-2$ . B.  $-1$ . C.  $1$ . D.  $2$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Nam Nguyễn**

Ta có  $z = 1 - 2i \Rightarrow \bar{z} = 1 + 2i$

Phần ảo của số phức  $\bar{z}$  bằng  $2$ .

**Câu 2:** [Mức độ 1] Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vector  $\vec{u} = (1; 2; -2)$  và  $\vec{v} = (2; -2; 3)$ . Tọa độ của vector  $\vec{u} + \vec{v}$  là:

- A.  $(1; -4; 5)$ . B.  $(3; 0; -1)$ . C.  $(3; 0; 1)$ . D.  $(-1; 4; -5)$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Phạm Ngọc Huệ**

**Chọn C**

$$\vec{u} + \vec{v} = (1 + 2; 2 + (-2); -2 + 3) = (3; 0; 1)$$

**Câu 3:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3 2x \geq \log_3 2$  là

- A.  $[1; +\infty)$ . B.  $(1; +\infty)$ . C.  $(0; +\infty)$ . D.  $(0; 1]$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Tho Nguyen**

**Chọn A.**

+ Điều kiện:  $2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$ .

+  $\log_3 2x \geq \log_3 2 \Leftrightarrow 2x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1$ .

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm bất phương trình đã cho là  $[1; +\infty)$ .

**Câu 4:** [Mức độ 1] Cho hai số phức  $z_1 = 2 - i$  và  $z_2 = 1 + 3i$ . Phần thực của số phức  $z_1 - z_2$  bằng

- A.  $-1$ . B.  $3$ . C.  $-4$ . D.  $1$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Phạm Ngọc Huệ**

**Chọn D**

$$z_1 - z_2 = (2 - i) - (1 + 3i) = 1 - 4i$$

Vậy phần thực của  $z_1 - z_2$  là  $1$ .

**Câu 5:** Nếu  $\int_0^1 f(x) dx = 2$  và  $\int_1^3 f(x) dx = 5$  thì  $\int_0^3 f(x) dx$  bằng

- A.  $3$ . B.  $10$ . C.  $7$ . D.  $-3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 5 + 2 = 7.$$

**Câu 6:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $f(x) = \cos x - x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int f(x)dx = -\sin x + x^2 + C$ . **B.  $\int f(x)dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$ .**

C.  $\int f(x)dx = \sin x - x^2 + C$ . D.  $\int f(x)dx = -\sin x - \frac{x^2}{2} + C$ .

Lời giải

FB tác giả: Phạm Ngọc Huệ

Chọn B

Vì  $\int f(x)dx = \int (\cos x - x)dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  và

$F(2) = 6, F(4) = 12$ . Tích phân  $\int_2^4 f(x)dx$  bằng

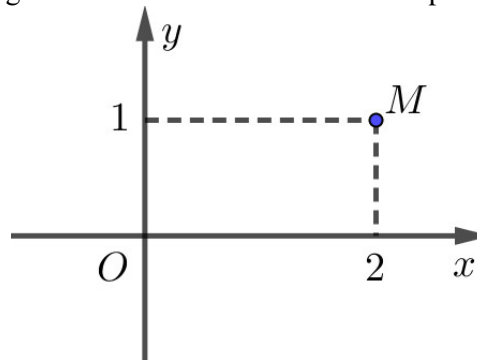
A. -6. B. 2. C. 18. **D. 6.**

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Hằng

Ta có:  $\int_2^4 f(x)dx = F(4) - F(2) = 12 - 6 = 6$ .

**Câu 8:** [Mức độ 1] Điểm  $M$  trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây



A.  $1 - 2i$ . B.  $1 + 2i$ . C.  $2 - i$ . **D.  $2 + i$ .**

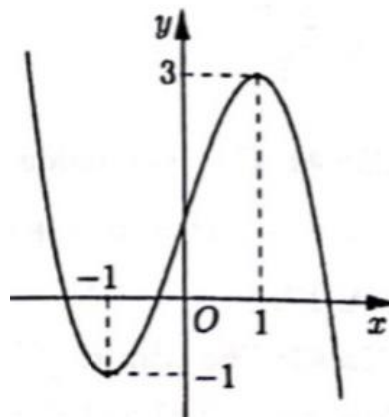
Lời giải

FB tác giả: Phạm Ngọc Huệ

Chọn D

Ta có  $M(2;1)$  suy ra M biểu diễn số phức  $z = 2 + i$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



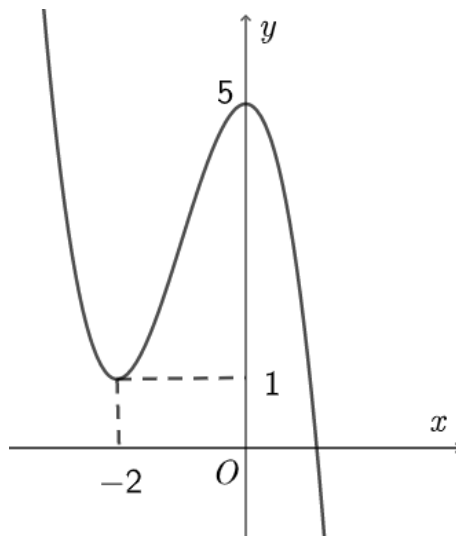
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

**A. 3.** B. 0. C. -1. D. 1

Lời giải:

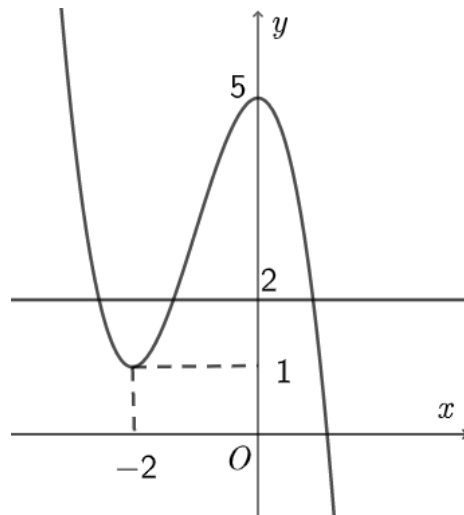
**Chọn A**

Dựa vào đồ thị ta thấy giá trị cực đại bằng 3.

**Câu 10:** [Mức độ 1] Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oxz)$  có phương trình là:A.  $z=0$ .B.  **$y=0$** .C.  $x+y+z=0$ .D.  $x=0$ .**Lời giải****FB tác giả: Phạm Ngọc Huệ****Chọn B**Mặt phẳng  $Oxz$  đi qua  $O$  và có VTPT là  $\vec{j} = (0;1;0)$  nên có phương trình là:  $y=0$ .**Câu 11:** Cho hàm số bậc ba  $y=f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x)=2$  là

A. 0. B. 1.

C. 2.

**D. 3.****Lời giải****FB tác giả: Hoa Nguyen**Số nghiệm thực của phương trình  $f(x)=2$  là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y=f(x)$  và đường thẳng  $y=2$ .

Từ đồ thị hàm số ta có số nghiệm là 3.

**Câu 12:** [Mức độ 1] Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$y$	$+\infty$	$-1$	$3$	$-\infty$	

- A.  $y = -2x^2 + 1$ .      B.  $y = \frac{x+2}{x}$ .      C.  $y = x^4 - 3x^2$ .      **D.  $y = -x^3 + 3x + 1$ .**

Lời giải

FB tác giả: Trần Đào

**Chọn D**

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị là  $x = \pm 1$  nên đáp án D thỏa mãn.

**Câu 13:** Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{4}{3}} + C$ .      B.  $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{2}{3}} + C$ .      **C.  $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C$ .**      D.  $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} + C$ .

Lời giải

FB tác giả: Ngô Thanh Sơn

Ta có  $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{x^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1} + C = \frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C$ .

**Câu 14:** [Mức độ 1] Với  $b, c$  là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn  $\log_5 b \geq \log_5 c$ , khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $b \geq c$ .**      B.  $b > c$ .      C.  $b < c$ .      D.  $b \leq c$ .

Lời giải

FB tác giả: Trần Đào

**Chọn A**

Ta có  $\log_5 b \geq \log_5 c \Leftrightarrow b \geq c$ .

**Câu 15:** Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được lập từ các đỉnh của một lục giác đều?

- A. 729..      B. 216..      C. 120.      **D. 20.**

Lời giải

FB tác giả: Phương Tran

Lục giác đều có 6 đỉnh. Cứ 3 đỉnh bất kỳ nối với nhau tạo thành một tam giác nên số tam giác được lập từ các đỉnh của một lục giác đều là  $C_6^3 = 20$  tam giác.

**Câu 16:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = (2x^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$ . Giá trị của hàm số đã cho tại điểm  $x = 2$  bằng

- A. 3.      B.  $\sqrt{3}$ .      **C.  $\sqrt{7}$ .**      D. 7.

Lời giải

FB tác giả: Trần Đào

**Chọn C**

Thay  $x = 2$  vào hàm số ta được  $y = (2 \cdot 2^2 - 1)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$ .

**Câu 17:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{2x} < 8$  là

- A.  $(0; \frac{3}{2})$ ..      **B.  $(-\infty; \frac{3}{2})$ .**      C.  $(\frac{3}{2}; +\infty)$ ..      D.  $(-\infty; 2)$ .

Lời giải

**FB tác giả: Nguyễn Văn Nguyễn**  
**FB phản biện:**

Ta có  $2^{2x} < 8 \Leftrightarrow 2^{2x} < 2^3 \Leftrightarrow 2x < 3 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình  $2^{2x} < 8$  là  $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 18:** [Mức độ 1] Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(x-1)$  là

- A.**  $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$ .      **B.**  $y' = \frac{x-1}{\ln 2}$ .      **C.**  $y' = \frac{1}{x-1}$ .      **D.**  $y' = \frac{1}{\ln 2}$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Trần Đào**

**Chọn A**

Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(x-1)$  là  $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$ .

**Câu 19:** Cho hình trụ có chiều cao  $h=3$  và bán kính đáy  $r=4$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.**  $16\pi$ .      **B.**  $56\pi$ .      **C.**  $24\pi$ .      **D.**  $48\pi$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Huong Nguyen**

**FB phản biện:**

Hình trụ đã cho có độ dài đường sinh là  $l=h=3$ .

Diện tích xung quanh của hình trụ là  $S = 2\pi rl = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi$ .

**Câu 20:** [Mức độ 1] Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(2;1;-1)$  và có một vector chỉ phương  $\vec{u} = (1;-2;3)$  là

- A.**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$ .      **B.**  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$ .  
**C.**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ .      **D.**  $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{3}$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Trần Đào**

**Chọn B**

Phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(2;1;-1)$  và có một vector chỉ phương  $\vec{u} = (1;-2;3)$  là

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$$

**Câu 21:** Nếu khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có thể tích  $V$  thì khối chóp  $A'.ABC$  có thể tích bằng

- A.**  $\frac{2V}{3}$ .      **B.**  $3V$ .      **C.**  $\frac{V}{3}$ .      **D.**  $V$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Phạm Minh Đức**

**FB phản biện:**

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot d(A', ABC) = V$$

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot d(A', ABC) = \frac{V}{3}$$

**Câu 22:** [Mức độ 1] Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{n+1}, \forall n \in N^*$ . Giá trị  $u_3$  bằng

- A.**  $\frac{1}{3}$ .      **B.**  $4$ .      **C.**  $\frac{1}{2}$ .      **D.**  $\frac{1}{4}$ .

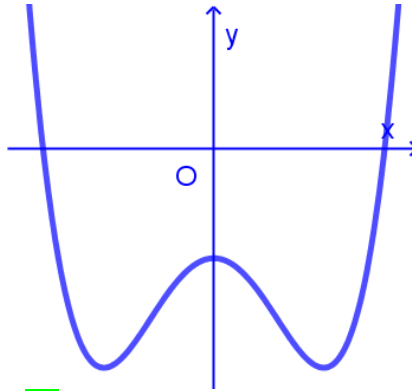
**Lời giải**

**Fb: Huong Nguyen Thi**

**Gmail: [huongtoan.tb@gmail.com](mailto:huongtoan.tb@gmail.com)**

Ta có:  $u_3 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$ .

**Câu 23:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 3. B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Thom  
FB phản biện:

Từ đồ thị hàm số, số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2.

**Câu 24:** [Mức độ 1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-1}{x-2}$  có phương trình là

A.  $x = \frac{1}{2}$ .

B.  $x = -2$ .

C.  $x = 3$ .

D.  $x = 2$ .

Lời giải

Fb: Hương Nguyễn Thị  
Gmail: [huongtoan.tb@gmail.com](mailto:huongtoan.tb@gmail.com)

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-1}{x-2}$  có phương trình là  $x = 2$   $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$ .

**Câu 25:** Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

A.  $4\pi$ . B.  $\frac{4\pi}{3}$ .

C.  $\frac{4}{3}$ .

D. 4.

Lời giải

FB tác giả: Hoa Nguyễn

Ta có công thức tính thể tích của khối nón  $V$  qua diện tích đáy  $S$  và chiều cao  $h$  là  $V = \frac{1}{3}Sh$ .

Do đó  $h = \frac{3V}{S} = \frac{3 \cdot 12}{9} = 4$ .

**Câu 26:** [Mức độ 1] Cho khối chóp  $S.ABCD$  có chiều cao bằng 4 và đáy  $ABCD$  có diện tích bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 7. B. 12.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Fb: Hương Nguyễn Thị  
Gmail: [huongtoan.tb@gmail.com](mailto:huongtoan.tb@gmail.com)

Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là:

$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3 = 4$ .

**Câu 27:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; -1)$  và bán kính  $R = 2$ . Phương trình của  $(S)$  là

A.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$ .

B.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$ .

C.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4.$

D.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$

Lời giải

FB tác giả: Liễu Hoàng  
Fb phân biện :

Phương trình của mặt cầu (S) có tâm  $I(1; 2; -1)$  và bán kính  $R = 2$  là

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4.$$

**Câu 28:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = f(x)$  là hàm đa thức có bảng xét dấu đạo hàm như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(2; +\infty).$

B.  $(0; +\infty).$

C.  $(-\infty; 0).$

D.  $(-1; 2).$

Lời giải

Fb: *Huong Nguyen Thi*  
Gmail: [huongtoan.tb@gmail.com](mailto:huongtoan.tb@gmail.com)

Vì hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $(2; +\infty)$  và  $f'(x)$  dương trên  $(2; +\infty)$  nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

**Câu 29:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(5; 2; 1)$  và  $B(1; 0; 1)$ . Phương trình của mặt cầu đường kính  $AB$  là

A.  $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5.$

B.  $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5.$

C.  $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 20.$

D.  $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 20.$

Lời giải

FB tác giả: *Duyên Nguyễn*

Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  là  $I(3; 1; 1)$ .

Mặt cầu đường kính  $AB$  có độ dài bán kính là:  $R = IA = \sqrt{(5-3)^2 + (2-1)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{5}$

Phương trình mặt cầu cần tìm là:  $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5.$

**Câu 30:** [Mức độ 2] Cho khối chóp đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $\frac{\sqrt{3}a}{6}$ . Góc giữa mặt phẳng  $(SCD)$  và mặt phẳng đáy bằng

A.  $60^\circ.$

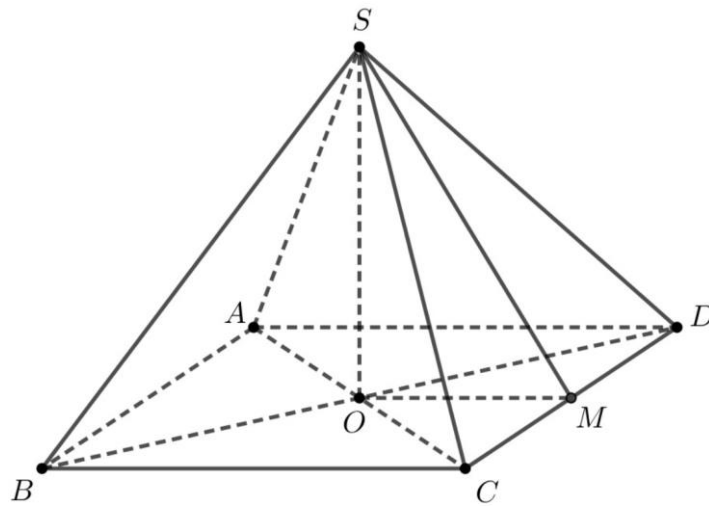
B.  $45^\circ.$

C.  $30^\circ.$

D.  $90^\circ.$

Lời giải

Fb: *Huong Nguyen Thi*  
Gmail: [huongtoan.tb@gmail.com](mailto:huongtoan.tb@gmail.com)



Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ ,  $O$  là tâm đáy. Ta có:  $((SCD), (ABCD)) = SMO$ .

$$\tan SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{\frac{\sqrt{3}a}{2}}{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow SMO = 30^\circ.$$

**Câu 31:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; -1)$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y + z = 0$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là

A.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$

**Lời giải**

Gọi  $\Delta$  là đường thẳng cần tìm.

Đường thẳng  $\Delta$  vuông góc mặt phẳng  $(P) \Rightarrow \vec{u}_\Delta = \vec{n}_P = (1; 2; 1)$

Phương trình đường thẳng  $\Delta$  là:  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

**Câu 32:** [Mức độ 2] Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý thỏa mãn  $a \neq 1$  và  $\log_a b = 2$ , giá trị của  $\log_{a^2}(ab^2)$  bằng

A.  $\frac{1}{2}$ . B. 2.

C.  $\frac{5}{2}$ .

D.  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

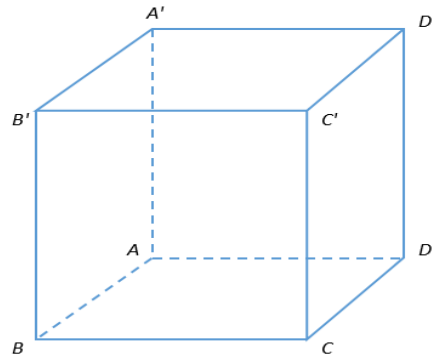
*FB tác giả: Tran Duc Hieu*

Ta có:

$$\log_{a^2}(ab^2) = \frac{\log_a(ab^2)}{\log_a(a^2)} = \frac{1 + 2\log_a b}{2} = \frac{5}{2}$$

Vậy chọn C.

**Câu 33:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 1, BC = 2, AA' = 2$  (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AD'$  và  $DC'$  bằng



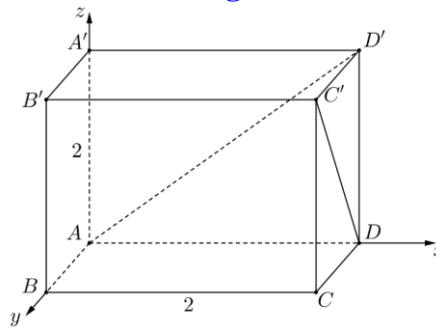
A.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

B.  $\sqrt{2}$ .

C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

D.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

**Lời giải**



$A(0;0;0), D'(2;0;2) \Rightarrow \overrightarrow{AD'} = (2;0;2)$

$D(2;0;0), B'(0;-1;2)$

Gọi  $C'(x; y; z)$

Vì  $\overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{AB'}$  nên  $C'(2;-1;2)$

$\overrightarrow{AD} = (2;0;0), [\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{DC'}] = (2;-4;-2)$

$$d(AD', DC') = \frac{|\overrightarrow{AD} \cdot [\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{DC'}]|}{|[\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{DC'}]|} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

**Câu 34:** [Mức độ 2] Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 6z + 14 = 0$  và  $M, N$  lần lượt là điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$  trên mặt phẳng tọa độ. Trung điểm của đoạn thẳng  $MN$  có tọa độ là

A.  $(-3;0)$ .

B.  $(3;0)$ .

C.  $(3;7)$ .

D.  $(-3;7)$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Tran Duc Hieu*

Ta có:

$$z^2 - 6z + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 + i\sqrt{5} \\ z_2 = 3 - i\sqrt{5} \end{cases}$$

$\Rightarrow M(3; \sqrt{5}), N(3; -\sqrt{5})$

Trung điểm của đoạn thẳng  $MN$  có tọa độ là  $(3;0)$

Vậy chọn B.

**Câu 35:** Biết đường thẳng  $y = x - 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{-x+5}{x-2}$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ là  $x_1, x_2$ .

Giá trị  $x_1 + x_2$  bằng

A. 2.

B. 3.

C. -1.

D. 1.

**Lời giải**

*FB: Thiên Phúc Nguyễn*

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x-1 = \frac{-x+5}{x-2} \text{ Điều kiện: } x \neq 2$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2) = -x+5 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \text{ (thỏa đk).}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = -1 + 3 = 2.$$

**Câu 36:** [Mức độ 2] Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ bằng

A.  $\frac{71}{143}$ .

B.  $\frac{72}{143}$ .

**C.  $\frac{128}{143}$ .**

D.  $\frac{15}{143}$ .

Lời giải

FB tác giả: Tran Duc Hieu

$$n(\Omega) = C_{13}^4 = 715$$

Gọi A là biến cố “trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ”

$\Rightarrow \bar{A}$  là biến cố “trong 4 học sinh được chọn chỉ có nam hoặc chỉ có nữ”

$$n(\bar{A}) = C_5^4 + C_8^4 = 75$$

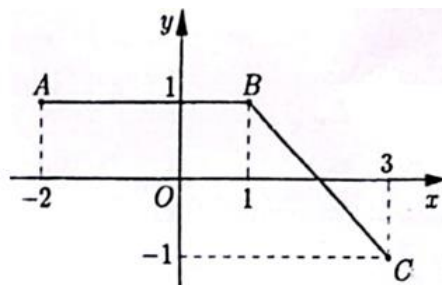
$$\Rightarrow n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 640$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{128}{143}$$

Vậy chọn C.

**Câu 37:** Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-2; 3]$ . Tích phân

$$\int_{-2}^3 f(x) dx \text{ bằng}$$



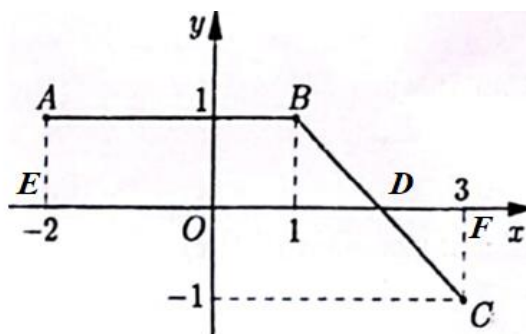
A.  $\frac{9}{2}$ . **B. 3.**

C. 4.

D.  $\frac{7}{2}$

Lời giải

FB tác giả: Ngọc Ngô



$$\text{Ta có } S_{ABDE} = \frac{7}{2} = \int_{-2}^2 |f(x)| dx ; \quad S_{DCF} = \frac{1}{2} = \int_2^3 |f(x)| dx$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int_{-2}^3 f(x) dx &= \int_{-2}^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx \\ &= \int_{-2}^2 |f(x)| dx - \int_2^3 |f(x)| dx = S_{ABDE} - S_{DCF} = \frac{7}{2} - \frac{1}{2} = 3 \end{aligned}$$

**Câu 38:** [Mức độ 2] Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-4)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $f(5) > f(6)$ .      B.  $f(0) > f(2)$ .      C.  $f(4) > f(0)$ .      D.  $f(4) > f(2)$ .

Lời giải

FB tác giả: Tran Duc Hieu

Ta có:  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$0$	$4$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$					

Dựa vào bảng biến thiên ta chọn. **B.**

**Câu 39:** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(5^x - 125)(\log_3^2 x - 8\log_3 x + 15) < 0$ ?

- A. 242.      B. 217.      C. 220.      D. 215.

Lời giải

FB tác giả: Hoa Nguyen

ĐK:  $x > 0$ .

Ta có:  $(5^x - 125)(\log_3^2 x - 8\log_3 x + 15) < 0$ .

$$\Leftrightarrow (5^x - 5^3)(\log_3 x - 3)(\log_3 x - 5) < 0.$$

$$\Leftrightarrow (5^x - 5^3)(\log_3 x - \log_3 27)(\log_3 x - \log_3 243) < 0.$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x - 27)(x - 243) < 0.$$

Kết hợp với điều kiện ta có bảng xét dấu:

$x$	$0$	$3$	$27$	$243$	$+\infty$		
$f(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

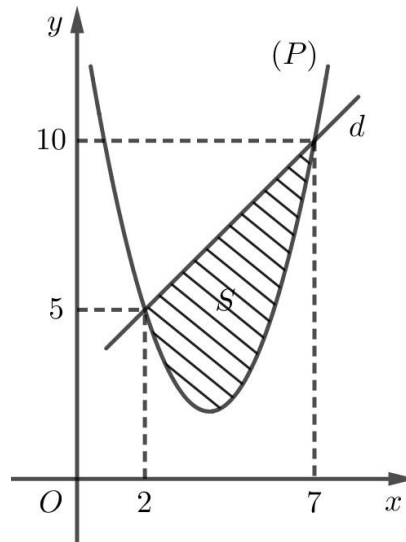
Vậy nghiệm của bất phương trình là  $\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 3 \\ 27 < x < 243 \end{cases}$ .

Nên số nghiệm nguyên là 217.

**Câu 40:** [Mức độ 3] Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $d$  cắt  $(P)$  tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $d$  có diện tích  $S = \frac{125}{6}$ . Tích phân

$$\int_2^7 (2x-3)f'(x) dx \text{ bằng}$$





A.  $\frac{215}{3}$

B.  $\frac{265}{3}$

C.  $\frac{245}{3}$

D.  $\frac{415}{3}$

**Lời giải**

Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $(2;5)$  và  $(7;10)$  có phương trình là  $y = x + 3$ .

$$\text{Diện tích hình phẳng } S = \frac{125}{6} = \int_2^7 (x+3 - f(x)) dx = \frac{75}{2} - \int_2^7 f(x) dx \Rightarrow \int_2^7 f(x) dx = \frac{50}{3}$$

$$\text{Tích phân } I = \int_2^7 (2x-3) f'(x) dx = (2x-3) f(x) \Big|_2^7 - \int_2^7 2f(x) dx$$

$$= 11f(7) - f(2) - 2 \cdot \frac{50}{3} = 11 \cdot 10 - 5 - 2 \cdot \frac{50}{3} = \frac{215}{3}$$

**Câu 41:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$ , hàm số

$$y = x^3 - 3x^2 + 3mx + \frac{1}{3} \text{ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng } (-1;5)?$$

A. 17. B. 12.

C. 16.

D. 11.

**Lời giải**

**FB tác giả: Trung Nguyen**  
**FB phản biện:**

Ta có  $y' = 3x^2 - 6x + 3m$ . Để hàm số có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1;5)$

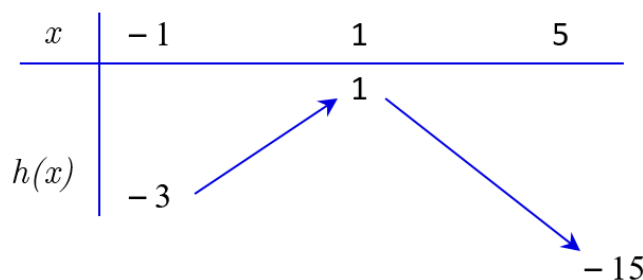
$$\Leftrightarrow y' = 3x^2 - 6x + 3m = 0 \text{ có đúng một nghiệm thuộc khoảng } (-1;5)$$

$$\Leftrightarrow m = -x^2 + 2x \text{ có đúng một nghiệm thuộc khoảng } (-1;5)$$

Xét hàm số  $h(x) = -x^2 + 2x$  trên khoảng  $(-1;5)$

$$\text{Ta có } h'(x) = -2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Bảng biến thiên



Từ BBT để hàm số có đúng một nghiệm thuộc khoảng  $(-1;5) \Leftrightarrow -15 < m \leq -3$

Vì  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-14; -13; \dots; -3\}$ . Vậy có 12 giá trị của  $m$  thỏa mãn.

**Câu 42:** [Mức độ 3] Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương trên khoảng  $(0; +\infty)$  có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn  $f(x) \ln f(x) = x(2f(x) - f'(x))$ ,  $\forall x \in (0; +\infty)$ . Biết  $f(1) = f(4)$ , giá trị của  $f(2)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. (54;56). B. (74;76). C. (10;12). D. (3;5).

**Lời giải**

$$f(x) \ln f(x) = x(2f(x) - f'(x))$$

$$\Leftrightarrow \ln(f(x)) = 2x - x \cdot \frac{f'(x)}{f(x)} \Leftrightarrow x \cdot \frac{f'(x)}{f(x)} + \ln(f(x)) = 2x \Leftrightarrow (x \cdot \ln(f(x)))' = 2x$$

Lấy nguyên hàm hai vế ta được  $x \ln(f(x)) = x^2 + C$ .

$$\text{Thay } x=1 \text{ và } x=4 \text{ ta được } \begin{cases} \ln(f(1)) = 1 + C \\ \ln(f(4)) = \frac{16+C}{4} \end{cases} \text{ Mà } f(1) = f(4) \Rightarrow 1 + C = \frac{16+C}{4} \Rightarrow C = 4.$$

Suy ra  $f(x) = e^{\frac{x^2+4}{x}}$ . Khi đó  $f(2) = e^4$ .

**Câu 43:** Gọi  $S$  là tập hợp các số phức  $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$  thỏa mãn  $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 8$  và  $ab \geq 0$ . Xét  $z_1$  và  $z_2$  thuộc  $S$  sao cho  $\frac{z_1 - z_2}{1+i}$  là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $|z_1 + 4i| + |z_2|$  bằng:

- A. 4. B.  $4\sqrt{2}$ . C.  $4\sqrt{5}$ . D.  $4 + 4\sqrt{2}$

**Lời giải**

Số phức  $z$  thỏa mãn  $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 8$

$$\Leftrightarrow |2a| + |2bi| = 8$$

$$\Leftrightarrow |a| + |b| = 4$$

Do  $ab \geq 0$  nên tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  là 2 đoạn thẳng:

+) Đoạn 1 giới hạn bởi đường thẳng:  $x + y = 4$  nằm ở góc phần tư thứ nhất

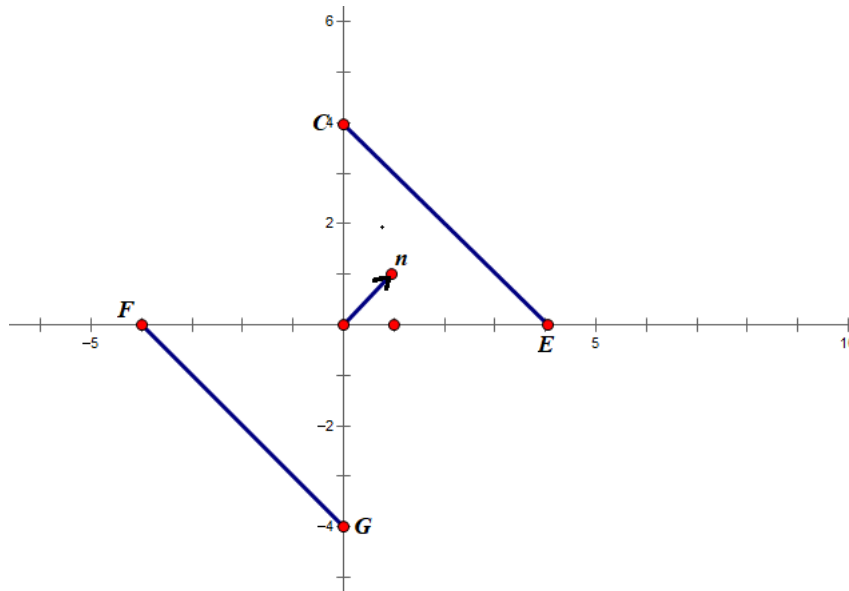
+) Đoạn 2 giới hạn bởi đường thẳng  $x + y = -4$  nằm ở góc phần tư thứ ba

Gọi  $z_1(A); z_2(B)$  do  $\frac{z_1 - z_2}{1+i}$  là số thực dương, vậy  $B$  nằm trên đoạn thẳng  $FG$ ,  $A$  di động trên đoạn

$CE$

Sao cho  $\overrightarrow{BA}$  cùng hướng với  $\vec{n}(1;1)$ ,

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của  $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OG}| + |\overrightarrow{OB}|$  với  $C(0; -4)$



Ta dễ dàng thấy được giá trị nhỏ nhất của  $|\overline{OA} - \overline{OG}| + |\overline{OB}| = AG + OB$  đạt được khi  $B$  trùng với  $F$  và  $A$  trùng với  $C$ . Khi đó giá trị nhỏ nhất là  $4\sqrt{5}$ .

**Câu 44:** [Mức độ 3] Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của  $y$  sao cho ứng với mỗi  $y$ , tồn tại duy nhất một giá trị  $x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right]$  thỏa mãn  $\log_2(x^3 - 6x^2 + 9x + y) = \log_3(-x^2 + 6x)$ . Số phần tử của  $S$  là:

A. 3. B. 8. C. 7. D. 1.

**Lời giải**

Điều kiện với  $x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right]$ .

$$\text{Đặt } \log_2(x^3 - 6x^2 + 9x + y) = \log_3(-x^2 + 6x) = t \Rightarrow \begin{cases} x^3 - 6x^2 + 9x + y = 2^t \\ -x^2 + 6x = 3^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-3)^2 + y = 2^t \\ -(x-3)^2 = 3^t - 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-3+3)(x-3)^2 + y = 2^t \\ (x-3)^2 = 9 - 3^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)^3 + 3(x-3)^2 + y = 2^t \\ (x-3)^2 = 9 - 3^t \end{cases}$$

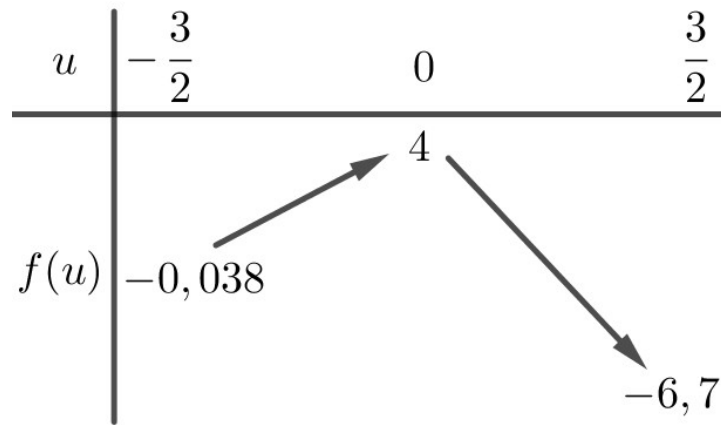
Đặt  $u = x - 3$  với  $u \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right]$ .

$$\text{Hệ phương trình } \Leftrightarrow \begin{cases} u^3 + 3u^2 + y = 2^t \\ u^2 = 9 - 3^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^3 + 3u^2 + y = 2^t \\ t = \log_3(9 - u^2) \end{cases}$$

$$\text{suy ra } y = -u^3 - 3u^2 + 2^{\log_3(9-u^2)} = -u^3 - 3u^2 + (9-u^2)^{\log_3 2}.$$

$$\text{Có } y' = -3u^2 - 6u + \log_3 2 \cdot (9-u^2)^{\log_3 2 - 1} \cdot (-2u) = -u \left[ 3u + 2 + 2 \log_3 2 \cdot (9-u^2)^{\log_3 2 - 1} \right] = 0 \Leftrightarrow u = 0.$$

Bảng biến thiên:



Phương trình có nghiệm duy nhất  $x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right] \Leftrightarrow$  phương trình (\*) có nghiệm duy nhất  $u \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right]$

$$\text{suy ra } \begin{cases} y = 4 \\ -6,7 < y < -0,038 \end{cases}$$

Với  $y \in \mathbb{Z}$  nên  $y \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1; 4\}$ .

**Câu 45:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$  và đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(1; 0; -2)$ , nhận  $\vec{u} = (1; a; 3-a)$  (với  $a \in \mathbb{R}$ ) làm vector chỉ phương. Biết rằng  $d$  cắt  $(S)$  tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của  $(S)$  tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi  $a^2$  thuộc khoảng nào dưới đây?

**A.**  $\left(\frac{13}{2}; \frac{15}{2}\right)$

**B.**  $\left(24; \frac{49}{2}\right)$

**C.**  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

**D.**  $\left(\frac{31}{2}; \frac{33}{2}\right)$

**Lời giải**

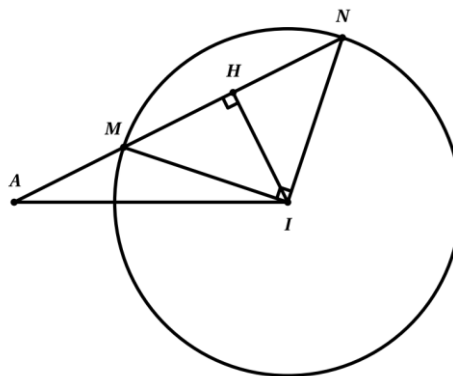
**FB tác giả: DƯƠNG THÁI BẢO**

Trước tiên ta có  $I(1; -2; -1)$  và  $R=2$ . Vì  $IA = \sqrt{5} > R=2$  nên điểm  $A$  nằm ngoài mặt cầu  $(S)$ .

Giả sử  $d$  cắt  $(S)$  tại  $M, N$  ( $M$  nằm giữa  $A$  với  $N$ ). Vì  $IM, IN$  lần lượt vuông góc với hai tiếp diện tại

$M, N$  nên góc giữa  $IN$  và  $IM$  bằng với góc giữa hai tiếp diện, suy ra  $\angle MIN = 90^\circ$  hay  $\triangle IMN$  vuông cân tại  $I$ .

Khi đó  $MN = IM \cdot \sqrt{2} = R\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $MN$ , suy ra  $IH = \frac{1}{2}MN = \sqrt{2}$ .



Xét tam giác  $AHI$  vuông tại  $H$  nên  $AH = \sqrt{AI^2 - HI^2} = \sqrt{3}$ , suy ra  $\cos HAI = \frac{AH}{AI} = \frac{\sqrt{15}}{5}$ .

Mặt khác, ta có  $\vec{AI} = (0; -2; 1)$ , suy ra

$$\cos HAI = \left| \cos(\vec{u}; \vec{AI}) \right| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{AI}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{AI}|} = \frac{|1 \cdot 0 + a \cdot (-2) + (3-a) \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + a^2 + (3-a)^2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{|3a-3|}{\sqrt{2a^2 - 6a + 10} \cdot \sqrt{5}}$$

Vì thế

$$\frac{|3a-3|}{\sqrt{2a^2-6a+10}\cdot\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5} \Leftrightarrow \sqrt{3}|a-1| = \sqrt{2a^2-6a+10} \Leftrightarrow a^2 = 7.$$

**Câu 46:** Trên tập số phức, xét phương trình  $z^2 + az + b = 0$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Có bao nhiêu cặp số  $(a, b)$  để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 - 1| = 2$  và  $|z_2 - 2 + 3i| = 3$  ?

- A. 4.    B. 3.    C. 6.    D. 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có :  $\Delta = a^2 - 4b$ .

Trường hợp 1 :  $\Delta \geq 0$  nên  $z_1, z_2 \in \mathbb{R}$ .

$$+) |z_1 - 1| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 - 1 = 2 \\ z_1 - 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 \\ z_1 = -1 \end{cases}.$$

$$+) |z_2 - 2 + 3i| = 3 \Leftrightarrow (z_2 - 2)^2 + 3^2 = 3^2 \Leftrightarrow z_2 = 2.$$

$$\text{Với } z_1 = 3 \text{ và } z_2 = 2 \text{ ta có : } \begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1 \cdot z_2 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 6 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{Với } z_1 = -1 \text{ và } z_2 = 2 \text{ ta có : } \begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1 \cdot z_2 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Trường hợp 1 :  $\Delta < 0$  đặt  $z_1 = x + yi$  và  $z_2 = x - yi$ , ( $x, y \in \mathbb{R}$ ).

$$\text{Ta có : } \begin{cases} |z_1 - 1| = 2 \\ |z_2 - 2 + 3i| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x + yi - 1| = 2 \\ |x - yi - 2 + 3i| = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 4 \Rightarrow (C_1): I(1;0), R_1 = 2 \\ (x-2)^2 + (y-3)^2 = 9 \Rightarrow (C_2): J(2;3), R_2 = 3 \end{cases}.$$

Có  $IJ = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$  suy ra  $R_2 - R_1 < IJ < R_1 + R_2$  nên  $(C_1)$  cắt  $(C_2)$  tại 2 điểm phân biệt nên ta có 2 cặp  $(a, b)$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

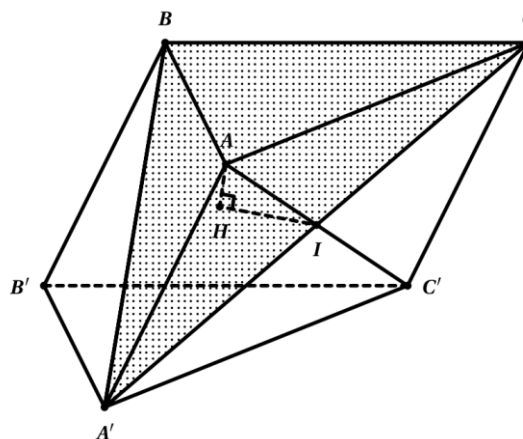
Vậy ta có 4 cặp  $(a, b)$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 47:** Cho khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có  $AC' = 8$ , diện tích của tam giác  $A'BC$  bằng 9 và đường thẳng  $AC'$  tạo với mặt phẳng  $(A'BC)$  một góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 12.    B. 18.    C.  $18\sqrt{3}$ .    D.  $12\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: DƯƠNG THÁI BẢO**



Gọi  $I$  là giao điểm của  $AC'$  và  $A'C$ ,  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  xuống mặt phẳng  $(A'BC)$ .

Khi đó  $(AC', (A'BC)) = AIH = 60^\circ$ .

Vì  $AC' = 8$  nên  $AI = 4$  suy ra  $AH = AI \cdot \sin AIH = 2\sqrt{3}$ .

Thể tích khối tứ diện  $AA'BC$  là  $V_{AA'BC} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{A'BC} = 6\sqrt{3}$ .

Vậy  $V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{AA'BC} = 18\sqrt{3}$ .

**Câu 48:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng 4. Xét hình nón  $(N)$  có đáy nằm trên mặt phẳng  $(ABCD)$  và mặt xung quanh đi qua bốn điểm  $A', B', C', D'$ . Khi bán kính đáy của  $(N)$  bằng  $3\sqrt{2}$ , diện tích xung quanh của  $(N)$  bằng

A.  $72\pi$ .

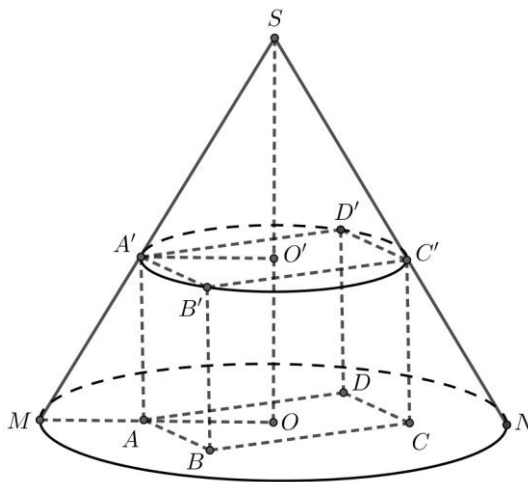
B.  $54\pi$ .

C.  $36\sqrt{2}\pi$ .

D.  $108\pi$ .

Lời giải

**Chọn B**



Theo bài ra ta có :  $O'A' = \frac{1}{2} A'C' = 2\sqrt{2}$  ;  $OM = 3\sqrt{2}$  và  $OO' = 4$ .

Ta có :  $O'A' \parallel OM$  suy ra  $\frac{OM}{O'A'} = \frac{SO}{SO'} \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{SO' + OO'}{SO'} = 1 + \frac{4}{SO'} \Leftrightarrow SO' = 8 \Rightarrow SO = 12$ .

Xét  $\Delta SOM$  có  $SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{12^2 + (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{162}$ .

Vậy  $S_{xq} = \pi \cdot R \cdot l = \pi \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{162} = 54\pi$ .

**Câu 49:** Trong không gian  $Oxyz$ , xét mặt cầu  $S$  có tâm  $I(3;5;12)$  và bán kính  $R$  thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $R$  sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của  $S$  trong mặt phẳng

$Oyz$  mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua  $O$  và góc giữa chúng không nhỏ hơn  $60^\circ$ ?

A. 4. B. 2.

C. 10.

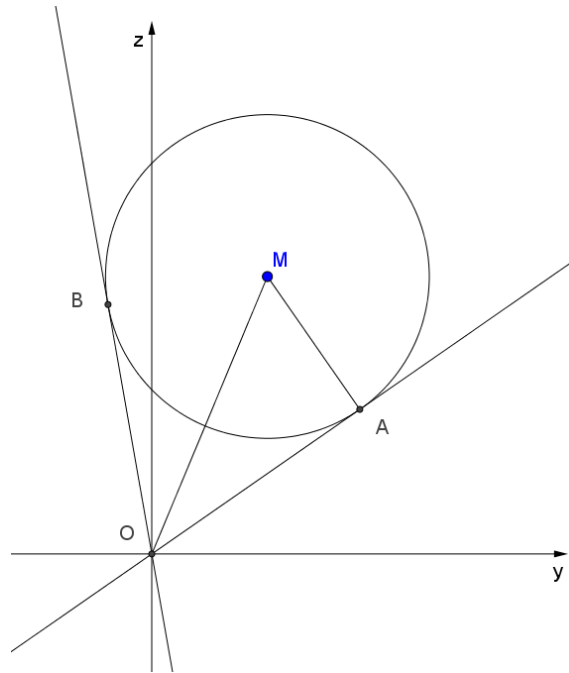
D. 6.

Lời giải

FB tác giả: Thái Doãn Hùng  
FB phản biện:

Ta có:  $d(I, Oyz) = 3$

Gọi  $M$  là hình chiếu của  $I$  trên mặt phẳng  $Oyz \Rightarrow M(0;5;12) \Rightarrow OM = 13$



Ta có: hai tiếp tuyến  $OA$ ,  $OB$  hợp với nhau một góc không nhỏ hơn  $60^\circ$

$$\Rightarrow 60^\circ \leq AOB \leq 120^\circ$$

$$\Rightarrow 30^\circ \leq AOM \leq 60^\circ$$

Tam giác  $AOM$  vuông tại  $A$  do đó ta có:  $\frac{MA}{MO} = \sin AOM \Rightarrow MA = MO \cdot \sin AOM$

$$\text{Suy ra } 13 \cdot \sin 30^\circ \leq MA \leq 13 \cdot \sin 60^\circ \Rightarrow \frac{13}{2} \leq r \leq \frac{13\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ta có: } R^2 = d^2 + r^2 = 9 + r^2$$

$$\Rightarrow 51,25 \leq R^2 \leq 135,75$$

$$\Rightarrow 7,1589 \leq R \leq 11,6511$$

$$\Rightarrow R = 8;9;10;11$$

Chọn đáp án. **A.**

**Câu 50:** Cho hàm số  $f(x) = x^4 - 18x^2 + 4$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$ , tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng  $(-3; 2)$  của phương trình  $f(x^2 + 2x + 3) = m$  bằng  $-4$  ?

**A.** 24. **B.** 23.

**C.** 26.

**D.** 25.

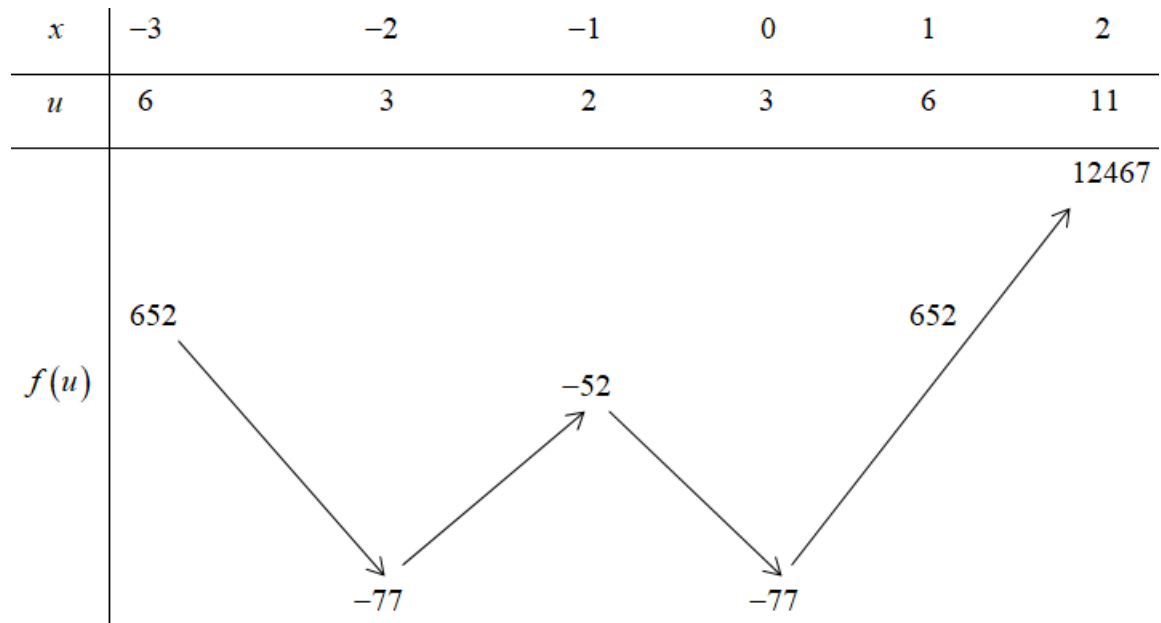
**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } f'(x) = 4x^3 - 36x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } u = x^2 + 2x + 3 \text{ có } u' = 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Bảng biến thiên :



Nhận xét : Hàm số  $y = f(x^2 + 2x + 3)$  nhận đường thẳng  $x = -1$  làm trục đối xứng.

+) Với  $-52 \leq m < 12467$  không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+) Với  $-77 < m < -52$  phương trình  $f(x^2 + 2x + 3) = m$  có 4 nghiệm phân biệt là  $-1 - y_0$ ,  $-1 - x_0$ ,  $-1 + x_0$ ,  $-1 + y_0$  với  $(0 < x_0 < y_0)$  luôn thỏa mãn tổng các nghiệm bằng  $-4$ .

Vậy có 24 giá trị nguyên  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.





**ĐỀ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2023  
MÔN TOÁN**

**MÃ ĐỀ 103**

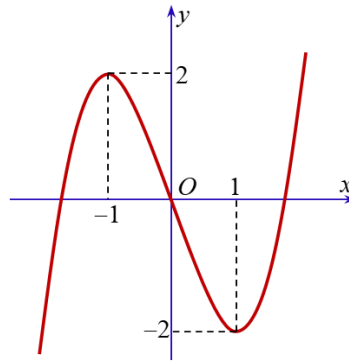
**Câu 1.** Cho hình nón có bán kính bằng  $a$  và chiều cao bằng  $a\sqrt{3}$ . Độ dài đường sinh của hình nón bằng

- A.  $4a$ .                                      B.  $2a$ .                                      C.  $a\sqrt{10}$ .                                      D.  $a\sqrt{2}$ .

**Câu 2.** Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích là  $V$  và chiều cao là  $h$  bằng:

- A.  $\frac{V}{3h}$ .                                      B.  $\frac{V}{h}$ .                                      C.  $Vh$ .                                      D.  $\frac{3V}{h}$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



- A.  $x = 1$ .                                      B.  $x = -2$ .                                      C.  $x = -1$ .                                      D.  $x = 2$ .

**Câu 4.** Khẳng định nào dưới đây là đúng.

- A.  $\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + c$ .                                      B.  $\int x^5 dx = \frac{x^5}{\ln 5} + c$ .                                      C.  $\int x^5 dx = 5x^4 + c$ .                                      D.  $\int x^5 dx = x^6 + c$

**Câu 5.** Nếu  $\int_1^4 f(x) dx = 6$  thì  $\int_1^4 2f(x) dx$  bằng

- A. 3.                                      B. 12.                                      C. 4.                                      D. 8.

**Câu 6.** Cho khối chóp có diện tích đáy  $B = 9a^2$  và chiều cao  $h = 2a$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.  $3a^3$ .                                      B.  $24a^3$ .                                      C.  $18a^3$ .                                      D.  $6a^3$ .

**Câu 7.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý, biểu thức  $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$  bằng

- A.  $a^{\frac{4}{3}}$ .                                      B.  $a^5$ .                                      C.  $a^2$ .                                      D.  $a^{\frac{5}{9}}$ .

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$  cắt trục  $Oy$  tại điểm có tọa độ là

- A.  $(0; -1; 0)$ .                                      B.  $(0; 3; 0)$ .                                      C.  $(0; 2; 0)$ .                                      D.  $(0; 5; 0)$ .

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $M(-3; -1; 2)$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (4; 3; -2)$  là

- A.  $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-2}$ .                                      B.  $\frac{x+3}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-2}$ .  
C.  $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{2}$ .                                      D.  $\frac{x+4}{-3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{2}$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^3, \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; 1)$ .                      C.  $(-\infty; 0)$ .                      D.  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 11.** Cho các số phức  $z_1 = 2 + 3i$  và  $z_2 = i$ . Số phức  $z_1 \cdot z_2$  bằng

- A.  $3 - 2i$ .                      B.  $2 - 3i$ .                      C.  $-3 + 2i$ .                      D.  $2 + 4i$ .

**Câu 12.** Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

- A.  $2$ .                      B.  $1 - i$ .                      C.  $1 + i$ .                      D.  $-i$ .

**Câu 13.** Với  $a$  là các số thực dương tùy ý,  $\log_7(7a)$  bằng

- A.  $1 + a$ .                      B.  $a$ .                      C.  $1 - \log_7 a$ .                      D.  $1 + \log_7 a$ .

**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  và

$F(1) = 3, F(3) = 6$ . Tích phân  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng

- A.  $-3$ .                      B.  $9$ .                      C.  $3$ .                      D.  $2$ .

**Câu 15.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x \geq 8$  là

- A.  $(-3; +\infty)$ .                      B.  $[-3; +\infty)$ .                      C.  $(3; +\infty)$ .                      D.  $[3; +\infty)$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x) = 1 + 2\cos 2x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int f(x) dx = x + \sin 2x + C$ .                      B.  $\int f(x) dx = x + 2\sin 2x + C$ .  
C.  $\int f(x) dx = x - 2\sin 2x + C$ .                      D.  $\int f(x) dx = x - \sin 2x + C$ .

**Câu 17.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $3a$ . Diện tích xung quanh của trụ đã cho bằng

- A.  $7\pi a^2$ .                      B.  $14\pi a^2$ .                      C.  $6\pi a^2$ .                      D.  $8\pi a^2$ .

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 0; -1)$  và bán kính  $R = \sqrt{2}$ . Phương trình của  $(S)$  là

- A.  $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$ .                      B.  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$ .  
C.  $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = \sqrt{2}$ .                      D.  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{2}$ .

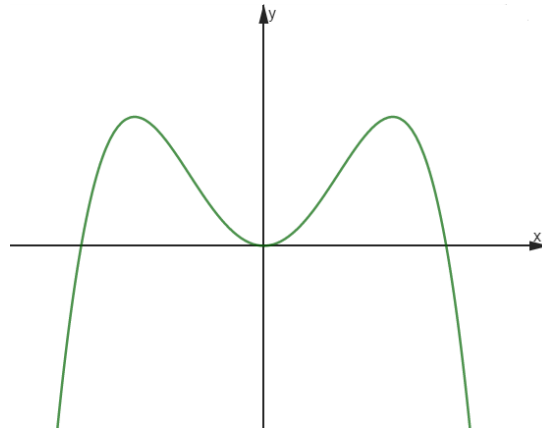
**Câu 19.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$y'$		+	+
$y$		$+\infty$	$3$
	$3$	$-\infty$	

Tiền cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A.  $x = -1$ .                      B.  $x = -3$ .                      C.  $x = 1$ .                      D.  $x = 3$ .

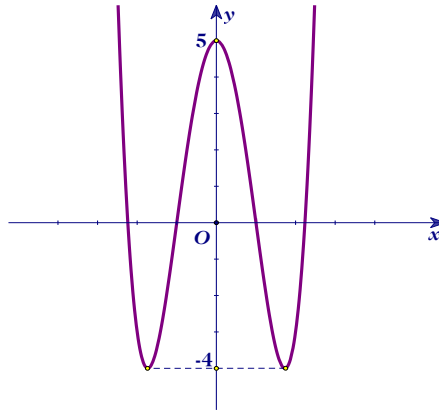
**Câu 20.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong hình bên



- A.  $y = -x^4 + 2x^2$ .      B.  $y = x^3 - 3x^2$ .      C.  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ .      D.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .
- Câu 21.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+2)(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
- A. 0.      B. 1.      C. 2.      D. 3.
- Câu 22.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm  $M(-2; 2)$  là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?
- A.  $2 - 2i$ .      B.  $2i$ .      C.  $-2 + 2i$ .      D.  $2 + 2i$ .
- Câu 23.** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_3(x+1)$  là
- A.  $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}$ .      B.  $y' = \frac{1}{x+1}$ .      C.  $y' = \frac{1}{\ln 3}$ .      D.  $y' = \frac{x+1}{\ln 3}$ .
- Câu 24.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-2; 3; 1)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là
- A.  $(0; 3; 0)$ .      B.  $(-2; 0; 0)$ .      C.  $(0; 3; 1)$ .      D.  $(0; 0; 1)$ .
- Câu 25.** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^2 + 2x$  và trục hoành là
- A. 2.      B. 1.      C. 0.      D. 3.
- Câu 26.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(3x) > \log_2 5$  là
- A.  $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$ .      B.  $\left(0; \frac{5}{3}\right)$ .      C.  $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$ .      D.  $\left(0; \frac{3}{5}\right)$ .
- Câu 27.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và  $u_2 = 8$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
- A.  $\frac{1}{4}$ .      B.  $-6$ .      C. 6.      D. 4.
- Câu 28.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp  $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ .
- A. 120.      B. 20.      C. 216.      D. 18.
- Câu 29.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 3)$  và  $B(-1; 0; 5)$ . Phương trình mặt cầu đường kính  $AB$  là
- A.  $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 3$ .      B.  $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 12$ .
- C.  $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 3$ .      D.  $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 12$ .
- Câu 30.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có độ dài tất cả các cạnh bằng  $a$ . Góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $CD$  bằng
- A.  $60^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .
- Câu 31.** Tập xác định của hàm số  $f(x) = \log_5(30 - x^2)$  chứa bao nhiêu số nguyên?
- A. 10.      B. 11.      C. 5.      D. 6.
- Câu 32.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ  $S$ , xác suất để chọn được số có tổng hai chữ số bằng 8 là

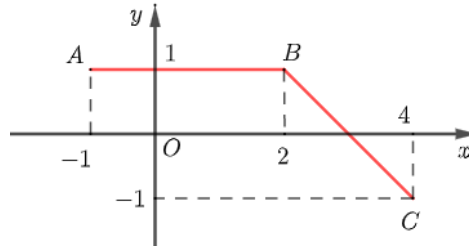
- A.  $\frac{1}{9}$ .                      B.  $\frac{4}{81}$ .                      C.  $\frac{8}{81}$ .                      D.  $\frac{7}{81}$ .

**Câu 33.** Cho hàm bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$ , phương trình  $2f(x) = m$  có 4 nghiệm thực phân biệt?



- A. 4.                              B. 17.                              C. 16.                              D. 8

**Câu 34.** Đường gấp khúc  $ABC$  trong hình bên là đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1; 4]$ .



Tích phân  $\int_{-1}^4 f(x) dx$  bằng

- A. 4.                              B. 3.                              C.  $\frac{9}{2}$ .                              D.  $\frac{7}{2}$ .

**Câu 35.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; -1; 1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 3y + z - 5 = 0$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là

- A.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .

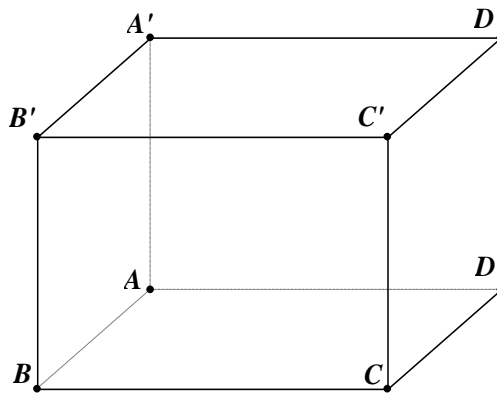
**Câu 36.** Hàm số  $y = x^4 - 2x^2$  nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 1)$ .                      B.  $(-1; 0)$ .                      C.  $(-\infty; -1)$ .                      D.  $(1; +\infty)$ .

**Câu 37.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z - 2\bar{z} = 1 + 6i$ . Môđun của  $z$  bằng

- A.  $\sqrt{3}$ .                              B. 3.                              C. 5.                              D.  $\sqrt{5}$ .

**Câu 38.** Cho hình chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 1$ ,  $BC = 2$ ,  $AA' = 3$  (tham khảo hình dưới đây). Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB'$  và  $BC'$  bằng

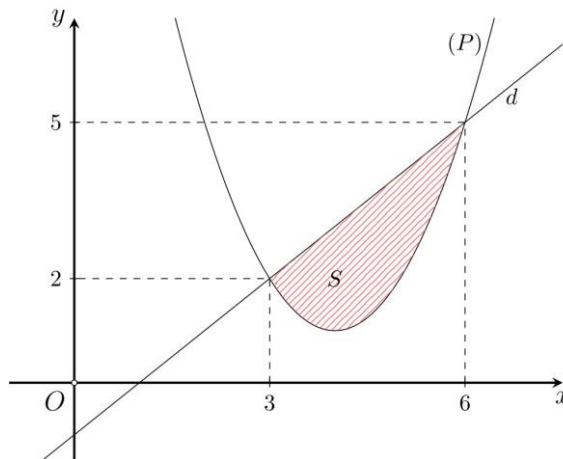


- A.  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ .      B.  $\frac{6}{7}$ .      C.  $\frac{7}{6}$ .      D.  $\frac{6\sqrt{13}}{13}$ .

**Câu 39.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$ , hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + mx - \frac{4}{3}$  có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1; 8)$ ?

- A. 26.      B. 36.      C. 35.      D. 27.

**Câu 40.** Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $d$  cắt  $(P)$  tại hai điểm như trong hình bên dưới. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $d$  có diện tích  $S = \frac{9}{2}$ .



Tích phân  $\int_3^6 (2x-3)f'(x)dx$  bằng

- A. 33.      B. 51.      C. 39.      D. 27.

**Câu 41.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(2^x - 16)(\log_3^2 x - 9\log_3 x + 18) < 0$ ?

- A. 704.      B. 701.      C. 707.      D. 728.

**Câu 42.** Gọi  $S$  là tập hợp các số phức  $z = a + bi$   $a, b \in \mathbb{R}$  thỏa mãn  $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2$  và  $ab \leq 0$ . Xét  $z_1$  và  $z_2$  thuộc  $S$  sao cho  $\frac{z_1 - z_2}{-1 + i}$  là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $|z_1| + |z_2 - i|$  bằng

- A.  $\sqrt{5}$ .      B.  $1 + \sqrt{2}$ .      C. 1.      D.  $\sqrt{2}$ .

**Câu 43.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$  và đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(1; 0; -2)$ , nhận  $\vec{u} = (1; a; 2-a)$  (với  $a \in \mathbb{R}$ ) làm vectơ chỉ phương. Biết rằng  $d$  cắt  $(S)$  tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của  $(S)$  tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi  $a^2$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(\frac{2}{5}; \frac{2}{3})$ .      B.  $(\frac{19}{2}; 10)$ .      C.  $(2; \frac{5}{2})$ .      D.  $(\frac{7}{2}; 4)$ .









Ta có  $\int_1^3 f(x)dx = F(x)\Big|_1^3 = F(3) - F(1) = 6 - 3 = 3.$

**Câu 15.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x \geq 8$  là

- A.  $(-3; +\infty).$                       B.  $[-3; +\infty).$                       C.  $(3; +\infty).$                       **D.  $[3; +\infty).$**

**Lời giải**

Bất phương trình  $2^x \geq 8 \Leftrightarrow x \geq \log_2 8 \Leftrightarrow x \geq 3.$

Tập nghiệm là  $[3; +\infty).$

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x) = 1 + 2\cos 2x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int f(x)dx = x + \sin 2x + C$**     B.  $\int f(x)dx = x + 2\sin 2x + C$  .  
 C.  $\int f(x)dx = x - 2\sin 2x + C$  .                      D.  $\int f(x)dx = x - \sin 2x + C$  .

**Lời giải**

Theo bảng nguyên hàm của các hàm số thường gặp và tính chất của nguyên hàm.

Ta có  $\int f(x)dx = \int (1 + 2\cos 2x)dx = \int 1dx + \int 2\cos 2x dx = x + 2 \cdot \frac{1}{2} \sin 2x + C = x + \sin 2x + C.$

**Câu 17.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $3a$ . Diện tích xung quanh của trụ đã cho bằng

- A.  $7\pi a^2$  .                      B.  $14\pi a^2$  .                      **C.  $6\pi a^2$  .**                      D.  $8\pi a^2$  .

**Lời giải**

Hình trụ có  $l = h = 3a$

Nên  $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi a \cdot 3a = 6\pi a^2.$

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1;0;-1)$  và bán kính  $R = \sqrt{2}$ . Phương trình của  $(S)$  là

- A.  $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2.$**                       B.  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2.$   
 C.  $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = \sqrt{2}.$                       D.  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{2}.$

**Lời giải**

Phương trình của mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1;0;-1)$  và bán kính  $R = \sqrt{2}$  là

$(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2.$

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		$1$		$+\infty$	
$y'$		+			+	
$y$			$+\infty$		$3$	
	$3$	↗		$-\infty$	↘	

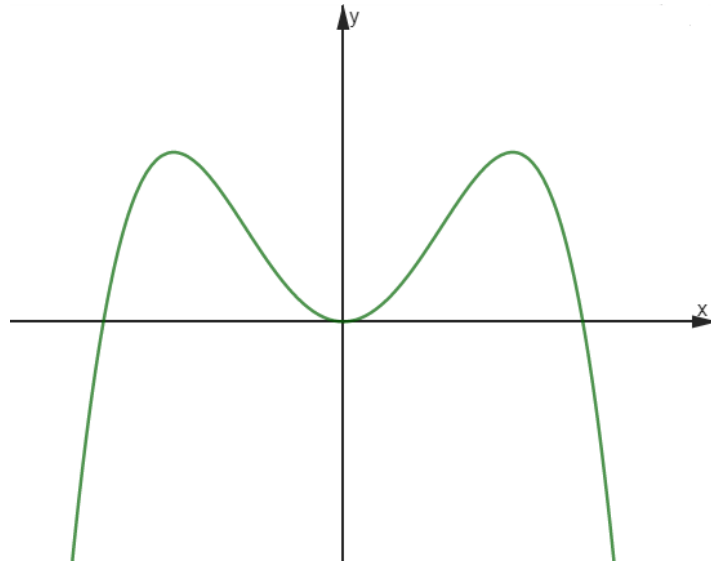
Tiền cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A.  $x = -1$ .                      B.  $x = -3$ .                      **C.  $x = 1$ .**                      D.  $x = 3$ .

**Lời giải**

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \mp\infty$  nên đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là  $x = 1.$

**Câu 20.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong hình bên



**A.**  $y = -x^4 + 2x^2$ .

**B.**  $y = x^3 - 3x^2$ .

**C.**  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ .

**D.**  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .

**Lời giải**

Đồ thị hàm số đã cho ta thấy là đồ thị hàm bậc 4 ứng với hệ số bậc cao nhất âm, đi qua gốc tọa độ  $O(0;0)$  và có 3 điểm cực trị. Đáp án A thỏa mãn những nhận xét trên.

**Câu 21.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+2)(x-1)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

**A.** 0.

**B.** 1.

**C.** 2.

**D.** 3.

**Lời giải**

Ta có  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$  (là hai nghiệm đơn) nên hàm số có 2 điểm cực trị

**Câu 22.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm  $M(-2;2)$  là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

**A.**  $2 - 2i$ .

**B.**  $2i$ .

**C.**  $-2 + 2i$ .

**D.**  $2 + 2i$ .

**Lời giải**

Điểm  $M(-2;2)$  là điểm biểu diễn của số phức  $-2 + 2i$

**Câu 23.** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_3(x+1)$  là

**A.**  $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}$ .

**B.**  $y' = \frac{1}{x+1}$ .

**C.**  $y' = \frac{1}{\ln 3}$ .

**D.**  $y' = \frac{x+1}{\ln 3}$ .

**Lời giải**

Áp dụng công thức  $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$  suy ra  $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}$

**Câu 24.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-2;3;1)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là

**A.**  $(0;3;0)$ .

**B.**  $(-2;0;0)$ .

**C.**  $(0;3;1)$ .

**D.**  $(0;0;1)$ .

**Lời giải**

Ta có: hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-2;3;1)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là  $(-2;0;0)$

**Câu 25.** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^2 + 2x$  và trục hoành là

**A.** 2.

**B.** 1.

**C.** 0.

**D.** 3.

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm  $x^2 + 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$ .

Do đó số giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là 2.

**Câu 26.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(3x) > \log_2 5$  là

- A.  $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$ .      B.  $\left(0; \frac{5}{3}\right)$ .      **C.  $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$ .**      D.  $\left(0; \frac{3}{5}\right)$ .

**Lời giải**

Điều kiện:  $x > 0$ .

$$\log_2(3x) > \log_2 5 \Leftrightarrow 3x > 5 \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}.$$

$$\text{Vậy } S = \left(\frac{5}{3}; +\infty\right).$$

**Câu 27.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và  $u_2 = 8$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A.  $\frac{1}{4}$ .      B.  $-6$ .      C.  $6$ .      **D.  $4$ .**

**Lời giải**

$$\text{Ta có công sai } d = \frac{u_2}{u_1} = 4.$$

**Câu 28.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp  $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ .

- A. 120.**      B. 20.      C. 216.      D. 18.

**Lời giải**

Số các số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp  $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$  là chỉnh hợp chập 3 của 6 phần tử:  $A_6^3 = 120$ .

**Câu 29.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 3)$  và  $B(-1; 0; 5)$ . Phương trình mặt cầu đường kính  $AB$  là

- A.  $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 3$ .      B.  $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 12$ .  
**C.  $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 3$ .**      D.  $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 12$ .

**Lời giải**

Ta có tâm mặt cầu là trung điểm của  $AB$  có tọa độ là  $(0; 1; 4)$  bán kính

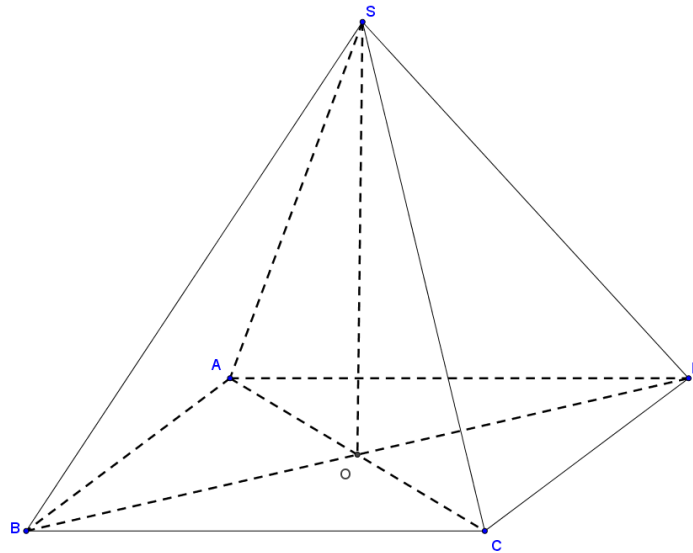
$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 2^2}}{2} = \sqrt{3}.$$

Do đó phương trình mặt cầu là  $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 3$ .

**Câu 30.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có độ dài tất cả các cạnh bằng  $a$ . Góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $CD$  bằng

- A.  $60^\circ$ .**      B.  $90^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Lời giải**



Do  $CD \parallel AB$  nên góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $CD$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AB$  bằng góc  $SBA = 60^\circ$  ( Vì tam giác  $SAB$  đều).

**Câu 31.** Tập xác định của hàm số  $f(x) = \log_5(30 - x^2)$  chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 10.

**B. 11.**

C. 5.

D. 6.

**Lời giải**

Điều kiện xác định:  $30 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\sqrt{30}; \sqrt{30})$ .

Tập xác định  $D = (-\sqrt{30}; \sqrt{30})$  có các số nguyên thỏa mãn là  $\{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 5\}$ , gồm 11 số.

**Câu 32.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ  $S$ , xác suất để chọn được số có tổng hai chữ số bằng 8 là

A.  $\frac{1}{9}$ .

B.  $\frac{4}{81}$ .

C.  $\frac{8}{81}$ .

**D.  $\frac{7}{81}$ .**

**Lời giải**

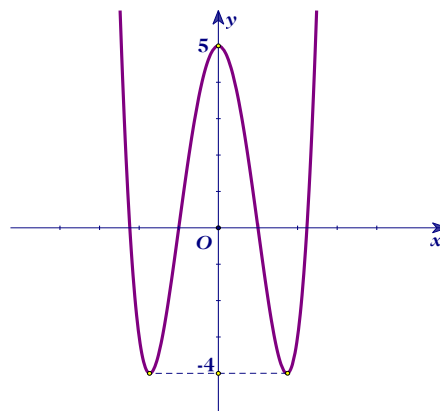
Ta có  $n(S) = 81$ .

$A =$  “Số có tổng hai chữ số bằng 8”.

$A = \{80, 17, 71, 26, 62, 35, 53\} \Rightarrow n(A) = 7$ .

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{81}.$$

**Câu 33.** Cho hàm bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho với mỗi  $m$ , phương trình  $2f(x) = m$  có 4 nghiệm thực phân biệt?



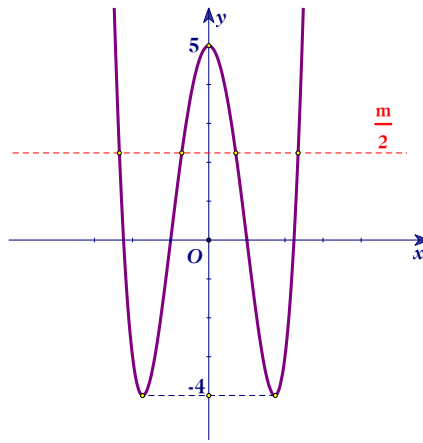
A. 4.

**B. 17.**

C. 16.

D. 8

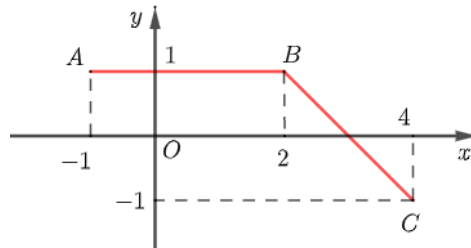
**Lời giải**



Xét phương trình  $2f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = \frac{m}{2}$  có 4 nghiệm thực phân biệt  $\Leftrightarrow -4 < \frac{m}{2} < 5 \Leftrightarrow -8 < m < 10$

Vì  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-7; -6; \dots; -1; 0; 1; 2; \dots; 9\}$ , nên có 17 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn.

**Câu 34.** Đường gấp khúc  $ABC$  trong hình bên là đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1; 4]$ .



Tích phân  $\int_{-1}^4 f(x) dx$  bằng

A. 4.

**B. 3.**

C.  $\frac{9}{2}$ .

D.  $\frac{7}{2}$ .

**Lời giải**

Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành, các đường thẳng  $x = -1$  và  $x = 3$ . Ta có  $S_1 = \frac{7}{2}$ .

$S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành, các đường thẳng  $x = 3$  và  $x = 4$ . Ta có  $S_2 = \frac{1}{2}$ .

Từ đó  $\int_{-1}^4 f(x) dx = \int_{-1}^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx = S_1 - S_2 = \frac{7}{2} - \frac{1}{2} = 3$ .

**Câu 35.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; -1; 1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 3y + z - 5 = 0$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là

A.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

**D.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$**

**Lời giải**

$(P)$  có một véc tơ pháp tuyến là  $\vec{n}(2; 3; 1)$

Đường thẳng  $d$  vuông góc với  $(P)$  nhận  $\vec{n}(2;3;1)$  làm một véc tơ chỉ phương,  $d$  đi qua  $A$  nên  $d$  có

phương trình là 
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

**Câu 36.** Hàm số  $y = x^4 - 2x^2$  nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 1)$ .                      B.  $(-1; 0)$ .                      **C.  $(-\infty; -1)$ .**                      D.  $(1; +\infty)$ .

**Lời giải**

Ta có  $y' = 4x^3 - 4x$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số  $y = x^4 - 2x^2$ .

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$								
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$					
$y$	$+\infty$	$\swarrow$		$-1$	$\nearrow$		$0$	$\searrow$		$-1$	$\nearrow$		$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 37.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z - 2\bar{z} = 1 + 6i$ . Môđun của  $z$  bằng

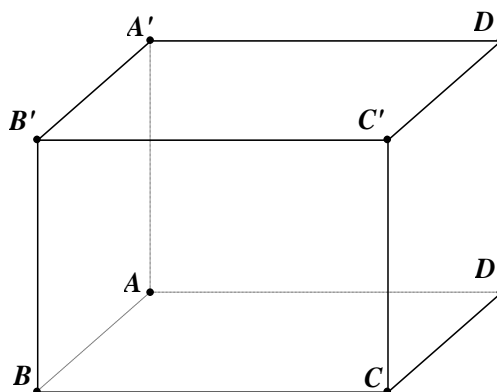
- A.  $\sqrt{3}$ .                      B. 3.                      C. 5.                      **D.  $\sqrt{5}$ .**

**Lời giải**

Đặt  $z = a + bi$  (với  $a, b \in \mathbb{R}$ ). Ta có  $a + bi - 2(a - bi) = 1 + 6i \Leftrightarrow \begin{cases} -a = 1 \\ 3b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$

Suy ra môđun của  $z$  bằng  $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5}$ .

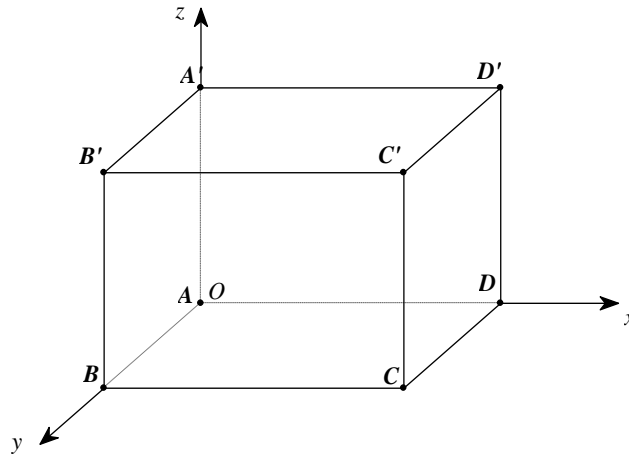
**Câu 38.** Cho hình chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 1, BC = 2, AA' = 3$  (tham khảo hình dưới đây). Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB'$  và  $BC'$  bằng



- A.  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ .                      **B.  $\frac{6}{7}$ .**                      C.  $\frac{7}{6}$ .                      D.  $\frac{6\sqrt{13}}{13}$ .

**Lời giải**

Gắn vào hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ



Ta có:  $A(0;0;0)$ ,  $B'(0;1;3)$ ,  $B(0;1;0)$ ,  $C'(2;1;3)$ .

Khi đó  $\overrightarrow{AB'} = (0;1;3)$ ,  $\overrightarrow{BC'} = (2;0;3)$ ,  $\overrightarrow{AB} = (0;1;0)$ .

Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB'$  và  $BC'$  bằng

$$d(AB', BC') = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot [\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}]|}{\|[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}]\|} = \frac{6}{7}.$$

**Câu 39.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$ , hàm số

$y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + mx - \frac{4}{3}$  có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1; 8)$ ?

A. 26.

B. 36.

C. 35.

**D. 27.**

**Lời giải**

Ta có:  $y' = -x^2 + 4x + m = 0 \Leftrightarrow m = x^2 - 4x$  có đúng 1 nghiệm đơn (bội lẻ) thuộc  $(-1; 8)$ .

Xét  $f(x) = x^2 - 4x \Rightarrow f'(x) = 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow f(2) = -4$

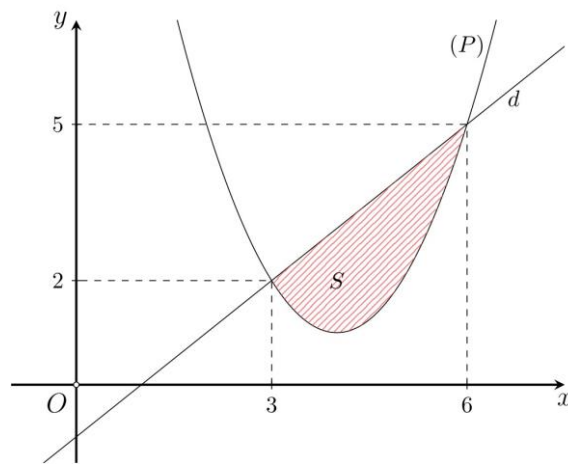
Bảng biến thiên

$x$	-1		2		8
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	5				32
			-4		$m$

ycbt  $\Leftrightarrow 5 \leq m < 32$  vì  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{5; 6; 7; \dots; 31\}$  nên có 27 giá trị  $m$  nguyên.

**Câu 40.** Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $d$  cắt  $(P)$  tại hai điểm như trong hình

bên dưới. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $d$  có diện tích  $S = \frac{9}{2}$ .



Tích phân  $\int_3^6 (2x-3)f'(x)dx$  bằng

A. 33.

B. 51.

C. 39.

**D. 27.**

**Lời giải**

Gọi đường thẳng  $d: y = ax + b$ . Vì đường thẳng  $d$  đi qua hai điểm  $(3; 2)$  và  $(6; 5)$  nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 3a + b = 2 \\ 6a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

Từ đó suy ra  $d: y = x - 1$ .

Gọi parabol  $(P): y = mx^2 + nx + p$ . Vì  $(P)$  đi qua hai điểm  $(3; 2)$  và  $(6; 5)$  nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 9m + 3n + p = 2 & (1) \\ 36m + 6n + p = 5 & (2) \end{cases}$$

Mặt khác ta lại có hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $d$  có diện tích  $S = \frac{9}{2}$  nên ta có

$$\begin{aligned} S &= \int_3^6 (x-1 - mx^2 - nx - p) dx = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \int_3^6 (-mx^2 - (n-1)x - (p+1)) dx = \frac{9}{2} \\ &\Leftrightarrow \left[ -\frac{mx^3}{3} - \frac{(n-1)x^2}{2} - (p+1)x \right]_3^6 = \frac{9}{2} \Leftrightarrow -63m - \frac{27}{2}n - 3p = -6 & (3) \end{aligned}$$

Từ (1), (2), (3) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 9m + 3n + p = 2 \\ 36m + 6n + p = 5 \\ -63m - \frac{27}{2}n - 3p = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = -8 \\ p = 17 \end{cases}$$

Suy ra  $y = f(x) = x^2 - 8x + 17$  và  $f'(x) = 2x - 8$ .

$$\text{Vậy } \int_3^6 (2x-3)f'(x)dx = \int_3^6 (2x-3)(2x-8)dx = 27.$$

**Câu 41.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(2^x - 16)(\log_3^2 x - 9\log_3 x + 18) < 0$ ?

**A. 704.**

B. 701.

C. 707.

D. 728.

**Lời giải**

**Cách 1:**

Điều kiện:  $x > 0$ .



$$\text{Ta có: } (2^x - 16)(\log_3^2 x - 9\log_3 x + 18) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x < 16, \log_3^2 x - 9\log_3 x + 18 > 0 \\ 2^x > 16, \log_3^2 x - 9\log_3 x + 18 < 0 \end{cases}$$

$$\text{TH1. } 2^x < 16, \log_3^2 x - 9\log_3 x + 18 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ \log_3 x < 3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x < 4 \\ \log_3 x > 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ 0 < x < 27 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x < 4 \\ x > 3^6 \end{cases}$$

TH này có 3 số thỏa mãn.

$$\text{TH2. } 2^x > 16, \log_3^2 x - 9\log_3 x + 18 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 3 < \log_3 x < 6 \end{cases} \Leftrightarrow 27 < x < 729$$

TH này có 701 số thỏa mãn.

Vậy có tất cả 704 số thỏa mãn.

**Cách 2:**

Điều kiện:  $x > 0$ .

$$(2^x - 16)(\log_3^2 x - 9\log_3 x + 18) < 0 \Leftrightarrow (2^x - 16)(\log_3 x - 6)(\log_3 x - 3) < 0 \quad (*)$$

$$\text{Ta có } (2^x - 16)(\log_3 x - 6)(\log_3 x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x - 16 = 0 \\ \log_3 x - 6 = 0 \\ \log_3 x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 729 \\ x = 27 \end{cases}$$

Bảng xét dấu về trái của (\*)

$x$	0	4	27	729	$+\infty$			
VT		-	0	+	0	-	0	+

Suy ra (\*) có tập nghiệm  $S = (0; 4) \cup (27; 729)$ .

Do  $x \in \mathbb{Z}$  nên  $x \in \{1; 2; 3; 28; 29; \dots; 728\}$ , vậy có tất cả 704 số thỏa mãn.

**Câu 42.** Gọi  $S$  là tập hợp các số phức  $z = a + bi$   $a, b \in \mathbb{R}$  thỏa mãn  $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2$  và  $ab \leq 0$ . Xét  $z_1$

và  $z_2$  thuộc  $S$  sao cho  $\frac{z_1 - z_2}{-1 + i}$  là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $|z_1| + |z_2 - i|$  bằng

**A.**  $\sqrt{5}$ .

**B.**  $1 + \sqrt{2}$ .

**C.** 1.

**D.**  $\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

$$z = a + bi \quad a, b \in \mathbb{R}, ab \leq 0.$$

$$|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2 \Leftrightarrow |2a| + |2bi| = 2 \Leftrightarrow |a| + |b| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 1, a \geq 0, b \geq 0 \quad (l) \\ a - b = 1, a \geq 0, b \leq 0 \quad (d_1) \\ -a + b = 1, a \leq 0, b \geq 0 \quad (d_2) \\ -a - b = 1, a \leq 0, b \leq 0 \quad (l) \end{cases}$$

(Vì  $ab \leq 0$  nên  $a, b$  trái dấu).

Gọi M là điểm biểu diễn của  $z_1$ , N là điểm biểu diễn của  $z_2$ .

$$\text{Ta có: } \frac{z_1 - z_2}{-1 + i} \text{ là số thực dương} \Rightarrow z_1 - z_2 = k(-1 + i), k > 0.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{NM} \text{ cùng hướng với } \vec{v} = -1; 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N \in d_1 : a - b = 1 \\ M \in d_2 : -a + b = 1 \\ MN = d \quad d_1, d_2 = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = 1; -1$$

$$|z_1| + |z_2 - i| = OM + NA \quad (\text{với } A \text{ là điểm biểu diễn của } i \Rightarrow A(0; 1)).$$

$$M \in d_2 \Rightarrow M(m; m+1) \quad -1 \leq m \leq 0.$$

$$\text{Mà: } \Rightarrow \overrightarrow{MN} = 1; -1 \Rightarrow N(1+m; m).$$

$$\text{Ta có: } P = OM + NA = \sqrt{m^2 + 1 + m^2} + \sqrt{1 + m^2 + 1 - m^2} = \sqrt{2m^2 + 2m + 1} + \sqrt{2m^2 + 2}.$$

$$P' = \frac{4m+2}{2\sqrt{2m^2+2m+1}} + \frac{4m}{2\sqrt{2m^2+2}}.$$

$$P' = 0 \Leftrightarrow 2(4m+2)\sqrt{2m^2+2} + 8m\sqrt{2m^2+2m+1} = 0.$$

$$\Leftrightarrow 8m+4\sqrt{2m^2+2} = -8m\sqrt{2m^2+2m+1} \Rightarrow 8m+4\sqrt{2m^2+2} = 64m^2\sqrt{2m^2+2m+1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{3} \\ m = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

$m$	$-1$	$-\frac{1}{3}$	$0$
$P'$		$-$	$+$
$P$			

$\swarrow \quad \searrow$   
 $\sqrt{5}$

Suy ra, chọn đáp án A

**Câu 43.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$  và đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(1; 0; -2)$ , nhận  $\vec{u} = (1; a; 2-a)$  (với  $a \in \mathbb{R}$ ) làm vector chỉ phương. Biết rằng  $d$  cắt  $(S)$  tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của  $(S)$  tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi  $a^2$  thuộc khoảng nào dưới đây?

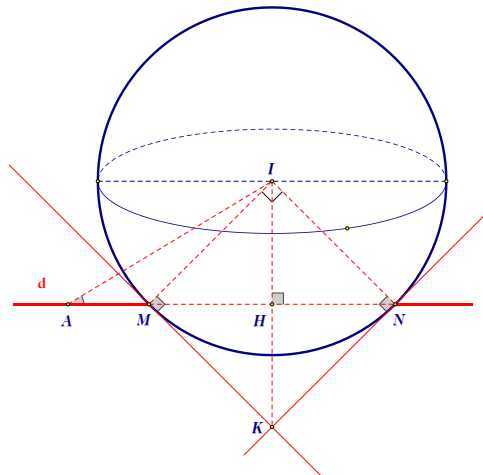
A.  $\left(\frac{2}{5}; \frac{2}{3}\right)$ .

B.  $\left(\frac{19}{2}; 10\right)$ .

C.  $\left(2; \frac{5}{2}\right)$ .

**D.  $\left(\frac{7}{2}; 4\right)$ .**

Lời giải



Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -2; -1) \Rightarrow \overline{AI} = (0; -2; 1) \Rightarrow AI = \sqrt{5}$ . Giả sử  $d$  cắt  $(S)$  tại  $M$  và  $N$ . Gọi  $(P), (Q)$  là hai tiếp diện tại  $M; N$  vì  $(P) \perp (Q) \Rightarrow \angle MIN = 90^\circ \Rightarrow \triangle IMN$  vuông cân  $\Rightarrow IH = MH = HN = \sqrt{2} \Rightarrow AH = \sqrt{3}$ .

$$\Rightarrow \cos(\angle IAH) = \frac{AH}{AI} = \frac{|\overline{AI} \cdot \vec{u}|}{AI \cdot |\vec{u}|} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow |2 - 3a| = \sqrt{3} \sqrt{1 + a^2 + (a - 2)^2}$$

$$\Leftrightarrow 9a^2 - 12a + 4 = 6a^2 - 12a + 15 \Leftrightarrow a^2 = \frac{11}{3} \in \left(\frac{7}{2}; 4\right).$$

**Câu 44.** Xét khối nón  $(N)$  có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng  $2\sqrt{3}$ . Khi  $(N)$  có độ dài đường sinh bằng 6, thể tích của nó bằng

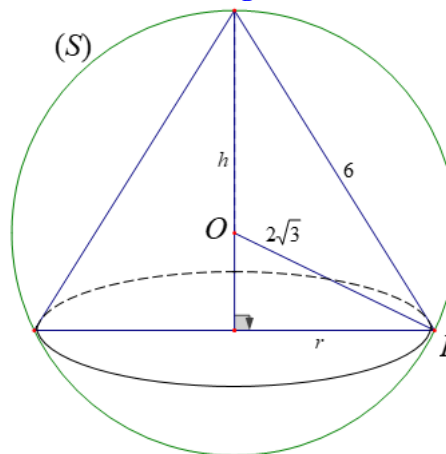
A.  $18\pi$ .

**B.  $9\sqrt{3}\pi$ .**

C.  $27\sqrt{3}\pi$ .

D.  $54\pi$ .

**Lời giải**



Gọi  $r$  là bán kính đáy của hình nón,  $h$  là chiều cao của hình nón.

$$\text{Ta có: } r = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (h - 2\sqrt{3})^2} = \sqrt{4\sqrt{3}h - h^2}.$$

$$l^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow 6^2 = h^2 + (4\sqrt{3}h - h^2) \Leftrightarrow h = 3\sqrt{3} \Rightarrow r = \sqrt{36 - 27} = 3.$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 3\sqrt{3} = 9\pi\sqrt{3}.$$

**Câu 45.** Trên tập số phức, xét phương trình  $z^2 + az + b = 0 (a, b \in \mathbb{R})$ . Có bao nhiêu cặp số  $(a, b)$  để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 - 1| = 2$  và  $|z_2 - 3 - 2i| = 3$ .

A. 4.

B. 5.

C. 2.

**D. 6.**

**Lời giải**

**Trường hợp 1:** Phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi  $\Delta = a^2 - 4b > 0$

$$\text{Khi đó } |z_1 - 1| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 \\ z_1 = -1 \end{cases}$$

+) Với  $z_1 = 3$ , thay vào phương trình được  $9 + 3a + b = 0 \Rightarrow b = -3a - 9$ .

Nghiệm còn lại là  $z_2 = -a - 3$ , thay vào điều kiện còn lại được

$$|-a - 3 - 3 - 2i| = 3 \Leftrightarrow (a + 6)^2 + 4 = 9 \Leftrightarrow a = -6 \pm \sqrt{5}$$

Với  $a = -6 - \sqrt{5}$  thì  $b = 9 + 3\sqrt{5}$  tm

Với  $a = -6 + \sqrt{5}$  thì  $b = 9 - 3\sqrt{5}$  tm

+) Với  $z_1 = -1$ , thay vào phương trình được  $1 - a + b = 0 \Rightarrow b = a - 1$ .

Nghiệm còn lại là  $z_2 = -a + 1$ , thay vào điều kiện còn lại được

$$|-a + 1 - 3 - 2i| = 3 \Leftrightarrow (a + 2)^2 + 4 = 9 \Leftrightarrow a = -2 \pm \sqrt{5}$$

Với  $a = -2 - \sqrt{5}$  thì  $b = -3 - \sqrt{5}$  tm

Với  $a = -2 + \sqrt{5}$  thì  $b = -3 + \sqrt{5}$  tm

**Trường hợp 2:** Phương trình có 2 nghiệm không thực phân biệt khi và chỉ khi  $\Delta = a^2 - 4b < 0$

Khi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình thì nó là 2 số phức liên hợp, đặt  $z_1 = x + iy, z_2 = \bar{z} = x - iy$

Khi đó ta có

$$\begin{cases} |z_1 - 1| = 2 \\ |z_2 - 3 - 2i| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x + iy - 1| = 2 \\ |x - iy - 3 - 2i| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 1)^2 + y^2 = 4 \\ (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11 - \sqrt{119}}{8} \\ y = \frac{-3 - \sqrt{119}}{8} \\ x = \frac{11 + \sqrt{119}}{8} \\ y = \frac{-3 + \sqrt{119}}{8} \end{cases}$$

$$\text{Nếu } \begin{cases} x = \frac{11 - \sqrt{119}}{8} \\ y = \frac{-3 - \sqrt{119}}{8} \end{cases} \text{ thì } z_1 = \frac{11 - \sqrt{119}}{8} + i \frac{-3 - \sqrt{119}}{8}, z_2 = \frac{11 - \sqrt{119}}{8} - i \frac{-3 - \sqrt{119}}{8}$$

$$\text{Áp dụng Viet ta có } \begin{cases} a = -\frac{11 - \sqrt{119}}{4} \\ b = \frac{23 - \sqrt{119}}{4} \end{cases} \text{ tm}$$

$$\text{Nếu } \begin{cases} x = \frac{11 + \sqrt{119}}{8} \\ y = \frac{-3 + \sqrt{119}}{8} \end{cases} \text{ thì } z_1 = \frac{11 + \sqrt{119}}{8} + i \frac{-3 + \sqrt{119}}{8}, z_2 = \frac{11 + \sqrt{119}}{8} - i \frac{-3 + \sqrt{119}}{8}$$

$$\text{Áp dụng Viet ta có } \begin{cases} a = -\frac{11 + \sqrt{119}}{4} \\ b = \frac{23 + \sqrt{119}}{4} \end{cases} \text{ tm}$$

**Câu 46.** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của  $y$  sao cho ứng với mỗi  $y$ , tồn tại duy nhất một giá trị

$$x \in \left[ \frac{5}{2}; \frac{11}{2} \right] \text{ thỏa mãn } \log_3(x^3 - 9x^2 + 24x + y) = \log_2(-x^2 + 8x - 12). \text{ Số phần tử của } S \text{ là}$$

A. 3.

**B. 8.**

C. 1.

D. 7

**Lời giải**

Điều kiện:  $x^3 - 9x^2 + 24x + y > 0$

Ta có:

$$\log_3(x^3 - 9x^2 + 24x + y) = \log_2(-x^2 + 8x - 12)$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 9x^2 + 24x + y = 3^{\log_2(-x^2 + 8x - 12)}$$

$$\Rightarrow y = 3^{\log_2(-x^2 + 8x - 12)} - x^3 + 9x^2 - 24x$$

Có:

$$y' = \frac{(-2x + 8)}{(-x^2 + 8x - 12) \ln 2} 3^{\log_2(-x^2 + 8x - 12)} \cdot \ln 3 - (3x^2 - 18x + 24)$$

$$= -(x - 4) \left[ \frac{2 \cdot 3^{\log_2(-x^2 + 8x - 12)} \cdot \ln 3}{(-x^2 + 8x - 12) \ln 2} + 3(x - 2) \right]$$

Do  $x \in \left[ \frac{5}{2}; \frac{11}{2} \right]$  nên  $\frac{2 \cdot 3^{\log_2(-x^2 + 8x - 12)} \cdot \ln 3}{(-x^2 + 8x - 12) \ln 2} + 3(x - 2) > 0$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

Ta có bảng biến thiên

$x$	$\frac{5}{2}$		4		$\frac{11}{2}$
$y'$		+	0	-	
$y$			-7		
		-16,9			-23,7

Dựa vào bảng biến thiên ta có yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow \begin{cases} y = -7 \\ -23 \leq y \leq -17 \end{cases}$

Vậy có tất cả 8 giá trị nguyên của  $y$ . Số phần tử của  $S$  là 8.

**Câu 47.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $SA = SB = SC = AC = a$ ,  $SB$  tạo với mặt phẳng  $(SAC)$  một góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

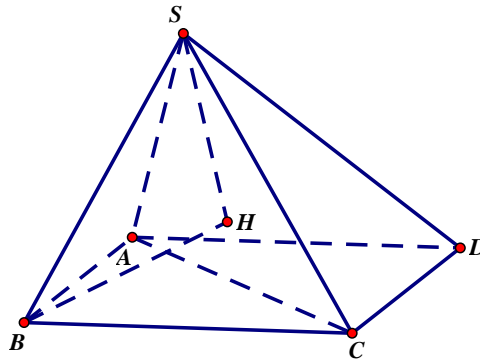
A.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$

B.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$

C.  $\frac{a^3}{8}$

**D.  $\frac{a^3}{4}$**

**Lời giải**



Gọi  $H$  là hình chiếu của  $B$  trên  $(SAC)$ .

Ta có  $HSB = (BS, (SAC)) = 60^\circ$

Trong  $\triangle SHB$  ta có  $BH = SB \sin HSB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Do đó  $V_{SABCD} = 2V_{SABC} = 2 \cdot \frac{1}{3} S_{SAC} \cdot BH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}$

**Câu 48.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương trên khoảng  $(0; +\infty)$ , có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn  $f(x) \ln f(x) = x(2f(x) - f'(x))$ ,  $\forall x \in (0; +\infty)$ . Biết  $f(1) = f(3)$ , giá trị  $f(2)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A.  $(40; 42)$ .

B.  $(3; 5)$ .

**C.  $(32; 34)$ .**

D.  $(1; 3)$ .

**Lời giải**

Ta có  $f(x) \ln f(x) = x(2f(x) - f'(x)) \Rightarrow \ln f(x) = 2x - x \frac{f'(x)}{f(x)}$

$\Rightarrow \ln f(x) + x \frac{f'(x)}{f(x)} = 2x \Rightarrow (x \ln f(x))' = 2x$

$\Rightarrow x \ln f(x) = \int 2x dx = x^2 + C \Rightarrow \ln f(x) = x + \frac{C}{x}$ .

Vì  $f(1) = f(3) \Leftrightarrow 1 + C = 3 + \frac{C}{3} \Leftrightarrow C = 3$

Vậy  $\ln f(x) = x + \frac{3}{x} \Rightarrow f(2) = e^{2+\frac{3}{2}} = e^{\frac{7}{2}} \approx 33,12$ .

**Câu 49.** Cho hàm số  $f(x) = x^4 - 32x^2 + 4$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$ , tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng  $(-4; 1)$  của phương trình  $f(x^2 + 4x + 5) = m$  bằng  $-8$ ?

A. 81.

B. 82.

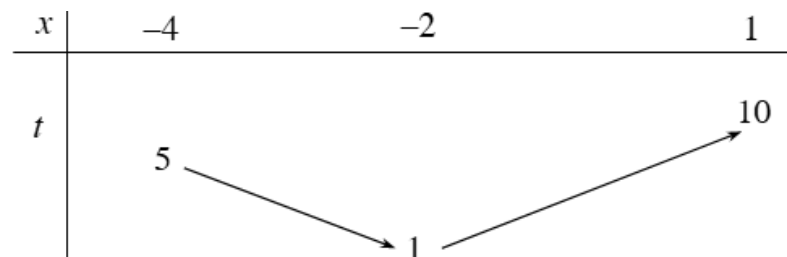
**C. 80.**

D. 79.

**Lời giải**

Đặt  $t = x^2 + 4x + 5$  (1)

Ta có



Nhận xét:

• Mỗi  $t \in [5; 10)$  cho 1 nghiệm  $x \in (-4; 1)$

☛ Mỗi  $t \in (1;5)$  cho 2 nghiệm  $x \in (-4;1)$  có tổng hai nghiệm bằng -4.

☛ Mỗi  $t = 1$  cho 1 nghiệm  $x \in (-4;1)$

Khi đó phương trình  $f(x^2 + 4x + 5) = m$  trở thành  $m = f(t) = t^4 - 32t^2 + 4$  (\*)

Ta có  $f'(t) = 4t^3 - 64t, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \pm 4 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

$t$	1	4	5	10
$f(t)$	-27	-252	-171	6804

Đề phương trình đã cho có các nghiệm phân biệt thuộc  $(-4;1)$  và có tổng các nghiệm bằng -8

$\Leftrightarrow$  (\*) có 2 nghiệm  $t$  phân biệt thuộc  $(1;5)$

$\Leftrightarrow -252 < m < -171$

Vậy  $m \in \{-251; -250; \dots -172\}$  có **80** số  $m$ .

**Câu 50.** Trong không gian  $Oxyz$ , xét mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(5;6;12)$  và bán kính  $R$  thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $R$  sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của  $(S)$  trong mặt phẳng  $(Oyz)$  mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua  $O$  và góc giữa chúng không nhỏ hơn  $60^\circ$ ?

A. 9.

**B. 4.**

C. 2.

D. 6.

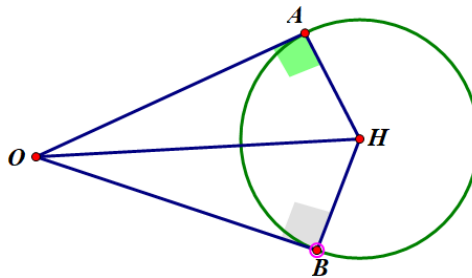
**Lời giải**

Gọi  $H(0;6;12)$  là hình chiếu của  $I$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$ .

Khi đó  $H$  là tâm đường tròn  $(C)$ , với  $(C)$  là giao tuyến của  $(S)$  và  $(Oyz)$ .

Khi đó  $(C)$  có bán kính  $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{R^2 - 25}$ .

Gọi  $A, B$  là hai tiếp điểm của hai tiếp tuyến kẻ từ  $O$  đến  $(C)$



Theo giả thiết:

$$60^\circ \leq AOB \leq 120^\circ \Leftrightarrow 30^\circ \leq AOH \leq 60^\circ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq \sin AOH \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{AH}{OH} \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{\sqrt{R^2 - 25}}{6\sqrt{5}} \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 70 \leq R^2 \leq 160$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{70} \leq R \leq \sqrt{160} \Rightarrow R \in \{9; 10; 11; 12\}.$$